



# *Тема 3. Радиационный теплообмен*

---

Лекции 10, 11



## § 1. Основные понятия радиационного переноса теплоты



Задача расчета радиационного теплообмена (РТО) – описать суммарные, макроскопические эффекты процессов распространения электромагнитных волн и их взаимодействия с веществом, поэтому принимается допущение, что излучение твердых и жидких тел является **поверхностным**. Излучение газов и некоторых полупрозрачных материалов является **объемным**.

**Интегральное** излучение – излучение во всем диапазоне длин волн. **Спектральное** излучение – отнесенное к бесконечно малому интервалу длин волн  $d\lambda$ .

**Поток излучения**  $Q$ , Вт – количество энергии, испускаемое в единицу времени.



**Плотность потока интегрального излучения**  $q$ , Вт/м<sup>2</sup> – величина потока интегрального излучения, отнесенная к единице площади излучающей поверхности:

$$q = \frac{dQ}{dF}.$$

**Плотность потока спектрального излучения**  $q_\lambda$ , Вт/м<sup>3</sup>:

$$q_\lambda = \frac{d^2Q}{dF \cdot d\lambda}.$$

**Яркость излучения**  $B$  – величина потока излучения в единице пространственного угла, отнесенная к единице площади проекции излучающей поверхности на плоскость, ортогональную направлению излучения, Вт/(м<sup>2</sup> · стер).

Излучение называется **изотропным (диффузным)**, если яркость излучения одинакова по всем направлениям.





# Элементарный объемный угол в декартовых координатах

$$d\omega = \frac{df}{r^2},$$

а в полярных координатах

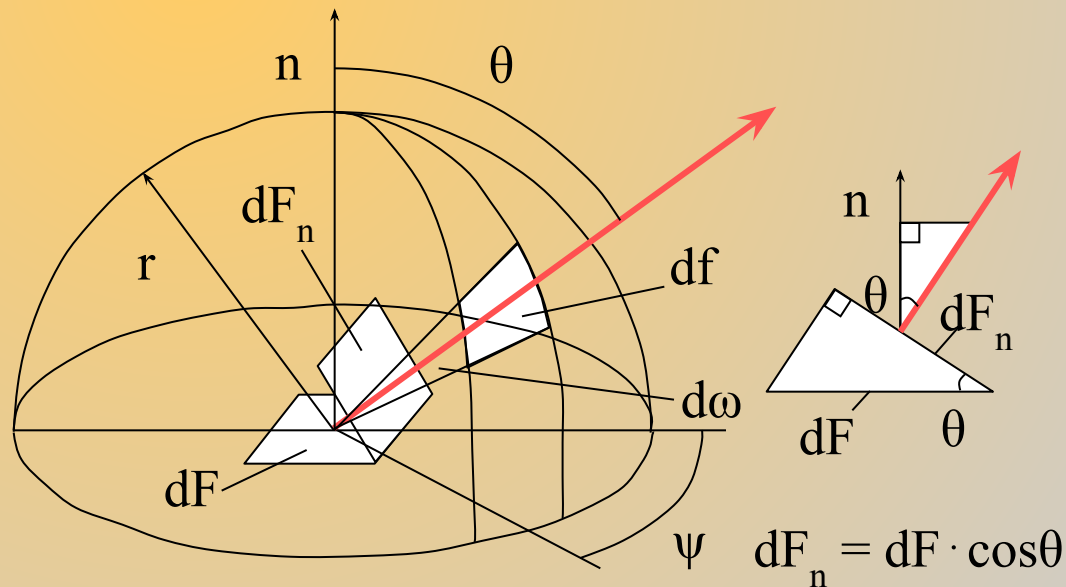
$$d\omega = d\theta \cdot d\psi \cdot \sin\theta,$$

где  $\theta$  – угол между нормалью к поверхности и направлением излучения,

$\psi$  – азимут выбранного направления.

По определению,

$$B = \frac{d^2Q}{dF_n \cdot d\omega} = \frac{d^2Q}{dF \cdot \cos\theta \cdot d\omega}.$$





Согласно определению яркости, плотность теплототока, изотропно излучаемого площадкой  $dF$  в пределах объемного угла  $d\omega$  в направлении, расположенном под углом  $\theta$  к нормали,

$$dq_{\theta} = \frac{d^2Q}{dF} = B \cdot \cos\theta \cdot d\omega = B \cdot \cos\theta \cdot d\theta \cdot d\psi \cdot \sin\theta,$$

а в пределах пространственного угла  $2 \cdot \pi$  стерадиан

$$q = B \cdot \int_0^{2\pi} d\psi \cdot \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cdot \cos\theta d\theta = B \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin^2\theta \Big|_0^{\pi/2} = \pi \cdot B \cdot$$

Следовательно,

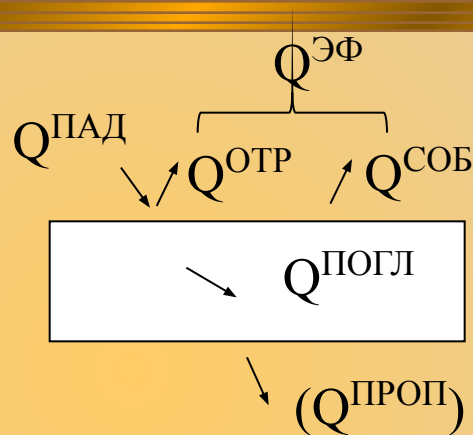
$$B = \frac{q}{\pi} -$$

связь между яркостью и плотностью потока полусферического излучения.





Падающий на поверхность тела поток излучения частично отразится, частично поглотится, а остаток пройдет сквозь тело:



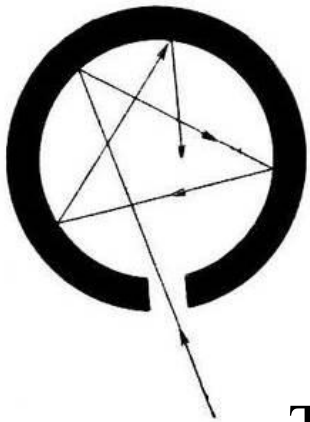
Согласно закону сохранения энергии,

$$Q^{\text{ПАД}} = Q^{\text{ПОГЛ}} + Q^{\text{ОТР}} + Q^{\text{ПРОП}} .$$

Разделим это равенство на величину падающего теплопотока:

$$A + R + D = 1 ,$$

где  $A$ ,  $R$ ,  $D$  – соответственно поглощательная, отражательная и пропускательная способность среды.



Тело, у которого  $R = D = 0$ , а  $A = 1$ ,  
называется **абсолютно черным телом (а.ч.т.)**.

*Модель а.ч.т.*

Тело, у которого  $A = D = 0$ , а  $R = 1$ , называется **абсолютно белым** (при изотропном излучении), либо **идеальным зеркалом** (при зеркальном отражении).

Когда  $A = R = 0$ , а  $D = 1$ , среда называется **диатермической (лучепрозрачной)**.

Поток эффективного излучения

$$Q_{\text{ЭФ}} = Q_{\text{СОБ}} + Q_{\text{ОТР}} = Q_{\text{СОБ}} + R \cdot Q_{\text{ПАД}}.$$

Поток результирующего излучения – разность между приходом и расходом теплоты в единицу времени:

$$Q_{\text{РЕЗ}} = Q_{\text{ПАД}} - Q_{\text{ЭФ}} = (Q_{\text{ПОГЛ}} + Q_{\text{ОТР}}) - (Q_{\text{СОБ}} + Q_{\text{ОТР}}) = Q_{\text{ПОГЛ}} - Q_{\text{СОБ}}.$$



## § 2. Законы излучения абсолютно черного тела



Согласно **закону Планка**, плотность потока спектрального излучения а.ч.т.

$$q_{\lambda}^0 = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot (e^{C_2/(\lambda \cdot T)} - 1)},$$

где  $C_1 = 3,7413 \cdot 10^{-16}$  Вт·м<sup>2</sup> – первая константа Планка;  
 $C_2 = 1,438 \cdot 10^{-2}$  м·К – вторая константа Планка;  
 $\lambda$  – длина волны, м;  
Т – абсолютная температура, К.



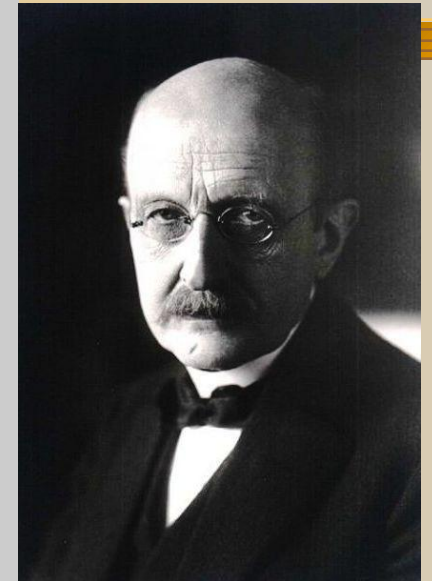




*Макс Карл Эрнст Людвиг Планк (1858–1947) – выдающийся немецкий физик. В 1879 г. защитил докторскую диссертацию, посвященную второму началу термодинамики. Работы Планка по термодинамике и ее приложениям к физической химии и электрохимии снискали ему международное признание.*

*В 1900 году он создал квантовую теорию излучения. Согласно законам классической физики, любое тело должно почти мгновенно излучить в пространство всю свою тепловую энергию и остыть до абсолютного нуля. Теория Планка разрешила это противоречие. Она утверждает, что энергия излучается не непрерывно, а порциями – квантами.*

*В 1919 г. Макс Планк был удостоен Нобелевской премии по физике за 1918 г. «в знак признания его заслуг в деле развития физики благодаря открытию квантов энергии».*



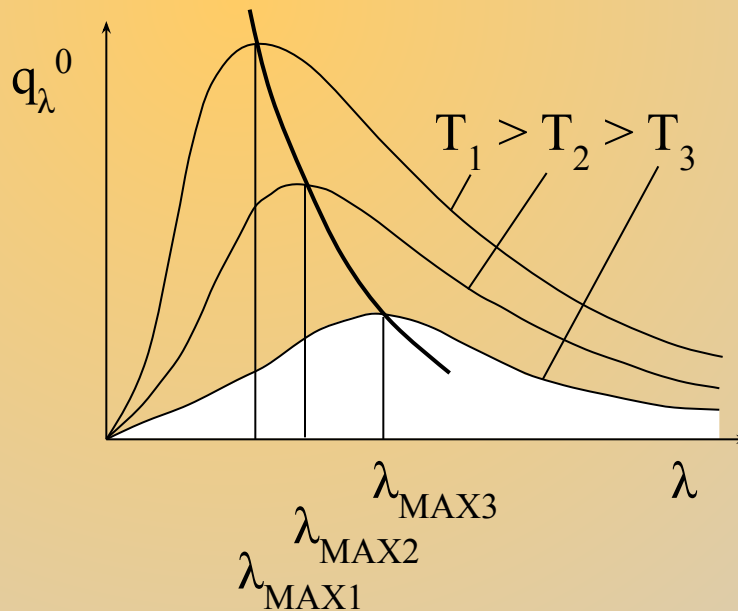


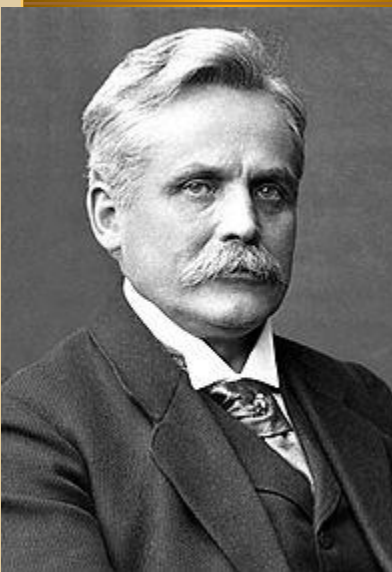
В соответствии с **законом смещения Вина**, с увеличением температуры а.ч.т. максимум излучаемой им энергии смещается в область более коротких длин волн:

$$\lambda_{\text{MAX}} \cdot T = b,$$

где  $\lambda_{\text{MAX}}$  – длина волны, соответствующая максимуму излучения, м;

$$b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$





*Вильгельм Карл Вернер Отто Фриц Франц Вин (1864–1928) – немецкий физик, лауреат Нобелевской премии по физике в 1911 г. «за открытия в области законов, управляющих тепловым излучением».*

*В 1886 г. Вильгельм Вин получил докторскую степень, защитив диссертацию, посвященную дифракции света. За 30-летний исследовательский период он выполнил широкий круг научных работ, касающихся теории теплового излучения, оптики, термодинамики, гидродинамики морских волн и циклонов, изучения электрических разрядов в газах, радиационной физики. В 1893 г. Вин исследовал излучение абсолютно черного тела, установив в 1896 г. закон смещения.*

*Вин развил теоретическое исследование Йозефа Стефана, подсчитав, каким образом изменение температуры повлияет на энергию, излучаемую на заданной длине волны, или цвете (на самом деле в узком интервале длин волн с центром в заданном значении).*



Согласно **закону Стефана-Больцмана**, плотность потока интегрального излучения а.ч.т.

(заштрихованная площадь под кривой спектрального распределения энергии излучения на слайде 10)

$$q^0 = \sigma_0 \cdot T^4,$$

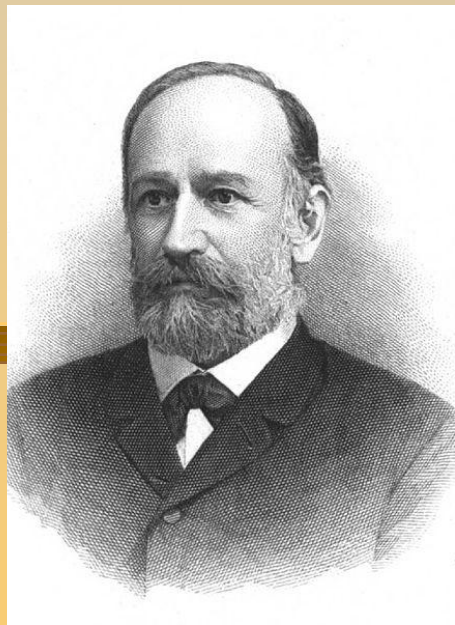
где  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт / (м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>) – константа Стефана-Больцмана.

Для инженерных расчетов формулу закона Стефана-Больцмана используют в виде:

$$q^0 = C_0 \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4,$$

где  $C_0 = 5,67$  Вт / (м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>) – константа а.ч.т.





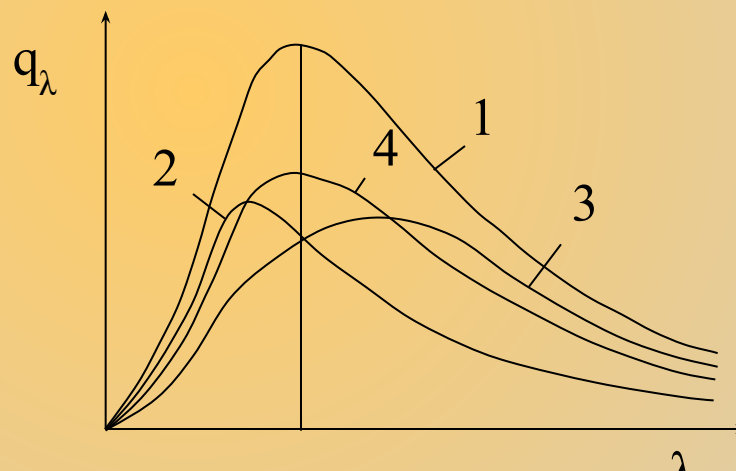
*Йозеф Стефан (1835–1893) – австрийский физик и математик. Известен своими работами по различным областям физики – кинетической теории газов, теории теплового излучения, оптике, акустике, электромагнетизму. Изучал диффузию и теплопроводность газов, получил коэффициенты теплопроводности многих из них. В 1879 году путем измерения теплоотдачи платиновой проволоки при различных температурах установил пропорциональность излучаемой ею энергии четвертой степени абсолютной температуры.*

*Людвиг Больцман (1844–1906) – австрийский физик, один из основателей статистической физики и физической кинетики. Впервые применил законы термодинамики к процессам излучения и в 1884 году теоретически вывел закон теплового излучения, согласно которому энергия, излучаемая абсолютно черным телом, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры.*



## § 3. Излучение реальных тел

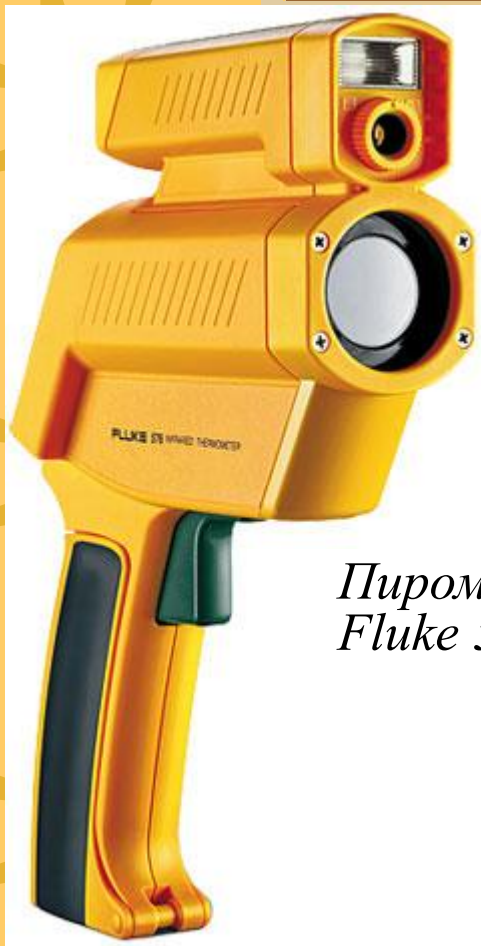
По величине и по спектральному распределению отличается от излучения а.ч.т.:



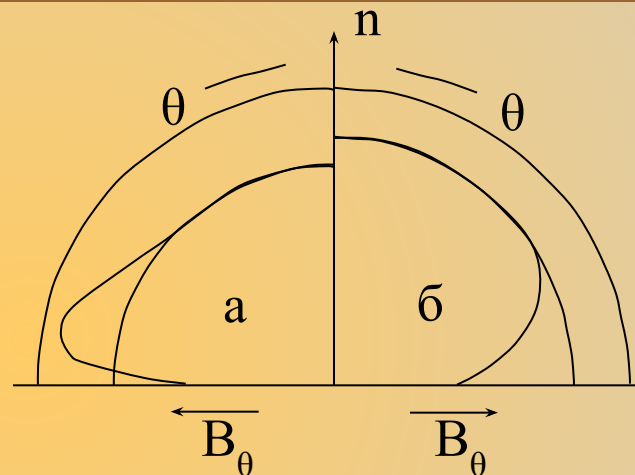
1 - а.ч.т.; 2 - неокисленный металл; 3 - диэлектрик (керамика,окалина, огнеупоры); 4 - серое тело



Излучение реальных тел не является изотропным:



*Пирометр  
Fluke 576*



а - неокисленный металл; б – диэлектрик

Увеличение шероховатости поверхности делает ее излучение близким к диффузному.



**Спектральная степень черноты**  $\varepsilon_\lambda$  – отношение плотностей потоков спектрального излучения данного тела и а.ч.т. при одних и тех же длине волны и температуре:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{q_\lambda}{q_\lambda^0} .$$

**Интегральная степень черноты**  $\varepsilon$  – отношение плотностей потоков интегрального излучения данного тела и а.ч.т., находящихся при одной и той же температуре:

$$\varepsilon = \frac{q}{q^0} .$$

С учетом последнего выражения, плотность потока собственного излучения реального тела

$$q_{\text{СОБ}} = \varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot T^4 .$$



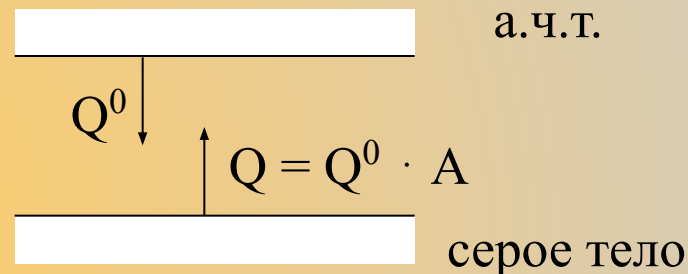




Рассмотрим 2 параллельные бесконечные плоские поверхности, изолированные от окружающей среды и находящиеся в состоянии термодинамического равновесия, т.е. имеющие одинаковую температуру.



Вся энергия, излучаемая в единицу времени а.ч.т., падает на поверхность серой пластины, которая поглощает в единицу времени количество энергии, равное  $Q_0 \cdot A$ .



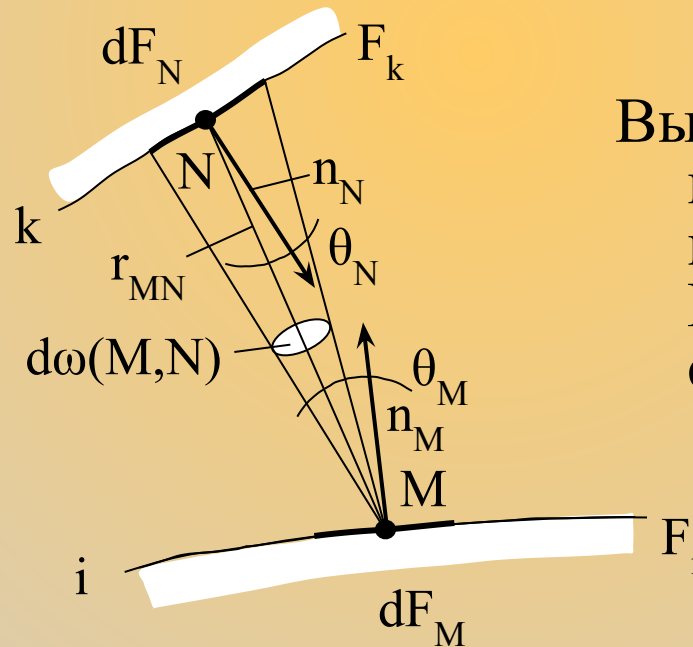
Поскольку рассматривается равновесная система, температура серой поверхности должна оставаться неизменной. Следовательно, серая пластина излучает ровно столько же энергии, сколько поглощает, т.е.

$$Q_0 \cdot A = Q \Rightarrow \frac{q}{q^0} = A .$$



## § 4. Угловые коэффициенты излучения

Рассмотрим РТО между 2 изотермическими изотропно излучающими и отражающими телами  $i$  и  $k$ , имеющими площади поверхности  $F_i$  и  $F_k$ :



Выделим элементарные площадки  $dF_M$  и  $dF_N$  в окрестностях точек  $M$  и  $N$ , принадлежащих соответственно  $i$  и  $k$ .



Согласно формуле слайда 4, величина потока излучения, покинувшего поверхность элементарной площадки  $dF_M$  и попавшего на элементарную площадку  $dF_N$

$$d^2Q(dF_M, dF_N) = B^{\text{ЭФ}}(M) \cdot \cos\theta_M \cdot d\omega(M, N) \cdot dF_M.$$

Для изотропно излучающих и отражающих объектов (слайд 5)

$$B^{\text{ЭФ}}(M) = \frac{q^{\text{ЭФ}}}{\pi}.$$

Величина пространственного угла

$$d\omega(M, N) = \frac{dF_N \cdot \cos\theta_N}{r_{MN}^2},$$

где  $dF_N \cdot \cos\theta_N$  – площадь проекции элементарной площадки  $dF_N$  на поверхность полусферы радиуса  $r_{MN}$ .



С учетом 2 последних формул

$$d^2Q(dF_M, dF_N) = q^{\text{ЭФ}}(M) \cdot dF_M \cdot \frac{\cos \theta_M \cdot \cos \theta_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} \cdot dF_N.$$

**Элементарный** угловой коэффициент

$$d\varphi_{dF_M - dF_N} = \frac{d^2Q(dF_M, dF_N)}{dQ^{\text{ЭФ}}(dF_M)} = \frac{\cos \theta_M \cdot \cos \theta_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} \cdot dF_N.$$

**Локальный** угловой коэффициент

$$\varphi_{dF_M - F_k} = \int_{F_k} d\varphi_{dF_M - dF_N} = \int_{F_k} \frac{\cos \theta_M \cdot \cos \theta_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} dF_N.$$



## Средний угловой коэффициент

$$\varphi_{F_i - F_k} = \varphi_{ik} = \frac{1}{F_i} \cdot \int_{F_i} \varphi_{dF_M - F_k} dF_M =$$

$$= \frac{1}{F_i} \int_{F_i} \int_{F_k} \frac{\cos \theta_M \cdot \cos \theta_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} dF_M dF_N.$$

Рассмотрим свойства средних угловых коэффициентов.

1. Взаимности:

$$\phi_{ik} \cdot F_i = \phi_{ki} \cdot F_k, -$$

следует из последней формулы.

2. Замкнутости:

$$\sum_{k=1}^n \varphi_{ik} = 1.$$





### 3. Невогнутости:

$$\phi_{ii} = 0.$$



### 4. Аддитивности:

$$\phi_{ik} = \phi_{ik1} + \phi_{ik2} + \dots + \phi_{ikn}.$$

Если поверхность  $k$  состоит из  $n$  зон, так что



$$F_k = F_{k1} + F_{k2} + \dots + F_{kn},$$

то все угловые коэффициенты  $\phi_{ik1}, \phi_{ik2}, \dots, \phi_{ikn}$  взаимно независимы и суммируются в обычном арифметическом смысле.



Пользуясь этими свойствами, можно определить средние угловые коэффициенты в простейших случаях.



А.

1 \_\_\_\_\_

2 \_\_\_\_\_

Для системы из 2 параллельных бесконечных пластин, аналогичной рабочему пространству современных протяжных печей, печей с шагающим подом и плоским сводом и т.п., по свойству невогнутости,

$$\phi_{11} = \phi_{22} = 0.$$

По свойству замкнутости,

$$\phi_{11} + \phi_{12} = 1 \quad \text{и} \quad \phi_{22} + \phi_{21} = 1.$$

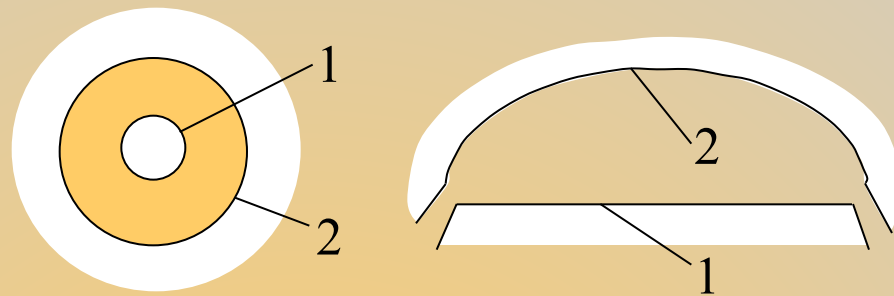
Следовательно,

$$\phi_{12} = \phi_{21} = 1.$$





Б.



Для системы из 2 концентрических сфер (такая схема характерна для секционных печей), а также внутренней поверхности сферического сегмента и его основания (схема соответствует электрическим печам сопротивления), по свойству невогнутости,  $\phi_{11} = 0$ , и, по свойству замкнутости,  $\phi_{12} = 1$ .

По свойству взаимности,

$$\phi_{12} \cdot F_1 = \phi_{21} \cdot F_2, \quad \Rightarrow \quad \phi_{21} = \phi_{12} \cdot \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_1}{F_2}.$$

По свойству замкнутости для поверхности 2,

$$\phi_{21} + \phi_{22} = 1. \quad \Rightarrow \quad \phi_{22} = 1 - \phi_{21} = 1 - \frac{F_1}{F_2}.$$