

ТЕМА 5. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

5.1. Средняя величина: понятие и виды

5.2. Средняя арифметическая: способы расчета и ее свойства

5.3. Способы расчета средней гармонической

5.4. Структурные средние: мода и медиана

5.5. Показатели вариации

Средняя величина – это
**обобщающий показатель,
характеризующий типичный
уровень варьирующего
количественного признака на
единицу совокупности в
определенных условиях места и
времени.**

Виды средних величин:

- *Степенные средние* (к ним относятся средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя геометрическая);**
 - *Структурные средние* (мода и медиана).**
-

Степенные средние рассчитываются по формуле

$$\bar{x} = \sqrt[R]{\frac{\sum x^R}{n}}$$

где x – индивидуальное значение усредняемого признака;

R – показатель степени средней;

n – число признаков (единичной совокупности);

\sum – сумма.

Виды простых средних:

Значение R	Формула	Наименование простой средней
-1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	простая гармоническая
0	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_n} = \sqrt[n]{\Pi x}$ <p>где Π - произведение</p>	простая геометрическая
1	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	простая арифметическая
2	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	простая квадратическая

Средняя арифметическая –

это частное от деления
суммы индивидуальных
значений признака всех
единиц совокупности на
число единиц совокупности.

Виды средней гармонической:

- 2.** *Средняя гармоническая взвешенная*
рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \frac{w_3}{x_3} + \dots + \frac{w_n}{x_n}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

где $w(xf)$ – весь объем явления.

Средняя арифметическая простая применяется в двух случаях:

- когда каждая варианта встречается только один раз в ряду распределения;**
 - когда все частоты равны между собой.**
-

Средняя арифметическая взвешенная
используется, когда частоты не равны
между собой:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f}$$

где $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ – частоты или веса (числа, показывающие, сколько раз встречаются индивидуальные значения признака).

Свойства средней арифметической:

- 1. Средняя величина от постоянной величины равна ей самой:**

$$\bar{A} = A.$$

Свойства средней арифметической:

- 2. Произведение средней величины на сумму частот равно сумме произведения вариантов на их частоты:**

$$\bar{x} \cdot \Sigma f = \Sigma x \cdot f$$

Свойства средней арифметической:

- 3.** Если каждую варианту увеличить или уменьшить на одну и ту же величину, то средняя величина увеличится или уменьшится на эту же величину:

$$\frac{\Sigma(x \pm A) \cdot f}{\Sigma f} = \bar{x} \pm A$$

Свойства средней арифметической:

- 4.** Если каждую варианту увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то средняя величина увеличится или уменьшится в то же число раз:

$$\frac{\Sigma(x \cdot A) \cdot f}{\Sigma f} = \bar{x} \cdot A$$

Свойства средней арифметической:

- 5.** Если все частоты увеличить или уменьшить в одинаковое число раз, средняя величина не изменится:

$$\frac{\sum x \cdot (A \cdot f)}{\sum A \cdot f} = \frac{A \sum x \cdot f}{A \sum f} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \bar{x}$$

Свойства средней арифметической:

- 6.** Средняя величина суммы равна сумме средних величин:

$$\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}$$

Свойства средней арифметической:

- 7. Сумма отклонений всех значений признака от средней величины равна нулю.**
-

Виды средней гармонической:

- 1.** *Средняя гармоническая простая* рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

Для интервального ряда с равными интервалами мода рассчитывается по формуле:

$$M_o = x_0 + i_M \cdot \frac{f_M - f_{M-1}}{(f_M - f_{M-1}) + (f_M - f_{M+1})}$$

где x_0 – начальная (нижняя) граница модального интервала;

i_M, i_{M-1}, i_{M+1} – величина соответственно модального, до- и послемодаального интервалов

f_M, f_{M-1}, f_{M+1} – частота модального, до- и послемодаального интервалов соответственно.

***Мода (Mo)* – наиболее
часто встречающееся
значение признака у
единиц совокупности.**

Средняя арифметическая простая
рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\Sigma x}{n}$$

где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ – индивидуальные значения признака (варианты);

n – число единиц совокупности (вариант).

Модальный интервал –
это интервал, который
имеет наибольшую
частоту.

***Медиана (Me)* – это значение признака, которое лежит в середине ранжированного ряда и делит этот ряд на две равные части по числу единиц: одна часть имеет значения признака меньше медианы, а другая больше медианы.**

Ранжированный ряд –

это расположение значений признака в порядке возрастания или убывания.

В дискретном ранжированном ряду, где каждая варианта встречается один раз, а число вариантов нечетное номер медианы определяется по формуле:

$$N_{Me} = \frac{n + 1}{2}$$

где n – число членов ряда.

**В дискретном ранжированном ряду, где
каждая варианта встречается
несколько раз, номер медианы
определяется по формуле:**

$$N_{Me} = \frac{\Sigma f}{2}$$



**Для интервального ряда медиана
рассчитывается по формуле:**

$$Me = x_0 + i_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где x_0 – нижняя граница медианного интервала;

i_{Me} – величина медианного интервала;

$\sum f$ – общее число единиц совокупности;

S_{Me-1} – накопленная частота до медианного интервала;

f_{Me} – частота медианного интервала.

Медианный интервал – это

**такой интервал, в котором
его накопленная частота
равна или превышает
полусумму всех частот
ряда.**

Вариация признака –

**это различие
индивидуальных
значений признака
внутри изучаемой
совокупности.**

Показатели вариации подразделяются на:

1) Абсолютные:

- размах вариации;
- среднее линейное отклонение;
- среднее квадратическое отклонение; дисперсия.

2) Относительные:

- коэффициент осцилляции;
 - коэффициент вариации;
 - относительное линейное отклонение.
-

Размах вариации (R) показывает, на какую величину изменяется значение признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

где x_{\min} – максимальное значение признака;

x_{\max} – минимальное значение признака.

Среднее линейное отклонение определяется:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad \text{– простое}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f} \quad \text{– взвешенное}$$

Дисперсия (σ^2) определяется:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n} \quad \text{– простая}$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 \cdot f}{\Sigma f} \quad \text{– взвешенная}$$

Среднее квадратическое отклонение (σ) определяется:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{– простое}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 \cdot f}{\Sigma f}} \quad \text{– взвешенное}$$









При достаточно большой численности совокупности (200 наблюдений) и нормальном распределении единиц совокупности число групп с равными интервалами можно определить по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N$$

где N – число единиц совокупности.

