

# ТЕМА 5. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

---

*5.1. Средняя величина: понятие и виды*

*5.2. Средняя арифметическая: способы расчета и ее свойства*

*5.3. Способы расчета средней гармонической*

*5.4. Структурные средние: мода и медиана*

*5.5. Показатели вариации*

*Средняя величина* – это  
**обобщающий показатель,  
характеризующий типичный  
уровень варьирующего  
количественного признака на  
единицу совокупности в  
определенных условиях места и  
времени.**

# *Виды средних величин:*

---

- *Степенные средние* (к ним относятся средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя геометрическая);**
  - *Структурные средние* (мода и медиана).**
-

# Степенные средние рассчитываются по формуле

---

$$\bar{x} = \sqrt[R]{\frac{\sum x^R}{n}}$$

**где  $x$  – индивидуальное значение усредняемого признака;**

**$R$  – показатель степени средней;**

**$n$  – число признаков (единичной совокупности);**

**$\sum$  – сумма.**

---

# Виды простых средних:

Значение R	Формула	Наименование простой средней
-1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	простая гармоническая
0	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_n} = \sqrt[n]{\Pi x}$ <p>где <math>\Pi</math> - произведение</p>	простая геометрическая
1	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	простая арифметическая
2	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	простая квадратическая

# *Средняя арифметическая –*

---

это частное от деления  
суммы индивидуальных  
значений признака всех  
единиц совокупности на  
число единиц совокупности.

---

# *Виды средней гармонической:*

---

- 2.** *Средняя гармоническая взвешенная*  
**рассчитывается по формуле:**

$$\bar{x} = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \frac{w_3}{x_3} + \dots + \frac{w_n}{x_n}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

**где  $w(xf)$  – весь объем явления.**

---

# **Средняя арифметическая простая применяется в двух случаях:**

---

- когда каждая варианта встречается только один раз в ряду распределения;**
  - когда все частоты равны между собой.**
-



***Средняя арифметическая взвешенная***  
**используется, когда частоты не равны**  
**между собой:**

---

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f}$$

**где  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  – частоты или веса (числа, показывающие, сколько раз встречаются индивидуальные значения признака).**

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 1. Средняя величина от постоянной величины равна ей самой:**

$$\bar{A} = A.$$

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 2. Произведение средней величины на сумму частот равно сумме произведения вариантов на их частоты:**

$$\bar{x} \cdot \Sigma f = \Sigma x \cdot f$$

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 3.** Если каждую варианту увеличить или уменьшить на одну и ту же величину, то средняя величина увеличится или уменьшится на эту же величину:

$$\frac{\Sigma(x \pm A) \cdot f}{\Sigma f} = \bar{x} \pm A$$

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 4.** Если каждую варианту увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то средняя величина увеличится или уменьшится в то же число раз:

$$\frac{\Sigma(x \cdot A) \cdot f}{\Sigma f} = \bar{x} \cdot A$$

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 5.** Если все частоты увеличить или уменьшить в одинаковое число раз, средняя величина не изменится:

$$\frac{\sum x \cdot (A \cdot f)}{\sum A \cdot f} = \frac{A \sum x \cdot f}{A \sum f} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \bar{x}$$

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 6.** Средняя величина суммы равна сумме средних величин:

$$\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}$$

---

# *Свойства средней арифметической:*

---

- 7. Сумма отклонений всех значений признака от средней величины равна нулю.**
-



# *Виды средней гармонической:*

---

- 1.** *Средняя гармоническая простая* рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

---

**Для интервального ряда с равными интервалами мода рассчитывается по формуле:**

---

$$M_o = x_0 + i_M \cdot \frac{f_M - f_{M-1}}{(f_M - f_{M-1}) + (f_M - f_{M+1})}$$

где  $x_0$  – начальная (нижняя) граница модального интервала;

$i_M, i_{M-1}, i_{M+1}$  – величина соответственно модального, до- и послемодаального интервалов

$f_M, f_{M-1}, f_{M+1}$  – частота модального, до- и послемодаального интервалов соответственно.

---

---

***Мода (Mo)* – наиболее  
часто встречающееся  
значение признака у  
единиц совокупности.**

---

***Средняя арифметическая простая***  
**рассчитывается по формуле:**

---

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

**где  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  – индивидуальные значения признака (варианты);**

**$n$  – число единиц совокупности (вариант).**

---

---

*Модальный интервал –*  
**это интервал, который  
имеет наибольшую  
частоту.**

---

***Медиана (Me)* – это значение признака, которое лежит в середине ранжированного ряда и делит этот ряд на две равные части по числу единиц: одна часть имеет значения признака меньше медианы, а другая больше медианы.**

---

***Ранжированный ряд –***

---

**это расположение  
значений признака в  
порядке возрастания  
или убывания.**

---

**В дискретном ранжированном ряду, где каждая варианта встречается один раз, а число вариантов нечетное номер медианы определяется по формуле:**

$$N_{Me} = \frac{n + 1}{2}$$

**где  $n$  – число членов ряда.**

---



**В дискретном ранжированном ряду, где  
каждая варианта встречается  
несколько раз, номер медианы  
определяется по формуле:**

---

$$N_{Me} = \frac{\Sigma f}{2}$$



**Для интервального ряда медиана  
рассчитывается по формуле:**

---

$$Me = x_0 + i_{Me} \cdot \frac{\frac{\Sigma f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где  $x_0$  – нижняя граница медианного интервала;

$i_{Me}$  – величина медианного интервала;

$\Sigma f$  – общее число единиц совокупности;

$S_{Me-1}$  – накопленная частота до медианного интервала;

---

$f_{Me}$  – частота медианного интервала.

*Медианный интервал* – это

---

**такой интервал, в котором  
его накопленная частота  
равна или превышает  
полусумму всех частот  
ряда.**

---

*Вариация признака –*

---

**это различие  
индивидуальных  
значений признака  
внутри изучаемой  
совокупности.**

---

# Показатели вариации подразделяются на:

---

## 1) Абсолютные:

- размах вариации;
- среднее линейное отклонение;
- среднее квадратическое отклонение; дисперсия.

## 2) Относительные:

- коэффициент осцилляции;
  - коэффициент вариации;
  - относительное линейное отклонение.
-

**Размах вариации (R) показывает, на какую величину изменяется значение признака:**

---

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

где  $x_{\min}$  – максимальное значение признака;

$x_{\max}$  – минимальное значение признака.

---

# *Среднее линейное отклонение* определяется:

---

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad \text{– простое}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f} \quad \text{– взвешенное}$$

---

**Дисперсия ( $\sigma^2$ ) определяется:**

---

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n} \quad \text{– простая}$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 \cdot f}{\Sigma f} \quad \text{– взвешенная}$$

---



# *Среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ )* определяется:

---

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{– простое}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} \quad \text{– взвешенное}$$

---









При достаточно большой численности совокупности (200 наблюдений) и нормальном распределении единиц совокупности число групп с равными интервалами можно определить по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N$$

где  $N$  – число единиц совокупности.

