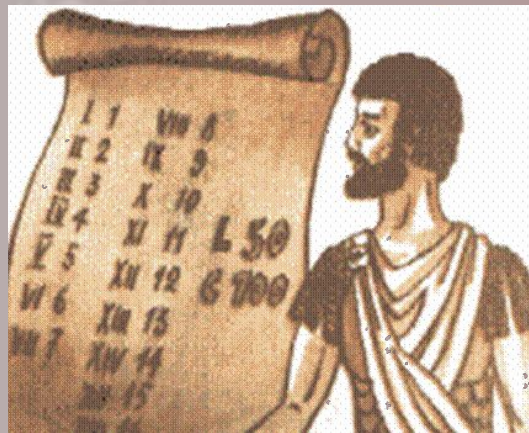


14 230 056 763  
+ 15 925 787 693  
30 155 844 456  
221 987 542 260  
381 254 098 276  
60 10 536

# Кодирование числовой информации



# СИСТЕМЫ

# счисления



Счет появился тогда, когда человеку потребовалось информировать своих сородичей о количестве обнаруженных им предметов.

Сначала люди просто различали один предмет перед ними или нет. Если предмет был не один, то говорили «много».



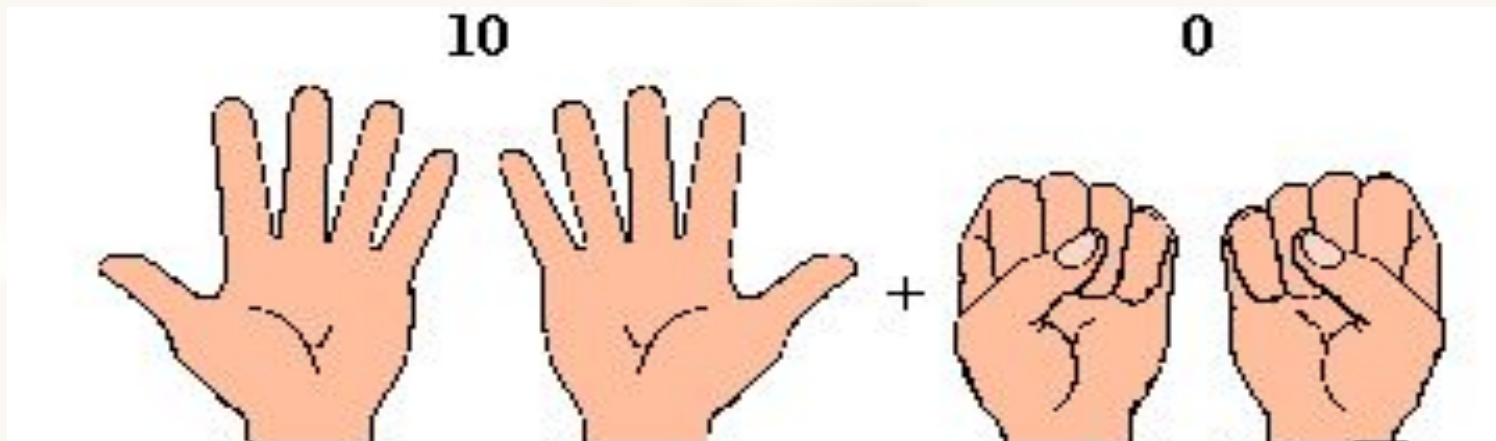
Первыми понятиями математики были "меньше", "больше" и "столько же". Если одно племя меняло пойманных рыб на сделанные людьми другого племени каменные ножи, не нужно было считать, сколько принесли рыб и сколько ножей. Достаточно было положить рядом с каждой рыбой по ножу, чтобы обмен между племенами состоялся.

Самым простым инструментом счета были пальцы на руках человека



С их помощью можно было считать до 5, а если взять две руки, то и до 10.

Одна из таких систем счета впоследствии и стала  
общеупотребительной - **десятичная.**



В древние времена люди ходили босиком. Поэтому они могли пользоваться для счета пальцами как рук, так и ног. Таким образом они могли, казалось бы, считать лишь до двадцати.



Но с помощью этой «босоногой машины» люди могли достигать значительно больших чисел,

1 человек - это 20,



2 человека - это два раза по 20 и т.д.



До сих пор существуют в Полинезии племена, которые для счета используют с 20-ую систему счисления



Запомнить большие числа было трудно, поэтому к «счетной машине» рук и ног добавляли механические приспособления.

Способов счета было придумано немало:  
В разных местах придумывались разные способы передачи численной информации:

Например, перуанцы употребляли для запоминания чисел разноцветные шнуры с завязанными на них узлами.



Для запоминания чисел использовались камешки, зерна, ракушки и т.д.



=





С операциями сложения и вычитания люди имели дело задолго до того, как числа получили имена. Когда несколько групп сборщиков корней или рыбаков складывали в одно место свою добычу, они выполняли операцию **сложения**.

С операцией **умножения** люди познакомились, когда стали сеять хлеб и увидели, что собранный урожай в несколько раз больше, чем количество посеянных семян.

Когда добытое мясо животных или собранные орехи делили поровну между всеми "ртами", выполнялась операция **деления**.



Потребность в записи чисел появилась в очень древние времена, как только люди научились считать.

Количество предметов изображалось нанесением черточек или засечек на какой-либо твердой поверхности: камне, глине и т.д.



=



Люди рисовали палочки на стенах и делали зарубки на костях животных или ветках деревьев

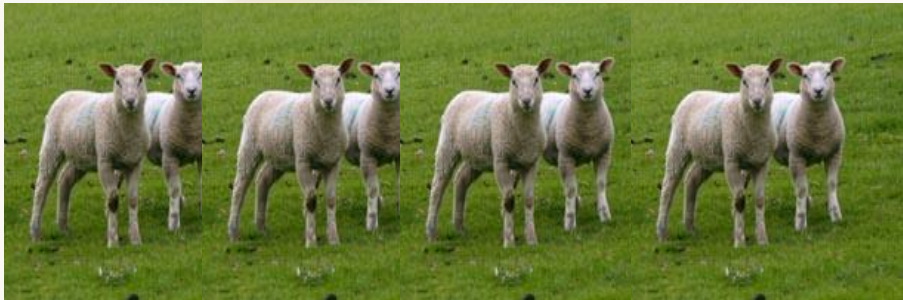
Археологами найдены такие "записи" при раскопках культурных слоев, относящихся к периоду палеолита (10 - 11 тыс. лет до н. э.)

Этот способ записи чисел называют **единичной** ("палочной", "унарной") **системой счисления**

Любое число в ней образуется повторением одного знака - единицы.



Чем больше зерна собирали люди со своих полей, чем многочисленнее становились их стада, тем большие числа становились им нужны.



=



Единая запись для таких чисел была громоздкой и неудобной, поэтому люди стали искать более компактные способы обозначать большие числа.

Появились специальные обозначения для «пятерок», «десяток», «сотен» и т.д.



## Египетская нумерация

Очень наглядной была система таких знаков у египтян.

Египтяне придумали эту систему около **5 000 лет** тому назад.

Это одна из древнейших систем записи чисел, известная человеку



# Египетская нумерация

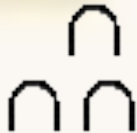
1



Как и большинство людей для счета небольшого количества предметов Египтяне использовали палочки

Каждая единица изображалась отдельной палочкой

10



Такими путями египтяне связывали коров

Если нужно изобразить несколько десятков, то иероглиф повторяли нужное количество раз.

Тоже самое относится и к остальным иероглифам.

100



Это мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила.

1000



Цветок лотоса

1000



Поднятый палец - будь внимателен

100 000



головастик

1 000 000



Увидев такое число, обычный человек очень удивится и возденет руки к небу

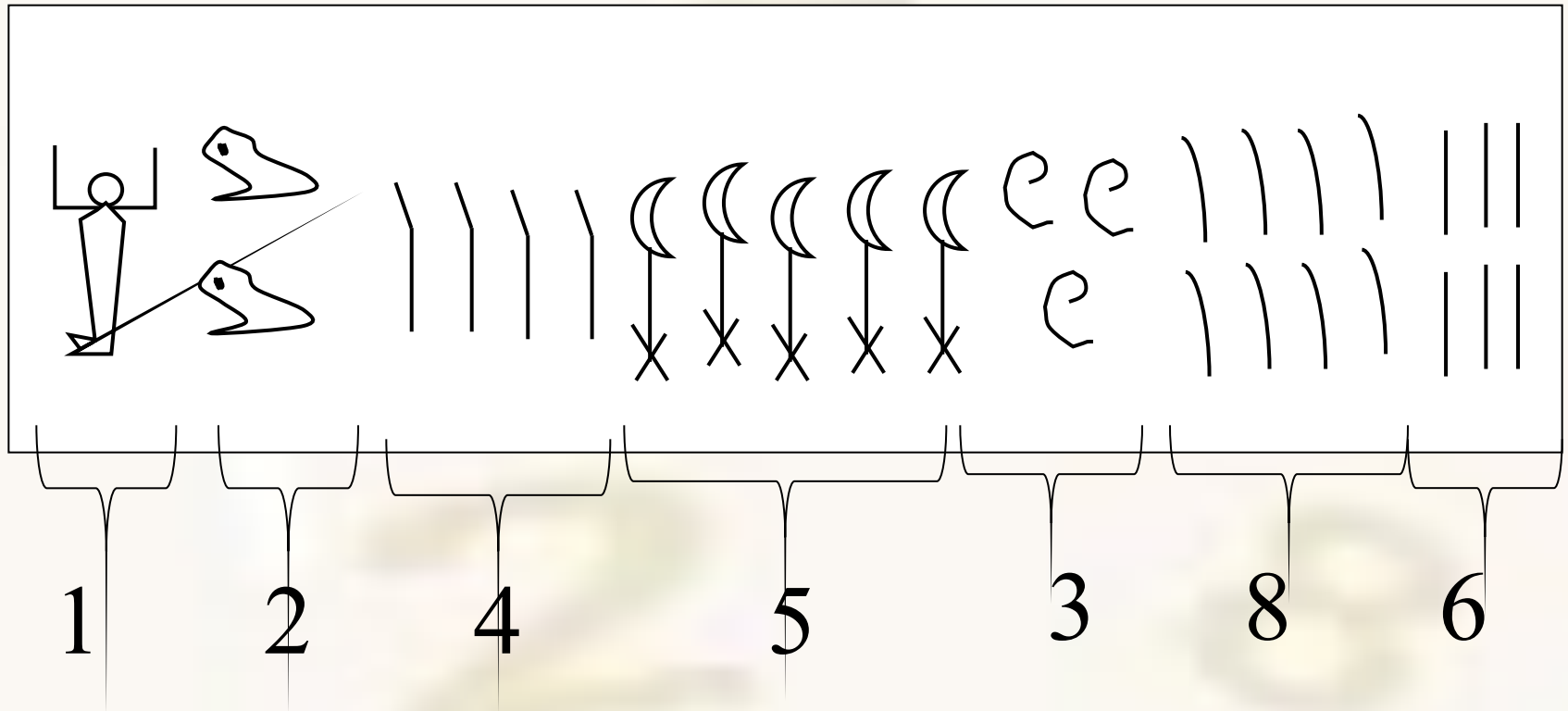
10 000 000



Египтяне поклонялись богу Ра, богу Солнца и, наверное, так изображали самое большое свое число

Число **1 245 386**

в древнеегипетской записи будет выглядеть



# Как же египтяне считали?

Оказывается, умножение и деление они производили путем последовательного удвоения чисел - фактически представлением числа в двоичной системе



# Алфавитная нумерация

В середине V в. до н. э. появилась запись чисел нового типа, так называемая **алфавитная нумерация**.

В этой системе записи числа обозначались при помощи букв алфавита., над которыми ставились черточки: первые девять букв обозначали числа от 1 до 9, следующие девять - числа 10, 20, 30, ..., 90, и следующие девять - числа 100, 200, ..., 900.

Таким образом, можно было обозначать любое число до 999.

## кириллическая нумерация

а - 1	і - 10	ρ - 100
в - 2	к - 20	с - 200
г - 3	л - 30	т - 300
д - 4	м - 40	ϥ - 400
е - 5	н - 50	φ - 500
ѕ - 6	ѣ - 60	χ - 600
з - 7	о - 70	ψ - 700
и - 8	п - 80	ω - 800
ѳ - 9	ч - 90	ц - 900

## Греческий алфавит

α	1	ι	10	ρ	100
β	2	χ	20	σ	200
γ	3	λ	30	τ	300
δ	4	μ	40	ω	400
ε	5	ν	50	φ	500
κ	6	ξ	60	χ	600
ζ	7	ο	70	ψ	700
η	8	π	80	ω	800
θ	9	Ϟ	90	ι	900



# Древнегреческая нумерация

Запись алфавитными символами могла делаться в любом порядке, так как число получалось как сумма значений отдельных букв.

Например,

записи – **ϕλβ βϕλ ϕβλ**

все эквивалентны и означают число **532**.

Однако выполнять арифметические вычисления в такой системе было настолько трудно, что без применения каких-то приспособлений оказалось обойтись практически невозможно

Греческий алфавит					
α	1	ι	10	ρ	100
β	2	χ	20	σ	200
γ	3	λ	30	τ	300
δ	4	μ	40	ω	400
ε	5	ν	50	φ	500
κ	6	ξ	60	χ	600
ζ	7	ο	70	ψ	700
η	8	π	80	ω	800
θ	9	Ϟ	90		900

500	-	ϕ
30	-	λ
2	-	β

ϕ λ β  
500 30 2

β ϕ λ  
2 500 30

ϕ β λ  
500 2 30



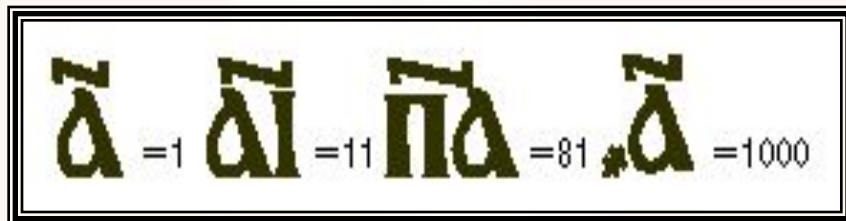
# Славянская кириллическая нумерация

Алфавитная система была принята и в Древней Руси.

Эта форма записи чисел получила большое распространение в связи с тем, что имела полное сходство с греческой записью чисел. Если посмотреть внимательно, то увидим, что после "а" идет буква "в", а не "б" как следует по славянскому алфавиту, то есть используются только буквы, которые есть в греческом алфавите.

1 — <b>А</b> аз	10 — <b>І</b> и*	100 — <b>Р</b> рцы
2 — <b>В</b> веди	20 — <b>К</b> како	200 — <b>С</b> слово
3 — <b>Г</b> глаголь	30 — <b>Л</b> люди	300 — <b>Т</b> твердо
4 — <b>Д</b> добро	40 — <b>М</b> мыслете	400 — <b>У</b> ук**
5 — <b>Є</b> есть**	50 — <b>Н</b> наш**	500 — <b>Ф</b> ферг
6 — <b>З</b> зело*	60 — <b>Ѧ</b> кси**	600 — <b>Х</b> хер
7 — <b>З</b> земля**	70 — <b>Ѡ</b> он	700 — <b>Ѩ</b> пси*
8 — <b>И</b> иже**	80 — <b>П</b> покой	800 — <b>Ѡ</b> омега*
9 — <b>Ѡ</b> фита*	90 — <b>Ч</b> червь	900 — <b>Ц</b> цы
* Буквы, исключенные впоследствии из русского алфавита.		
** Буквы, у которых изменилось начертание.		

Чтобы различать буквы и цифры, над числами ставился особый значок — титло (  $\sim$  ).



Так можно было записывать числа до 999.



Для больших чисел использовался знак тысяч  $\neq$ , который ставился *впереди* символа, обозначающего число

До **XVII века** эта форма записи чисел была официальной на территории России, Белоруссии, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии.

До сих пор православные церковные книги используют эту нумерацию.

а - 1	Г - 10	ρ - 100
в - 2	к - 20	с - 200
г - 3	л - 30	т - 300
д - 4	м - 40	γ - 400
е - 5	н - 50	φ - 500
ѕ - 6	ѡ - 60	χ - 600
з - 7	о - 70	ψ - 700
и - 8	п - 80	ω - 800
ѣ - 9	ч - 90	ц - 900

# Римская нумерация



Это нумерация, известная нам и в настоящее время.

С нею мы достаточно часто сталкиваемся в повседневной жизни.

Это номера глав в книгах, указание века, числа на циферблате часов, и т. д.

Возникла эта нумерация в древнем Риме.

В ней имеются узловые числа: один, пять и т. д.

Остальные числа получались путем прибавления или вычитания одних узловых чисел из других

Например,

**четыре** записывается как **IV**, т. е. **пять** минус **один**,

**восемь** — **VIII** (**пять** плюс **три**),  
**сорок**—**XL** (**пятьдесят** минус **десять**),

**девяносто шесть**—**XCVI** (**сто** минус **десять** плюс **пять** и плюс еще **один**) и т. д.

Римские цифры			
1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L	2000	Z

# Арабская нумерация

Это, самая распространенная на сегодняшний день нумерация, которой мы пользуемся в настоящее время.

Применяемые в настоящее время цифры **1234567890**

сложились в Индии около **400 г.н.э**

Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800 г.н.э.**,

а примерно в **1200 г.н.э.** ее начали применять в Европе, однако в Европе они стали известны благодаря трудам арабских математиков, и потому за ними утвердилось название **«арабские»**, хотя сами арабы вплоть до настоящего времени пользуются совсем другими символами.

Арабские цифры:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

В России арабская нумерация стала использоваться при Петре I (до конца XVII века сохранилась славянская нумерация)



В древней Индии и Китае существовали системы записи, построенные на **МУЛЬТИПЛИКАТИВНОМ ПРИНЦИПЕ.**

В таких системах для записи одинакового числа единиц, десятков, сотен или тысяч применяются одни и те же символы, но после каждого символа пишется название соответствующего разряда.

Если десятки обозначить символом Д, а сотни - С, то число **325** будет выглядеть так : **3С2Д5.**

Между II и VI вв.н.э. Индийцы познакомились с греческой астрономией.

**Индийцы и соединили греческие принципы нумерации со своей десятичной мультипликативной системой.**

Из арабского языка заимствовано и слово **"цифра"** (по-арабски "сыфр"), означающее буквально **"пустое место"**

Это слово применялось для названия знака пустого разряда, и этот смысл сохраняло до XVIII века, хотя еще в XV веке появился латинский термин "нуль" (nullum - ничто).

Форма индийских цифр претерпевала многообразные изменения.

Та форма, которой мы сейчас пользуемся установилась в **XVI** веке.

**0 1 2 3 4 5 6 7 8 9**

По мнению марроканского историка Абделькари Боунжира арабским цифрам в их первоначальном варианте было придано значение в строгом соответствии с числом углов, которые образуют фигуры



## **Система счисления —**

совокупность правил  
наименования и изображения  
чисел с помощью набора  
символов, называемых цифрами.

Количество цифр (знаков), используемых для  
представления чисел называют

**Основанием системы счисления**



Сегодня мы настолько сроднились с 10-ной системой счисления, в которой десять цифр.

Так что не представляем себе иных способов счета.

Но до наших дней сохранились что следы счета шестидесятками.

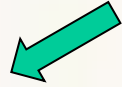
Ведь до сих пор мы делим час на 60 минут, а минуту на 60 секунд. Окружность делят на 360, то есть  $6 \cdot 60$  градусов, градус - на 60 минут, а минуту - на шестьдесят секунд.

в сутках 24 часа, а в году 365 дней.

Таким образом,

- время (часы и минуты) мы считаем в 60-ной системе,
- сутки - в 24-ной,
- недели в 7-ной,

# Системы счисления



## Непозиционные

Системы счисления, в которых каждой цифре соответствует величина, не зависящая от её места в записи числа

Древнегреческая,  
кириллическая,  
римская



## Позиционные

Системы счисления, в которых вклад каждой цифры в величину числа зависит от её положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число

Десятичная, двоичная и т.д.

В римской записи числа важно не собственное положение цифры, а где она стоит относительно другой цифры:

записи XII и IX. Здесь в обоих случаях цифра "I" стоит на 2-ом месте справа,

но в одном случае ее нужно прибавлять к 10, а в другом вычитать!

Наиболее совершенными являются позиционные системы счисления, т.е. системы записи чисел, в которых вклад каждой цифры в величину числа зависит от её положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число

Например, в числе 53 цифра "5" в разряде десятков дает числу вклад в 50 единиц ( $5 \cdot 10$ ).

Позиционные системы счисления результат длительного исторического развития непозиционных систем счисления

Например,

число **444** записано тремя одинаковыми цифрами, но каждая из них имеет свое значение: четыре сотни, четыре десятка и четыре единицы.

То есть его можно записать вот так:

$$444 = 4 \times 100 + 4 \times 10 + 4 \times 1.$$

или

$$444 = 4 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 4 \times 10^0.$$

Нетрудно заметить, что если обозначить цифры числа как  $a_2$ ,  $a_1$  и  $a_0$ , то любое трехзначное число может быть представлено в виде:

$$N = a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0.$$

Число 10, степени которого используются в этой формуле (и именно столько разных цифр есть в десятичной системе), называют **основанием** системы счисления, а степени десятки -- **весами** разрядов.



## Контрольные вопросы

1. Что такое система счисления?
2. Чем отличаются позиционные системы счисления от непозиционных, в чем их преимущества?  
Привести примеры позиционных и непозиционных систем счисления.
3. А. С. Пушкин родился в MDCCXCIХ году?
4. Что такое основание системы счисления?
5. Система счисления с каким основанием была самой первой?
6. В какой стране впервые стали использоваться специальные обозначения для 5, 10, 100, 1000, 10000000?

# Системы счисления, используемые в компьютере

**Двоичная**      0,1

Двоичная система счисления является основной системой представления информации в памяти компьютера.

**Восьмеричная**

0,1,2,3,4,5,6,7

**Шестнадцатеричная**

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

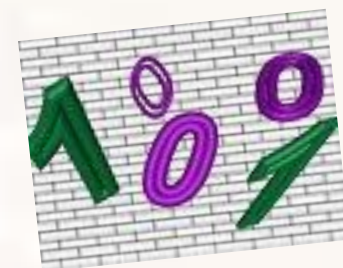
Официальное рождение двоичной арифметики связано с именем Г.В. Лейбница, опубликовавшего в 1703 г. статью, в которой он рассмотрел правила выполнения арифметических действий над двоичными числами.



Двоичная система проста, так как для представления информации в ней используются всего два состояния или две цифры.

Такое представление информации принято называть **двоичным кодированием.**

Представление информации в двоичной системе использовалось человеком с давних времен. Так, жители островов Полинезии передавали необходимую информацию при помощи барабанов: чередование звонких и глухих ударов.





## **Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?**

**Компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:**

- для ее реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной
- представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика намного проще десятичной.

**Недостаток двоичной системы —**

быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.

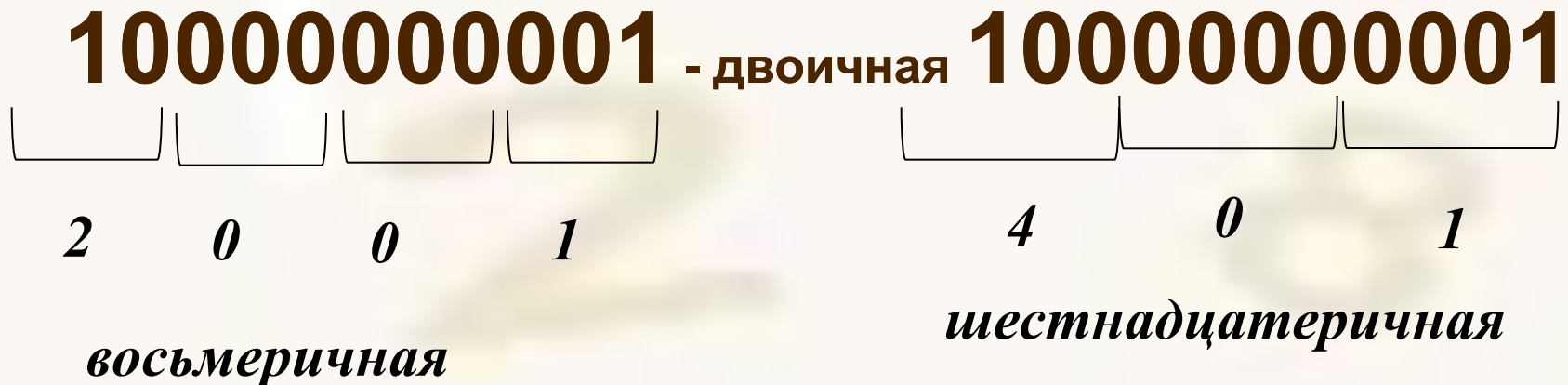
## Почему в компьютерах используются также восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления?

Двоичная система, удобная для компьютеров, для человека неудобна из-за ее громоздкости и непривычной записи.

Перевод чисел из десятичной системы в двоичную и наоборот выполняет машина.

Для программистов удобнее работать с более компактной записью.

Таковыми системами и являются 8-ая и 16-ая



# Перевод чисел (8) $\rightarrow$ (2), (16) $\rightarrow$ (2)

- Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему: каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной *триадой* (тройкой цифр) или *тетрадой* (четверкой цифр).

- Примеры:

$$5371_8 = \underbrace{101}_5 \underbrace{011}_3 \underbrace{111}_7 \underbrace{001}_1;$$

$$1A3F_{16} = \underbrace{1}_{1} \underbrace{1010}_A \underbrace{0011}_3 \underbrace{1111}_F;$$

- Переведите:

$$3754_8 = \quad \quad \quad 2$$

$$2ED_{16} = \quad \quad \quad 2$$

# Перевод чисел $(2) \rightarrow (8)$ , $(2) \rightarrow (16)$

- Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную, его нужно разбить влево и вправо от запятой на *триады* (для восьмеричной) или *тетрады* (для шестнадцатеричной) и каждую такую группу заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

- Примеры:

$$1101010000111_2 = 1 \ 5 \ 2 \ 0 \ 7_8;$$

~~1 101 010 000 111~~

$$110111000001101_2 = 6 \ E \ 0 \ D_{16}$$

~~110 1110 0000 1101~~

- Переведите:

$$1011111010101100_2 = \quad \quad \quad 8$$

$$1011010100000110_2 = \quad \quad \quad 16$$

# Перевод чисел $(q) \rightarrow (10)$

- Запись числа в развернутой форме и вычисление полученного выражения в десятичной системе.

- Примеры:

$$110110_2 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 54_{10};$$

$$237_8 = 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 128 + 24 + 7 = 159_{10};$$

$$3FA_{16} = 3 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 768 + 240 + 10 = 1018_{10}.$$

- Переведите:

$$1100011010_2 = \quad \quad \quad 10$$

$$162_8 = \quad \quad \quad 10$$

$$E23_{16} = \quad \quad \quad 10$$

# Перевод чисел $(10) \rightarrow (q)$

- Последовательное целочисленное деление десятичного числа на основание системы  $q$ , пока последнее частное не станет равным нулю.
- Число в системе счисления с основанием  $q$  — последовательность остатков деления, изображенных одной  $q$ -ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения.
- Примеры:

Напоминание: первый остаток  $11_{10}$  в этом примере записывается шестнадцатеричной цифрой  $B_{16}$ .

- Переведите:

$$141_{10} = \quad \quad \quad 2$$

$$141_{10} = \quad \quad \quad 8$$

$$141_{10} = \quad \quad \quad 16$$

# Максимальное значение числа

- Для записи одного и того же значения в различных системах счисления требуется разное число позиций или разрядов:

$$96_{10} \text{ (2 разряда)} = 60_{16} \text{ (2 разряда)} = 140_8 \text{ (3 разряда)} = 1100000_2 \text{ (7 разрядов)}$$

- Чем меньше основание системы, тем больше длина числа (длина разрядной сетки).
- Если длина разрядной сетки задана, то это ограничивает максимальное по абсолютному значению число, которое можно записать.
- $A_{q(\max)} = q^N - 1$ , где  $N$  — длина разрядной сетки (любое положительное число).
- Пример. Если в двоичной системе счисления длина разрядной сетки  $N=8$ , то  $A_{2(\max)} = 2^8 - 1 = 255$  — максимальное число, которое можно записать в этих восьми разрядах ( $1111111_2$ ).

# Двоичная арифметика

Таблица  
сложения

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Таблица  
вычитания

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

Таблица  
умножения

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} + \quad 11011 \\ \quad 101101 \\ \hline 1001000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 1001000 \\ \quad 101101 \\ \hline 11011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 110101001 & 10001 \\ - 10001 & \hline 10011 & \\ - 10001 & \\ \hline 10001 & \\ \quad \bar{1}0001 & \\ \hline 00000 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 11001 \\ \quad 10001 \\ \hline \quad 11001 \\ + \quad 00000 \_ \\ \quad 00000 \_ \_ \\ \quad 00000 \_ \_ \_ \\ 11001 \_ \_ \_ \_ \\ \hline 110101001 \end{array}$$



# Упражнения

- Во сколько раз увеличится число  $10,1_2$  при переносе запятой на один знак вправо?
- При переносе запятой на два знака вправо число  $11,11_x$  увеличилось в 4 раза. Чему равен  $x$ ?
- Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записано число 23?
- $48_{10} \rightarrow$   $2^*$
- $16_{10} \rightarrow$   $8^*$
- $891_{10} \rightarrow$   $16^*$
- $1101111011_2 \rightarrow$   $10^*$
- $257_8 \rightarrow$   $10^*$

# Упражнения

- $7B8_{16} \rightarrow$   $10^{\cdot}$
- Двоичное число записано в виде многочлена:  
 $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0$ . Какой вид имеет число в двоичной, десятичной записи?
- Сравните числа:  $11101_2$   $1D_{16}$   $2$   $10$
- $111101001000_2 \rightarrow$   $16^{\cdot}$
- $1100001111_2 \rightarrow$   $8^{\cdot}$
- $4F3D_{16} \rightarrow$   $2^{\cdot}$
- $713_8 \rightarrow$   $2^{\cdot}$
- Составьте таблицу эквивалентов чисел от 0 до 22 для  $q=10$  и  $q=6$ .

# Литература

- Семакин И.Г., Вараксин Г.С. Информатика. Структурированный конспект базового курса.
- Под ред. Семакина И.Г. Информатика. Задачник-практикум в 2 т. Том 1.
- Шауцукова Л.З. Информатика: Учебное пособие для 10-11 классов общеобразовательных учреждений.
- Угринович Н.Д. Информатика и информационные технологии. Учебник для 10-11 классов.
- Соловьёва Л.Ф. Информатика в видеосюжетах.

