Решение матричной игры в смешанных стратегиях

Потенко Максим Алексеевич
М8О-407Б

Введение

Матричной игрой в математической теории игр называется игра двух лиц с нулевой суммой, в которой в распоряжении каждого из них имеется конечное множество стратегий. Правила матричной игры определяет платёжная матрица, элементы которой - выигрыши первого игрока, которые являются также проигрышами второго игрока.

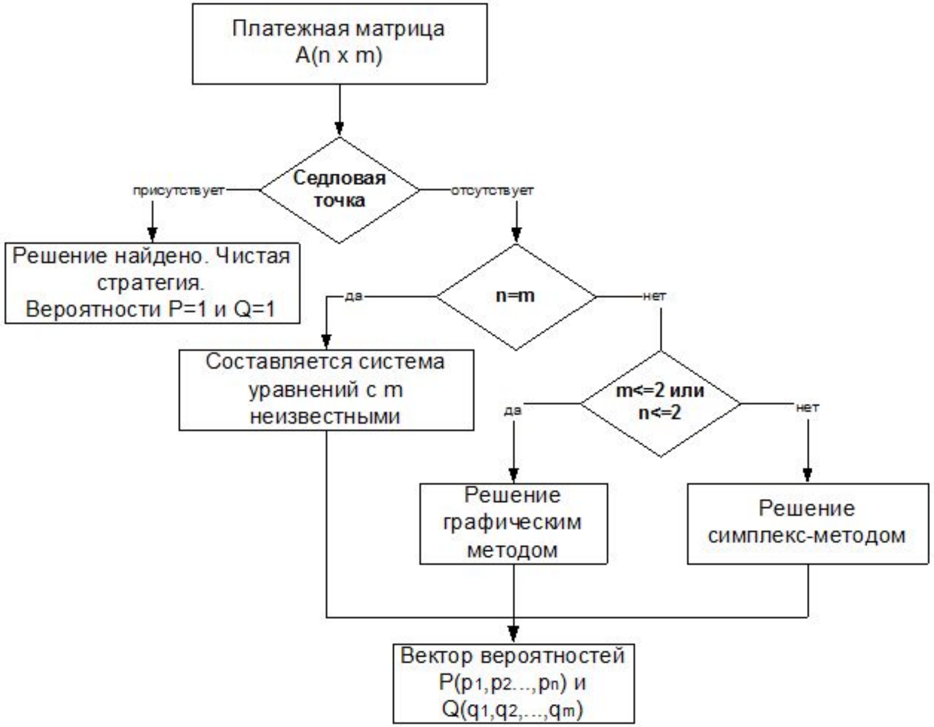
Матричная игра является антагонистической игрой. Первый игрок получает максимальный гарантированный (не зависящий от поведения второго игрока) выигрыш, равный цене игры, аналогично, второй игрок добивается минимального гарантированного проигрыша.

Под стратегией понимается совокупность правил (принципов), определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе игрока в зависимости от сложившейся ситуации.

Введение

Матричной игрой в математической теории игр называется игра двух лиц с нулевой суммой, в которой в распоряжении каждого из них имеется конечное множество стратегий. Правила матричной игры определяет платёжная матрица, элементы которой - выигрыши первого игрока, которые являются также проигрышами второго игрока.

Схема решения



Решение в смешанных стратегиях

Если седловая точка отсутствует, решение игры проводят в смешанных стратегиях и решают следующими методами:

- Решение игры через систему уравнений.
- Если задана квадратная матрица nxn (n=m), то вектор вероятностей можно найти, решив систему уравнений. Этот метод используется не всегда и применим только в отдельных случаях (если матрица 2x2, то решение игры получается практически всегда). Если в решении получаются отрицательные вероятности, то данную систему решают симплекс-

Решение в смешанных стратегиях

- Решение игры графическим методом.
- В случаях, когда $n=2$ или $m=2$, матричную игру можно решить графически.
- Решение матричной игры симплекс-методом.
- В этом случае матричная игра сводится к задаче линейного программирования.

Решение в смешанных стратегиях

- Решение игры графическим методом.
- В случаях, когда $n=2$ или $m=2$, матричную игру можно решить графически.
- Решение матричной игры симплекс-методом.
- В этом случае матричная игра сводится к задаче линейного программирования.

Пример решения задачи

Приведем игру к задаче линейного программирования и решим игру в смешанных стратегиях.

Игра имеет большую размерность, попробуем ее уменьшить, выделив невыгодные стратегии и вычеркнув их из матрицы (выполняем доминирование):

- Все элементы столбца B3 больше или равны элементам столбца B2, поэтому вычеркиваем столбец B3
- Все элементы столбца B4 больше или равны элементам столбца B2, поэтому вычеркиваем столбец B4

- Так как все элементы строки A3 меньше или равны элементам строки A2, вычеркиваем строку A3
- Получаем матрицу:

Составим пару симметричных двойственных задач, так чтобы исходная задача была стандартной задачей максимизации, матрица коэффициентов совпадала с платежной матрице A ,а коэффициенты при неизвестных в целевой функции и свободные члены неравенств были бы равны единице.

Решаем первую задачу симплекс-методом.
Приводим к каноническому виду:

Составляем симплекс-таблицу и решаем задачу преобразованием таблиц:

Базис	План	x1	x2	x3	x4
x3	1	2	4	1	0
x4	1	6	2	0	1
f	0	-1	-1	0	0

Базис	План	x1	x2	x3	x4
x3	2/3	0	10/3	1	-1/3
x1	1/6	1	1/3	0	1/6
f	1/6	0	-2/3	0	1/6

Базис	План	x1	x2	x3	x4
x2	1/5	0	1	3/10	-1/10
x1	1/10	1	0	-1/10	1/5
f	3/10	0	0	1/5	1/10

Из решений пары двойственных задач получим цену игры и оптимальные стратегии игроков:

Оптимальные стратегии для исходной игры:

Цена игры:

Заключение

Теория игр, являющаяся частью исследования операций используется в различных областях человеческой деятельности, таких как экономика и маркетинг, промышленность и сельское хозяйство, военное дело и строительство, торговля и автотранспорт, связь и т.д.

Принятие решения в условиях неопределенности – первая задача теории оптимальных решений. Поэтому крайне полезно уметь решать матричные игры.