

# **Синус и косинус суммы аргументов**

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

# Пример:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

Вычислить  $\sin 75^\circ$ ,  $\cos 75^\circ$ .

Решение:

$$75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$$

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$\sin 75^\circ = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

Ответ:  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ .

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$$

$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$$

$$\cos 75^\circ = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Ответ: } \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

# Пример:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

Упростить  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2}\sin\alpha$ .

Решение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos\alpha + \cos\frac{\pi}{3} \cdot \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2}\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$$

Ответ:  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2}\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$ .

# Пример:

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

Упростить  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha$ .

Решение:

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha$$

Ответ:  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha$ .

# Пример:

Доказать тождество

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cdot \cos(-\beta) = \sin \beta \cdot \cos \alpha.$$

Доказательство:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\beta) = \cos \beta$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta - \sin \alpha \cdot \cos \beta = \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \beta = \sin \beta \cdot \cos \alpha.$$

# Пример:

$$\sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y = \sin(x + y)$$

Доказать тождество

$$\sin 5x \cdot \cos 3x + \cos 5x \cdot \sin 3x = \sin 8x.$$

Доказательство:

$$\sin 5x \cdot \cos 3x + \cos 5x \cdot \sin 3x = \sin(5x + 3x) = \sin 8x.$$

# Пример:

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

Найти значение выражения  $\cos 36^\circ \cdot \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \cdot \sin 24^\circ$ .

Решение:

$$\cos 36^\circ \cdot \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \cdot \sin 24^\circ = \cos(36^\circ + 24^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $\frac{1}{2}$ .

# Пример:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

Вычислить  $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$ .

Решение:

$$\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \sin \left( \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

# Пример:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

Решить уравнение  $\sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x = 1$ .

Решение:

$$\sin(2x + x) = \sin 3x$$

$$\sin 3x = 1$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$$

Ответ:  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$ .

# Пример:

Пусть  $\sin t = \frac{3}{5}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ . Найти  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right)$ .  $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

Решение:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right) = \sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos t + \cos\frac{\pi}{3} \cdot \sin t = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos t + \frac{1}{2} \sin t$$

$$\cos t = \sqrt{1 - \sin^2 t} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4\sqrt{3} + 3}{10}$$

# Пример:

Найти наименьший положительный корень уравнения в градусах

$$\sin x \cdot \cos 45^\circ + \cos x \cdot \sin 45^\circ = \cos 17^\circ \cdot \cos 13^\circ - \sin 17^\circ \cdot \sin 13^\circ.$$

Решение:

$$\sin x \cdot \cos 45^\circ + \cos x \cdot \sin 45^\circ = \sin(x + 45^\circ)$$

$$\cos 17^\circ \cdot \cos 13^\circ - \sin 17^\circ \cdot \sin 13^\circ = \cos(17^\circ + 13^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

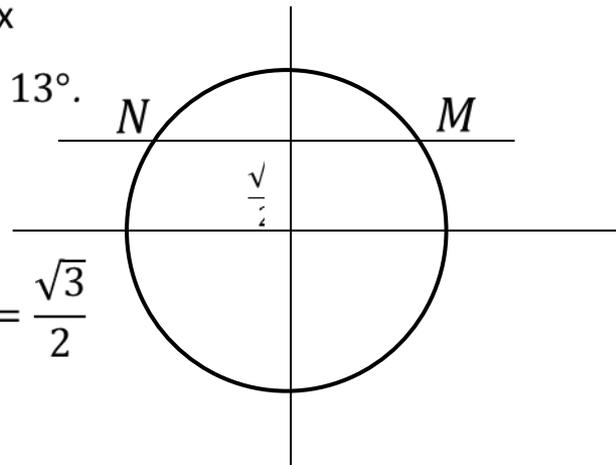
$$x + 45^\circ = 60^\circ + 360^\circ k, k \in Z$$

$$x + 45^\circ = 120^\circ + 360^\circ k, k \in Z$$

$$x = 15^\circ + 360^\circ k, k \in Z$$

$$x = 75^\circ + 360^\circ k, k \in Z$$

Ответ:  $15^\circ$



# Пример:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

Найти значение выражения  $\sin(\pi + \alpha)$ .

Решение:

$$\sin(\pi + \alpha) = \sin \pi \cdot \cos \alpha + \cos \pi \cdot \sin \alpha = 0 \cdot \cos \alpha - 1 \cdot \sin \alpha = -\sin \alpha$$

Ответ:  $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ .