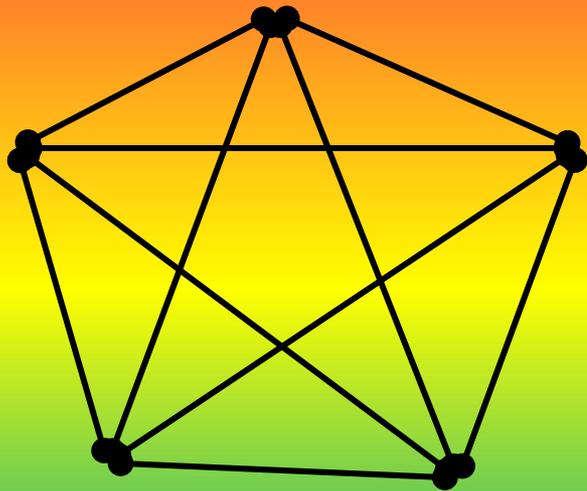


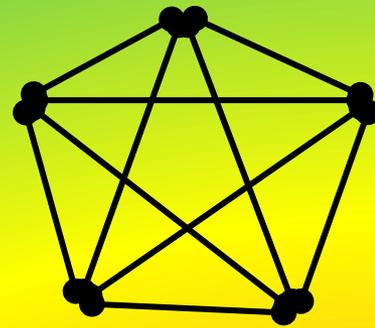
# Общие сведения



# ИЗ ТЕОРИИ ГРАФОВ

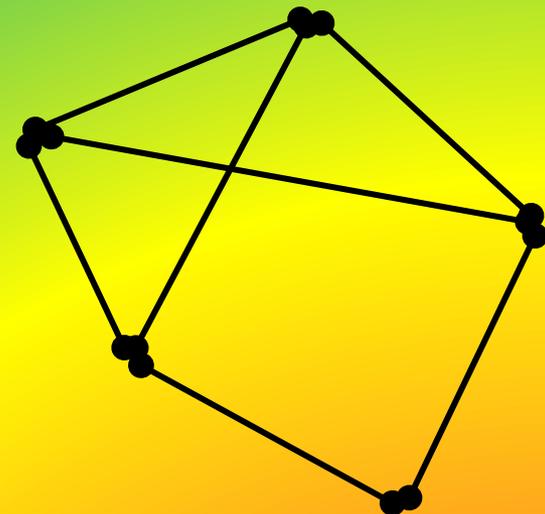
**Лекция № 14**

# **ЦЕЛИ УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ:**



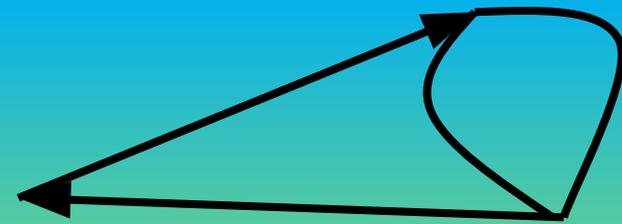
- ПРОВЕСТИ ПОДГОТОВКУ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛА «ГРАФОВЫЕ МОДЕЛИ»;**
- ПОВТОРИТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ТЕОРЕМЫ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ;**
- НА ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИМЕРАХ ЗАКРЕПИТЬ ЗНАНИЯ, ПРИОБРЕСТИ НОВЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ;**
- РАЗВИВАТЬ ВНИМАНИЕ, ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ.**

# КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ:



ОТМЕТКА	НАБРАНО БАЛЛОВ
Неудовлетворительно (1-3)	0-5 баллов
4 (четыре)	6-8 баллов
5 (пять)	9-11 баллов
6 (шесть)	12-15 баллов
7 (семь)	16-19 баллов
8 (восемь)	20-24 бала
9 (девять)	25-28 баллов
10 (десять)	29-30 баллов

# **1 ЭТАП** (ОЦЕНКА «БАГАЖА»)



**Впишите в лист индивидуального контроля ответы на следующие задания**

- 1) Выпишите понятия, которые, по вашему мнению, имеют отношение к теории графов: петля, лес, дерево, куст, точка, линия;**
- 2) Вспомните изученные ранее классификации моделей и попробуйте привести хотя бы одно определение, подходящее для графа ;**
- 3) Попробуйте привести пример графовой модели из повседневной жизни.**

**СПАСИБО!**

**ВАШИ ОТВЕТЫ**

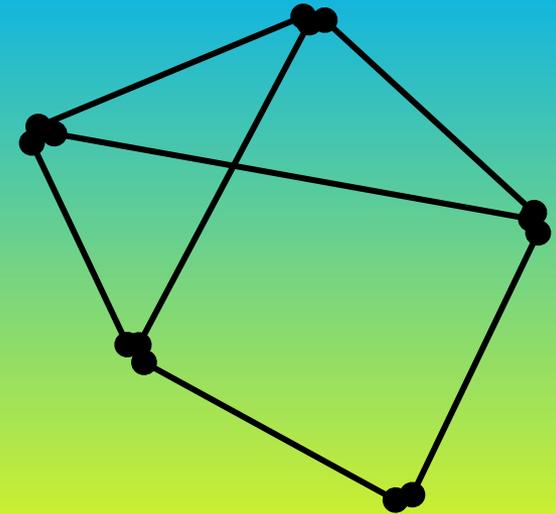
**ОБЯЗАТЕЛЬНО**

**БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ**

**И ОЦЕНЕНЫ**

**НА ПОСЛЕДУЮЩИХ**

**ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!**



## **2 ЭТАП** (АКТУАЛИЗАЦИЯ ТЕМЫ)



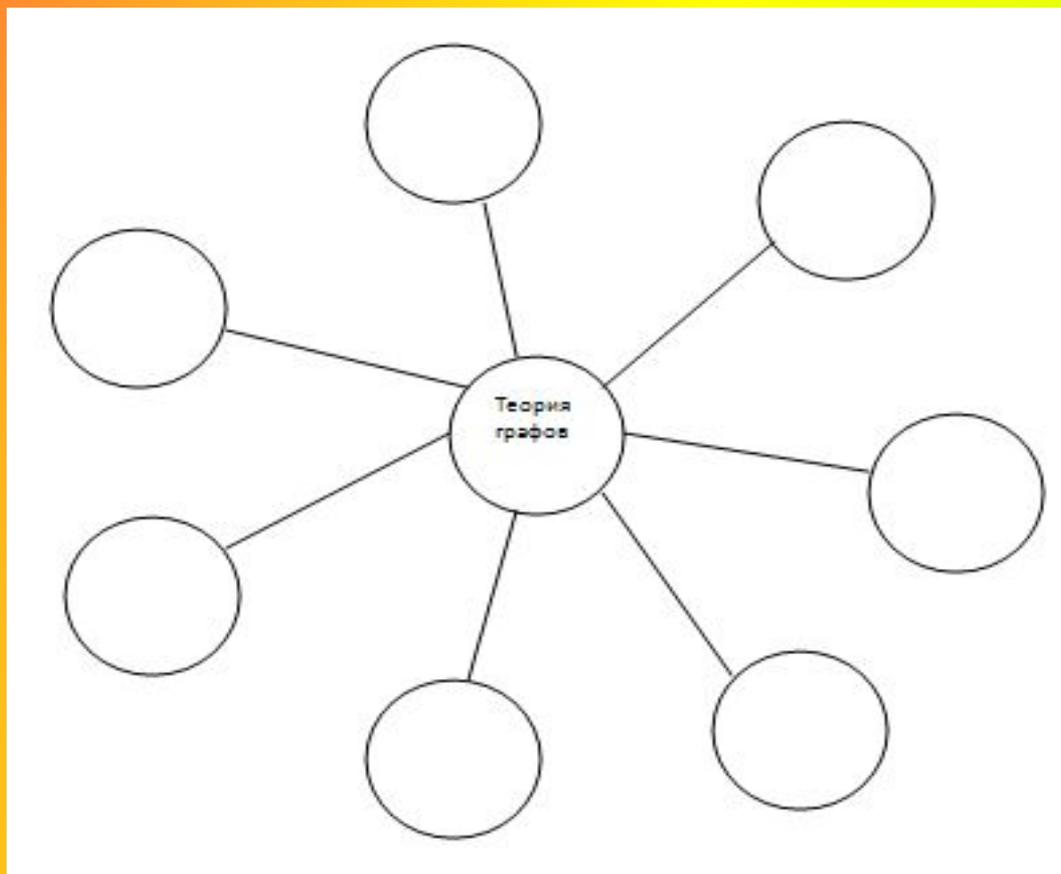
**Ищем ответы на следующие вопросы:**

- ❖ Насколько важно присутствие теории (метода) графов в повседневной жизни?**
- ❖ В какой степени широко теория (метод) графов используется каждым из нас?**

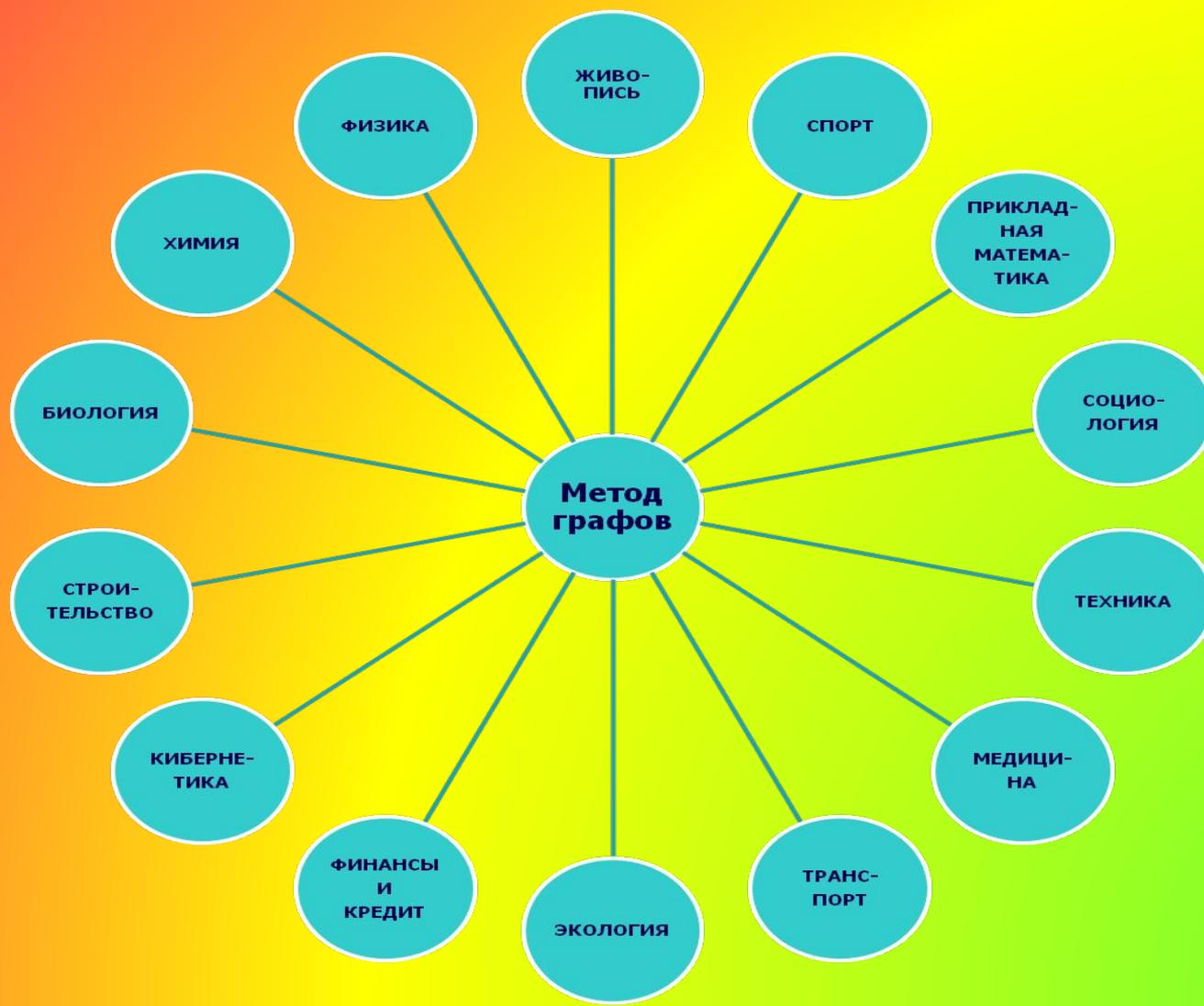
**В индивидуальный лист контроля вносятся две оценки степени важности для каждого из вопросов по-отдельности (шкала от 0 до 10)**

## ЭТАП 2

**Заполните лепестки «цветка» названиями сфер применения теории (метода) графов**  
*(количество лепестков может изменяться)*



# Сферы применения теории (метода) графов



**СПАСИБО!**

**ВАШИ ОТВЕТЫ**

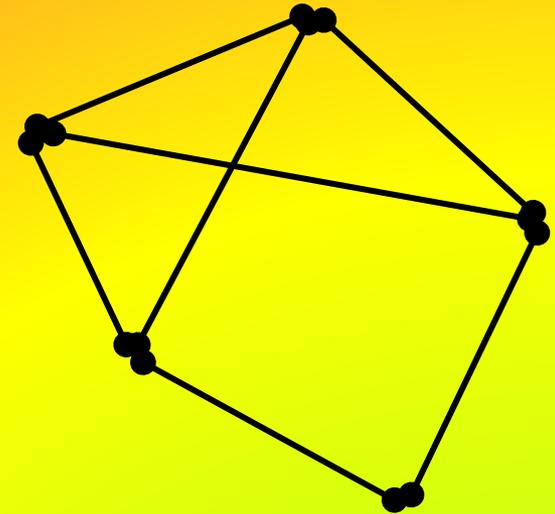
**ОБЯЗАТЕЛЬНО**

**БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ**

**И ОЦЕНЕНЫ**

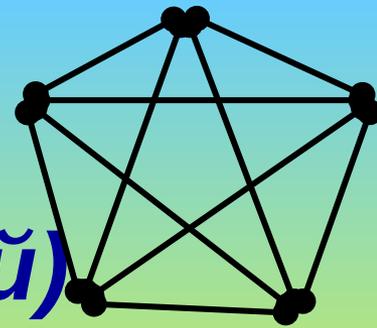
**НА ПОСЛЕДУЮЩИХ**

**ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!**

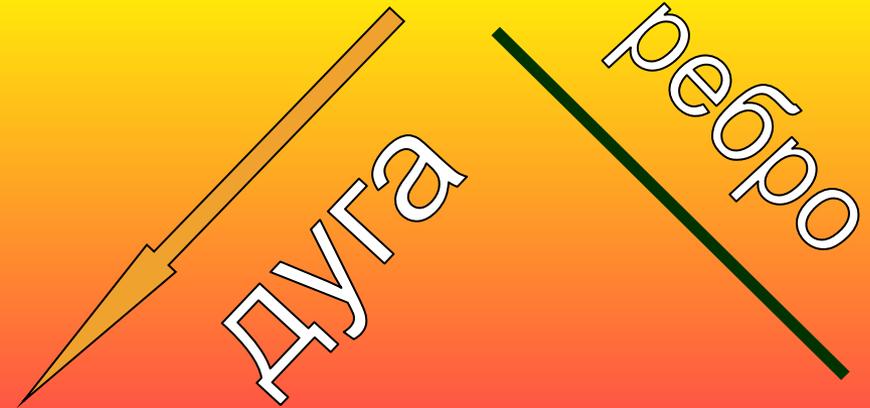


# 3 ЭТАП

## (введение основных понятий)

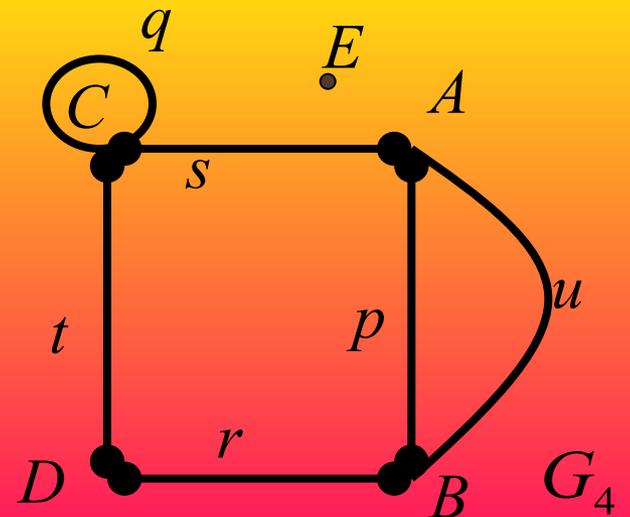
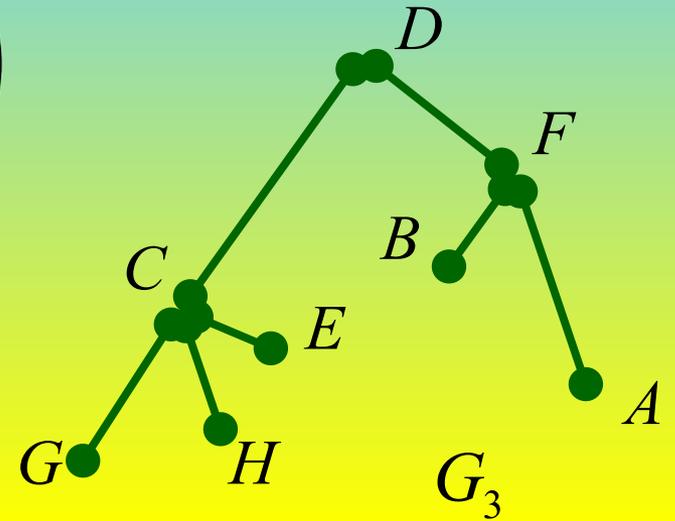
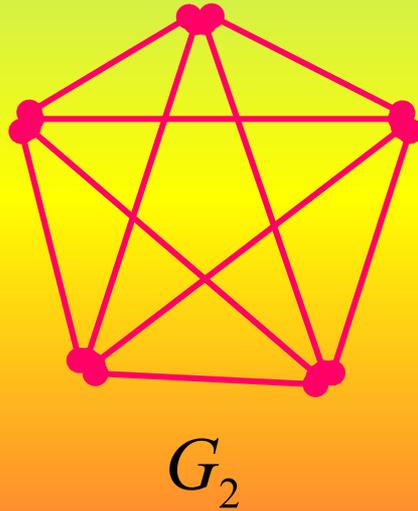
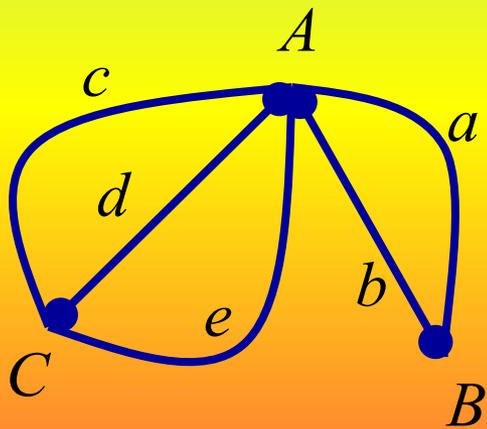


- ▣ Граф – это средство для наглядного представления состава и структуры некоторой системы. Он состоит из вершин, связанных дугами или рёбрами.

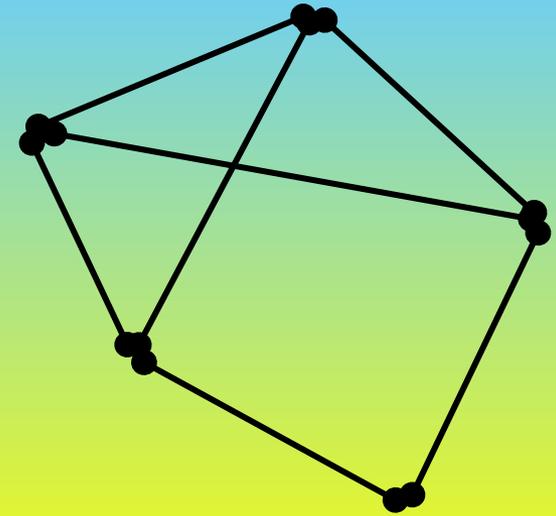


Граф , в котором все линии направленные, называется ориентированным

# ПРИМЕРЫ ГРАФОВ



# **Создание графовой модели для предмета повседневного обихода**



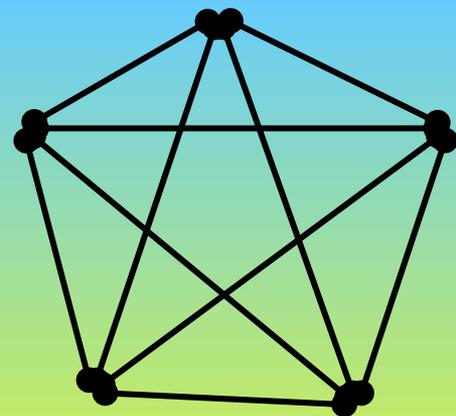
**Предмет – шариковая ручка**

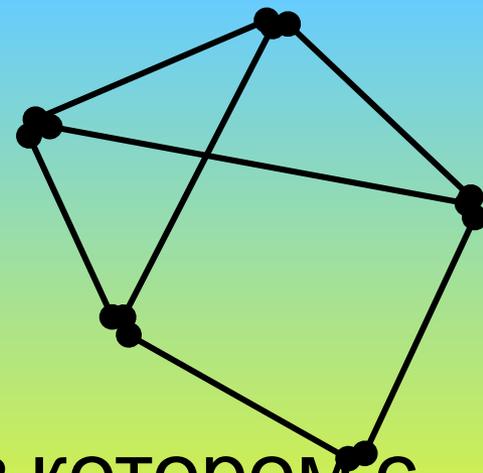
**Вершины графа – элементы ручки:**

- корпус (нижняя и верхняя части),**
- колпачок,**
- стержень (трубочка, наконечник и паста)**

**Линии – логические связи между ними**

# Устройство шариковой ручки





- ▣ **Взвешенный граф** – это граф, в котором с вершинами и линиями связана некоторая дополнительная информация - **вес** (пропускная способность) вершины или линии.
- ▣ Вес позволяет отобразить на графе не только структуру системы, но и различные свойства компонент и связей, количественные характеристики

# *Изображение взвешенного графа*

Вершины – города Беларуси:  
Минск, Могилев, Бобруйск

Расстояния:

- 1) Минск-Могилев = 204 км
- 2) Могилев-Бобруйск = 114 км
- 3) Минск-Бобруйск = 145 км

*Сведения взяты из официального источника на сайте  
[transinfo.by](http://transinfo.by)*

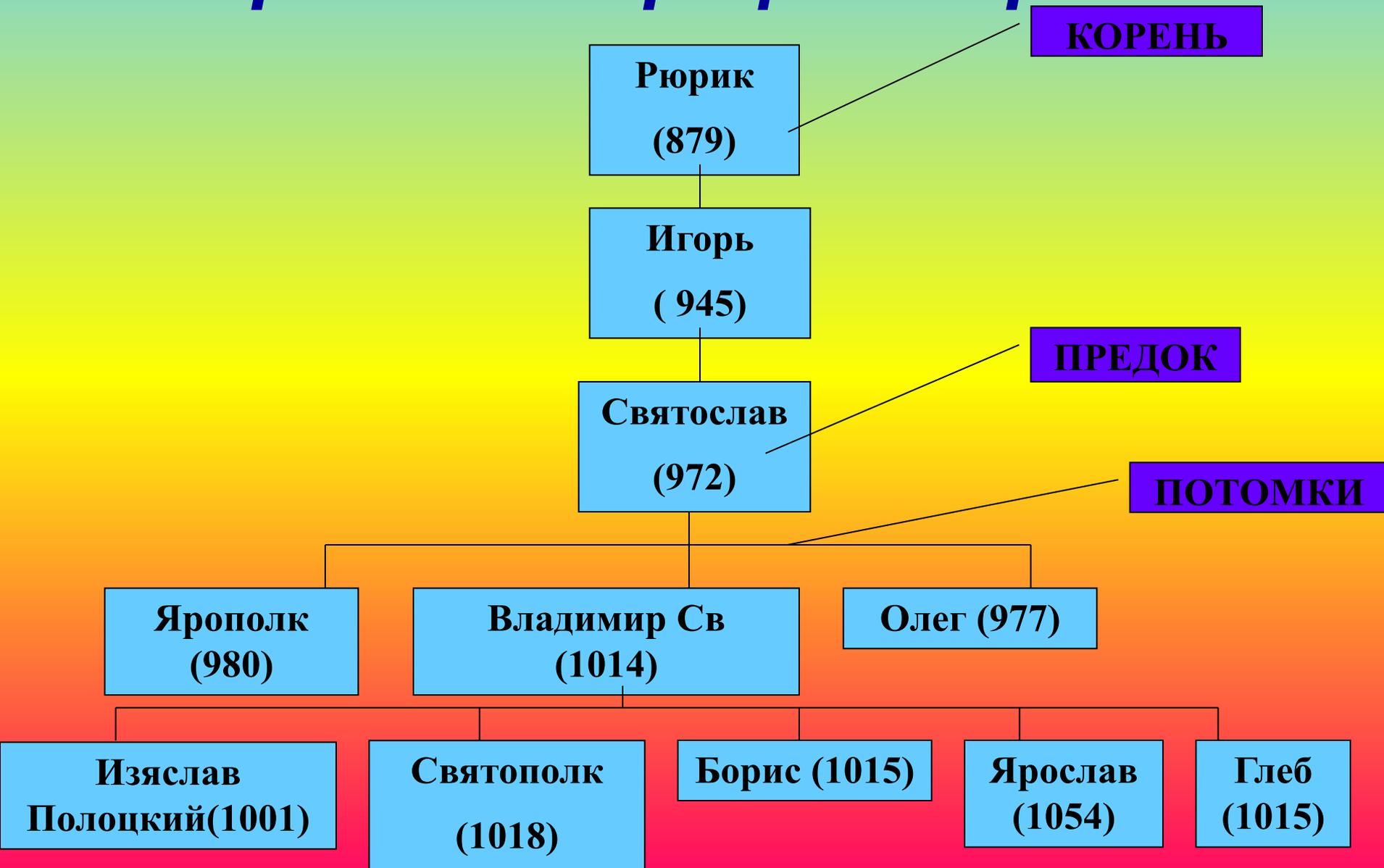
# Изображение взвешенного графа (проверьте себя)



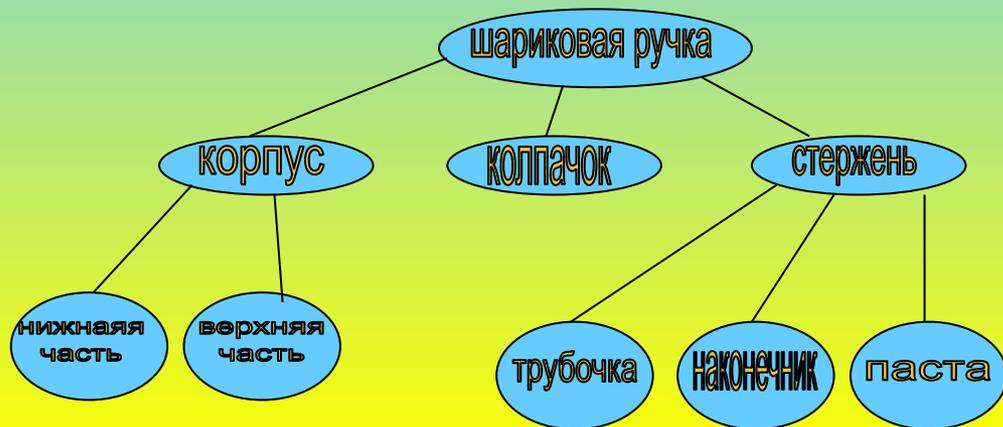
# Граф - дерево

- **Дерево** – это граф, предназначенный для отображения таких связей между объектами как вложенность, подчинённость, наследование.
- **Принцип построения:**
  1. **Рисуем «главную» вершину, которая не зависит ни от одной другой вершины (корень дерева или вершина «1 уровня»)**
  2. **Добавляем вершины второго уровня. (их может быть сколько угодно, все связаны с вершиной 1го уровня, но не связаны между собой).**
  3. **И.т.д.**

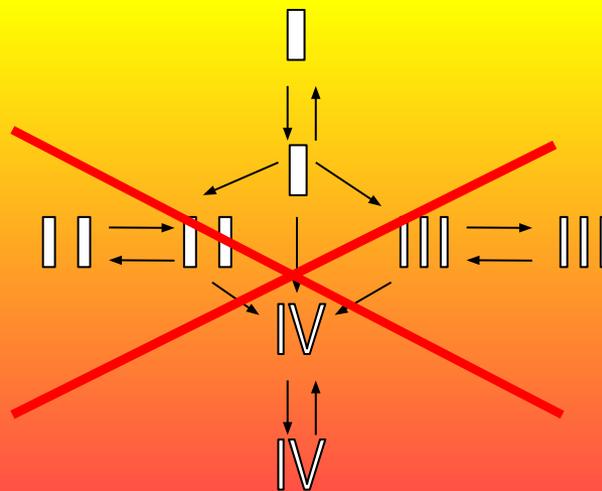
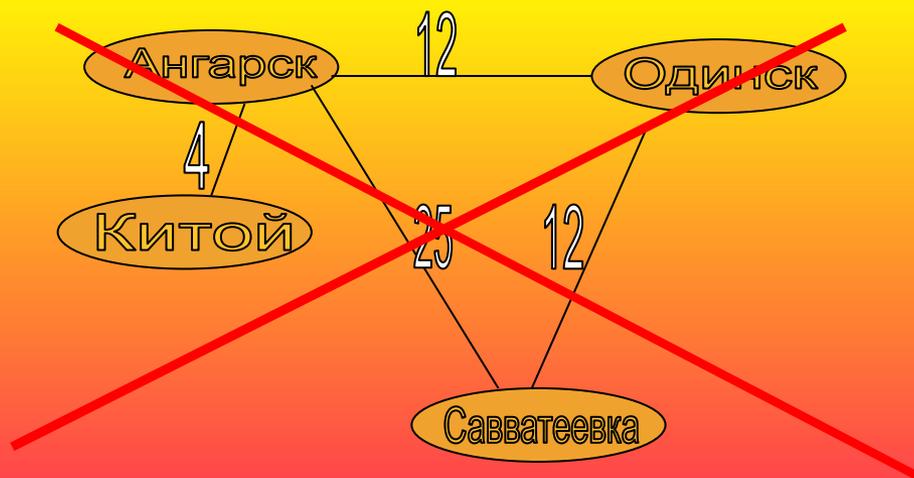
# Изображение графа - дерева



# Главный признак графа - дерева



**Потомки связаны только с предком, но не связаны между собой !!!**



# *Изображение графа - дерева*

*Пусть дано арифметическое выражение  
 $5*(3+7)*(8-2)$*

*Такой граф является деревом, листья которого являются числами, а прочими вершинами – операции.*

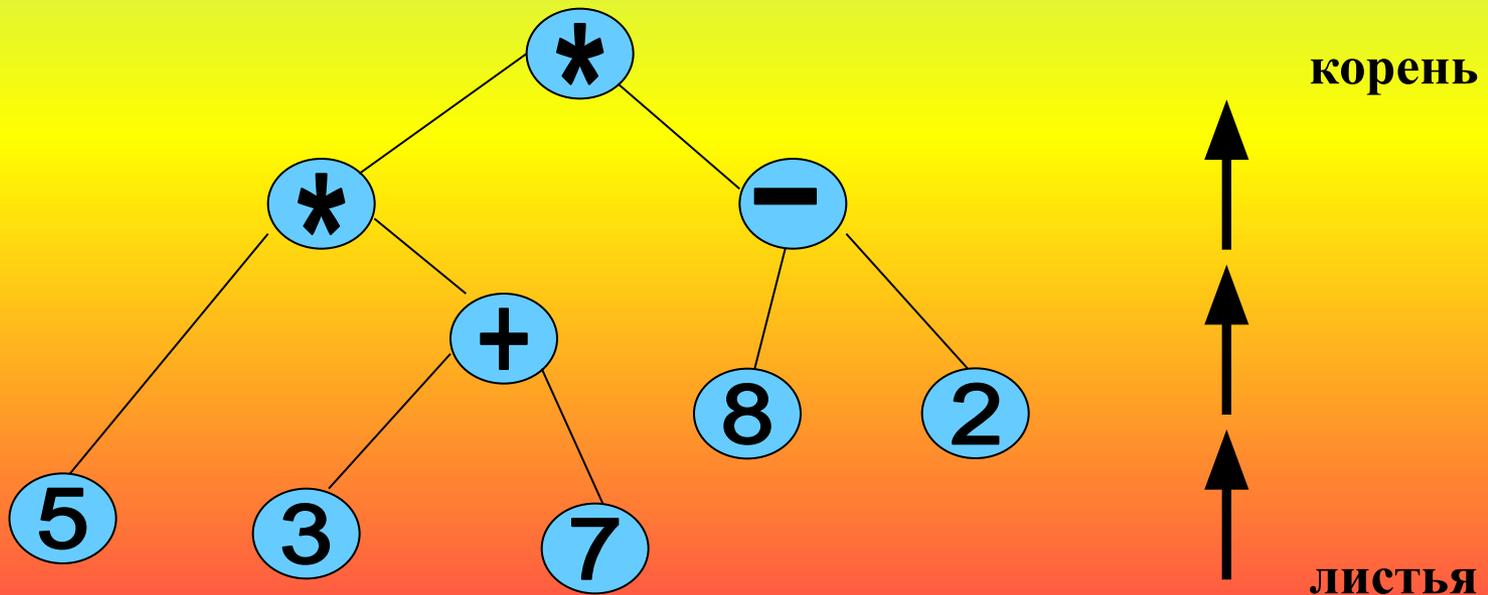
***ЗАМЕЧАНИЕ!***

*Последовательность операций следует определить от листьев к корню!*

# Изображение графа - дерева

Данное выражение:  $5*(3+7)*(8-2)$

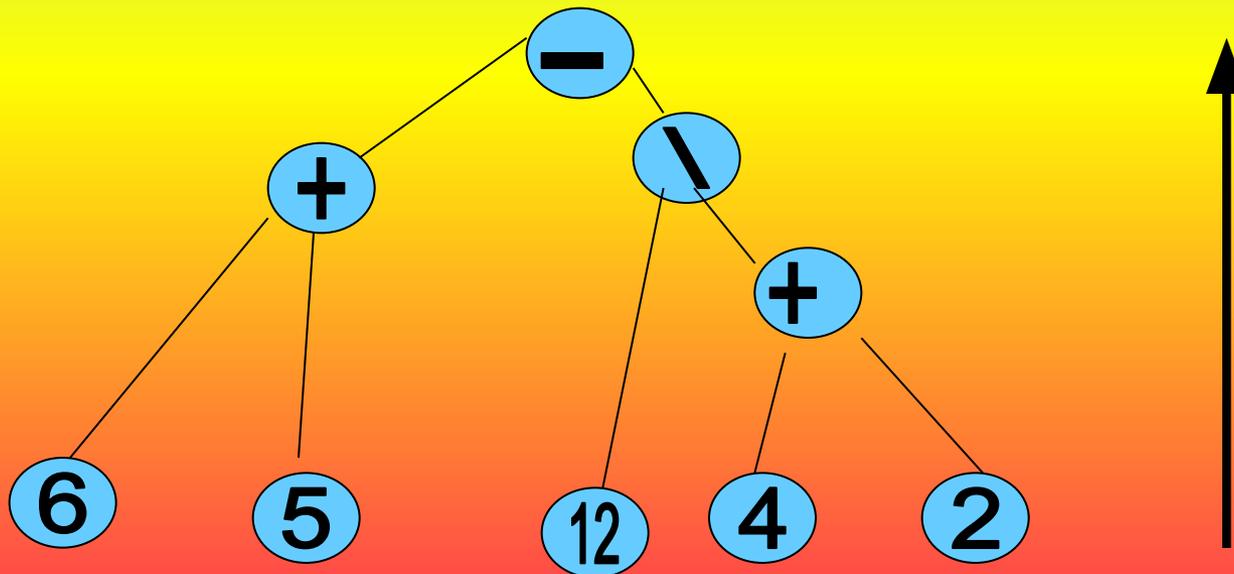
Граф-дерево для него будет иметь вид:



# Изображение графа – дерева (самостоятельная работа)

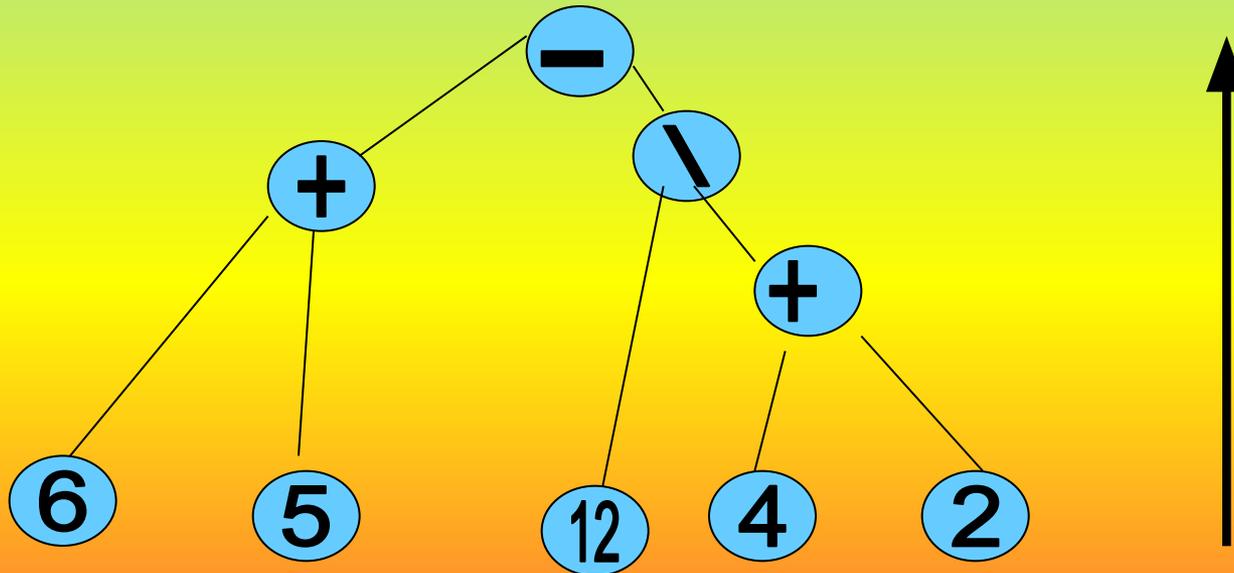
*Дан граф.*

*Запишите для него арифметическое выражение.*



# Изображение графа – дерева (самостоятельная работа)

*ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ:*



- (4+2)
- (6+5)
- (12\ (4+2))
- (6+5)-(12\ (4+2))

**СПАСИБО!**

**ВАШИ ОТВЕТЫ**

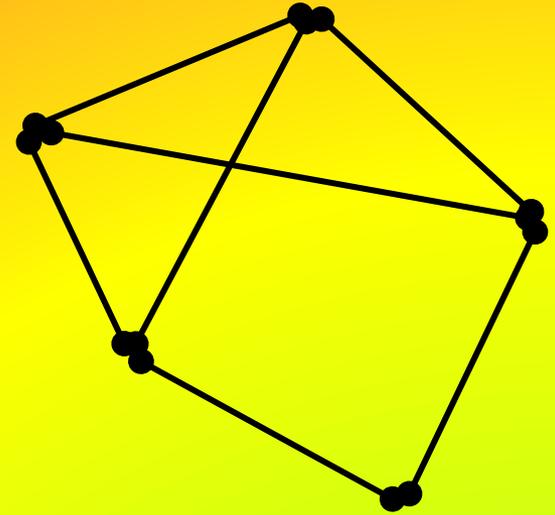
**ОБЯЗАТЕЛЬНО**

**БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ**

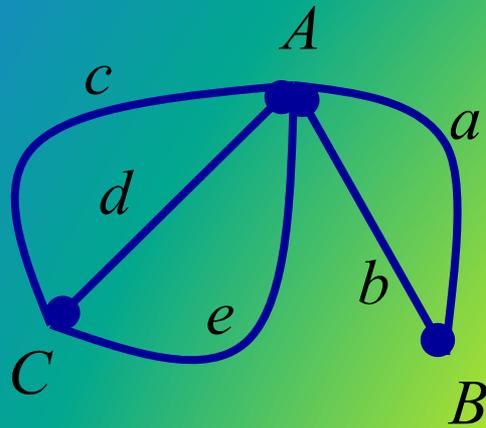
**И ОЦЕНЕНЫ**

**НА ПОСЛЕДУЮЩИХ**

**ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!**



ЕСЛИ РЕБРО ГРАФА СОЕДИНЯЕТ ДВЕ ЕГО ВЕРШИНЫ, ТО ГОВОРЯТ, ЧТО ЭТО РЕБРО ИМ **ИНЦИДЕНТНО**. ДВЕ ВЕРШИНЫ ГРАФА НАЗЫВАЮТСЯ **СМЕЖНЫМИ**, ЕСЛИ СУЩЕСТВУЕТ ИНЦИДЕНТНОЕ ИМ РЕБРО.

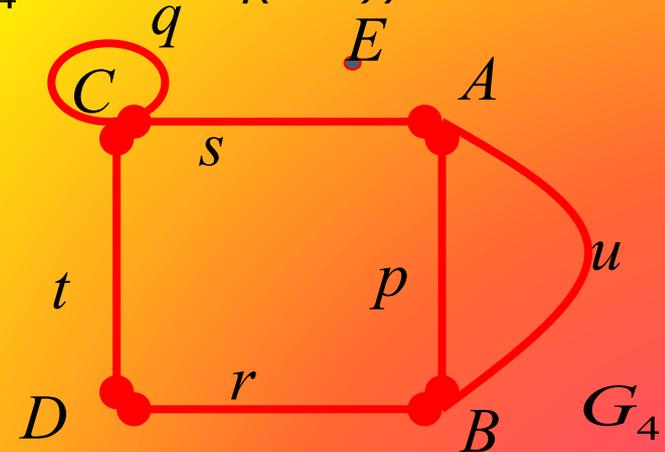


$G_1$

СМЕЖНЫМИ ЯВЛЯЮТСЯ  
ВЕРШИНЫ А и В, А и С;

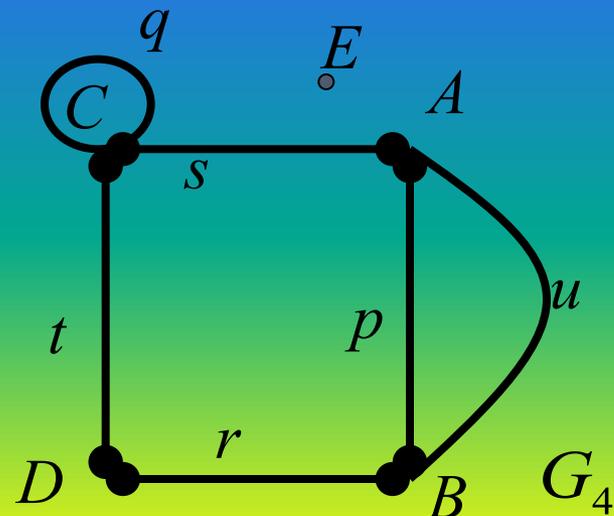
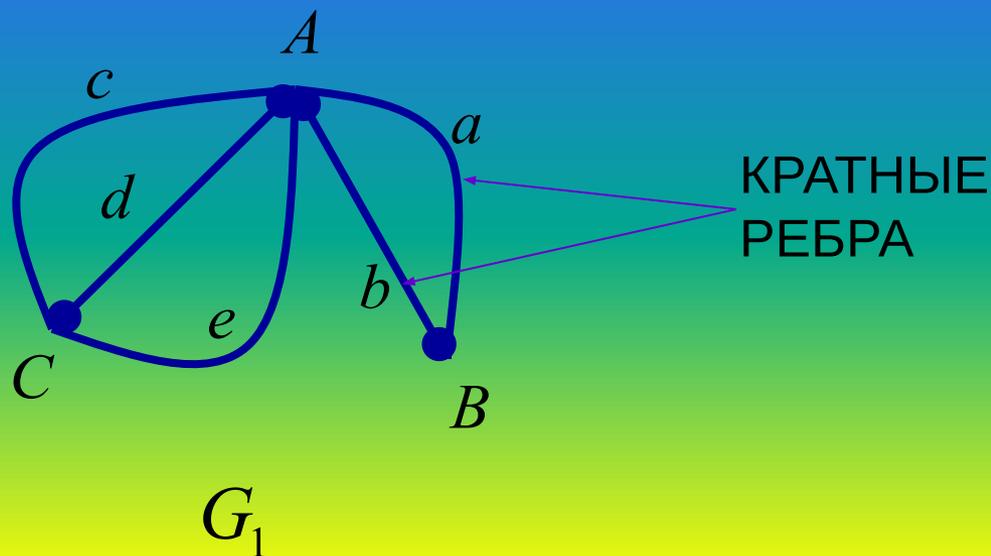
СМЕЖНЫМИ ЯВЛЯЮТСЯ  
РЕБРА  $c$  и  $d$ ,  $a$  и  $b$ .

ЕСЛИ ГРАФ ИМЕЕТ РЕБРО, У КОТОРОГО НАЧАЛО И КОНЕЦ СОВПАДАЮТ, ТО ЭТО РЕБРО НАЗЫВАЕТСЯ **ПЕТЛЕЙ** (у графа  $G_4$  петля –  $q(C,C)$ ).



$G_4$

ДВА РЕБРА НАЗЫВАЮТСЯ **СМЕЖНЫМИ**, ЕСЛИ ОНИ ИМЕЮТ ОБЩУЮ ВЕРШИНУ.



ЧИСЛО РЕБЕР, ИНЦИДЕНТНЫХ ВЕРШИНЕ  $A$ , НАЗЫВАЕТСЯ **СТЕПЕНЬЮ** ЭТОЙ ВЕРШИНЫ И ОБОЗНАЧАЕТСЯ  $deg(A)$ .

ЕСЛИ ВЕРШИНЕ ИНЦИДЕНТНА ПЕТЛЯ, ОНА ДАЕТ ВКЛАД В СТЕПЕНЬ, РАВНЫЙ ДВУМ, ТАК КАК ОБА КОНЦА ПРИХОДЯТ В ЭТУ ВЕРШИНУ.

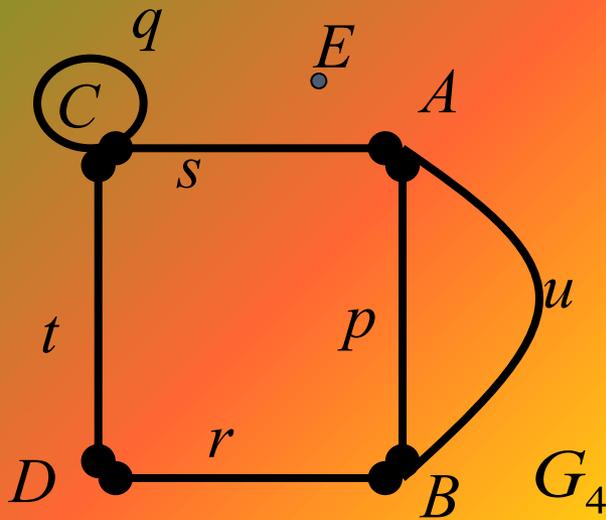
$$\underline{deg(A) = 3};$$

$$\underline{deg(B) = 3};$$

$$\underline{deg(C) = 4};$$

$$\underline{deg(D) = 2};$$

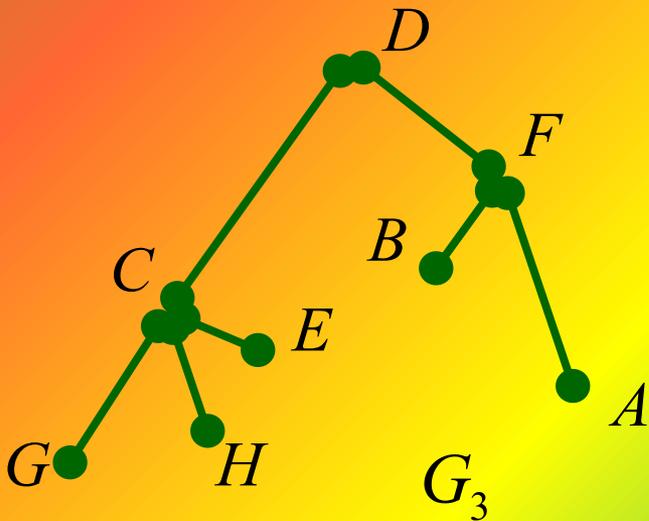
$$\underline{deg(E) = 0}.$$



$deg(E) = 0$



$E$  –  
ИЗОЛИРОВАННАЯ  
ВЕРШИНА



$deg(G) = 1$

$deg(H) = 1$

$deg(E) = 1$

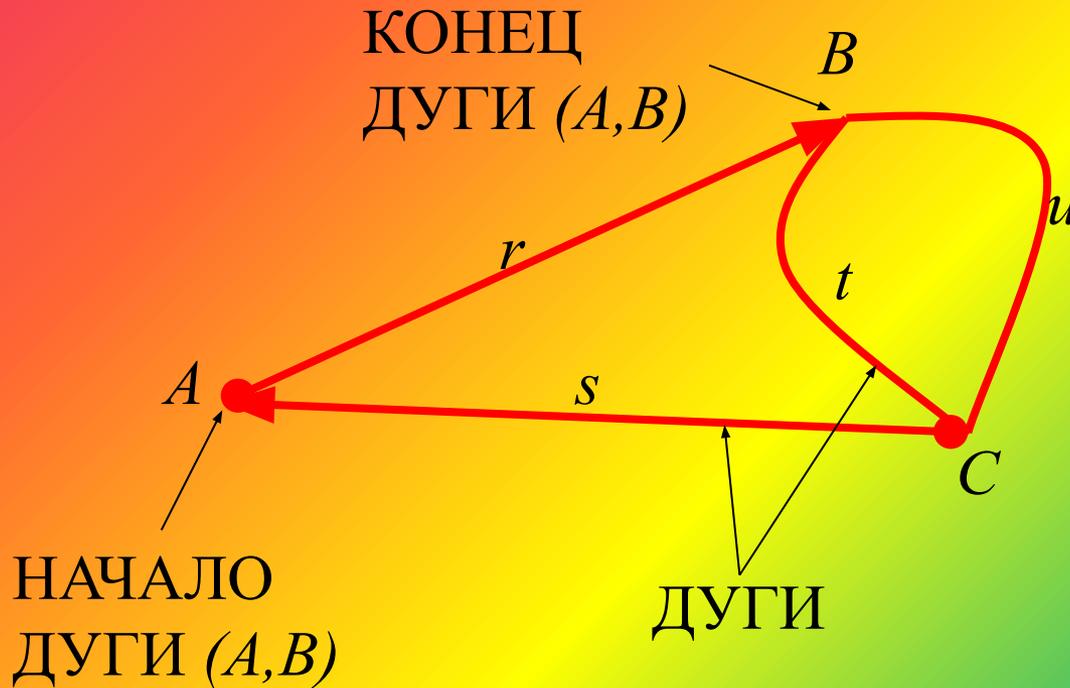
$deg(B) = 1$

$deg(A) = 1$



$G, H, E, B, A$   
- **ВИСЯЧИЕ**  
**ВЕРШИНЫ**

# ОРГРАФ



СТЕПЕНИ ВХОДА  
ВЕРШИН ГРАФА:

$$\deg_+(A) = 1$$

$$\deg_+(B) = 1$$

$$\deg_+(C) = 2$$

СТЕПЕНИ ВЫХОДА  
ВЕРШИН ГРАФА:

$$\deg_-(A) = 1$$

$$\deg_-(B) = 2$$

$$\deg_-(C) = 1$$

**СТЕПЕНЬЮ ВХОДА (ВЫХОДА) ВЕРШИНЫ ОРГРАФА НАЗЫВАЕТСЯ ЧИСЛО РЕБЕР, ДЛЯ КОТОРЫХ ЭТА ВЕРШИНА ЯВЛЯЕТСЯ КОНЦОМ (НАЧАЛОМ).**

# Матрица инцидентности

## графа

- таблица  $B$ , состоящая из  $n$  строк (по количеству вершин) и  $m$  столбцов (по количеству ребер или дуг), в которой:

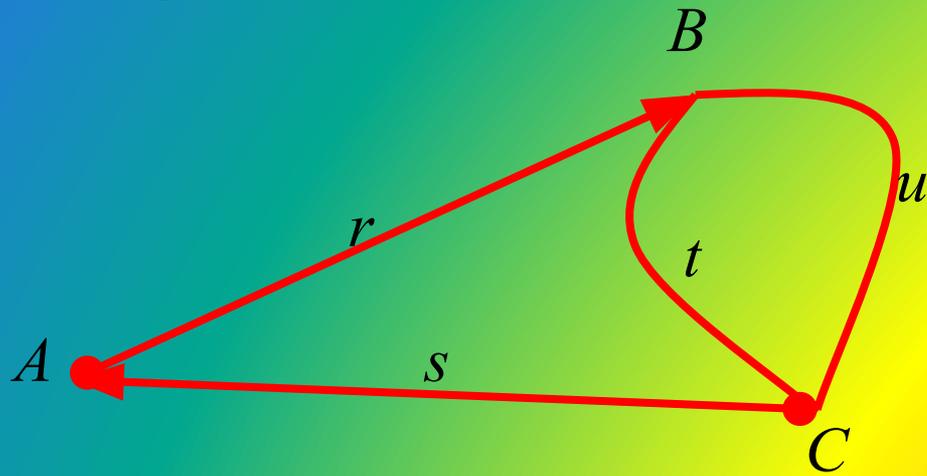
### • ДЛЯ НЕОРИЕНТИРОВАННОГО ГРАФА:

$b_{ij} = 1$ , ЕСЛИ ВЕРШИНА  $V_i$  ИНЦИДЕНТНА РЕБРУ  $X_j$   
 $b_{ij} = 0$ , ЕСЛИ ВЕРШИНА  $V_i$  ИНЦИДЕНТНА РЕБРУ  $X_j$

### • ДЛЯ ОРИЕНТИРОВАННОГО ГРАФА:

$b_{ij} = 1$ , ЕСЛИ ВЕРШИНА  $V_i$  ЯВЛЯЕТСЯ НАЧАЛОМ ДУГИ  $X_j$   
 $b_{ij} = 0$ , ЕСЛИ ВЕРШИНА  $V_i$  НЕ ИНЦИДЕНТНА ДУГЕ  $X_j$   
 $b_{ij} = -1$ , ЕСЛИ ВЕРШИНА  $V_i$  ЯВЛЯЕТСЯ КОНЦОМ ДУГИ  $X_j$

# Построение матрицы инцидентности графа (пример)



	$r$	$s$	$t$	$u$
$A$	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$B$	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
$C$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>

# Матрица смежности графа

- квадратная матрица  $A$  порядка  $n$  (по количеству вершин), в которой:

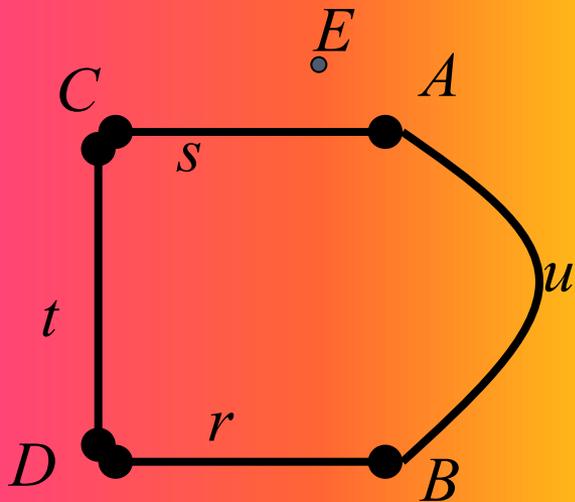
$$a_{ij} = 1, \text{ ЕСЛИ } (V_i, V_j) \in X$$

$$a_{ij} = 0, \text{ ЕСЛИ } (V_i, V_j) \notin X$$

Обязательное условие:

**У ГРАФА НЕ ДОЛЖНО БЫТЬ КРАТНЫХ РЕБЕР!!!**

# Построение матрицы смежности графа (пример)

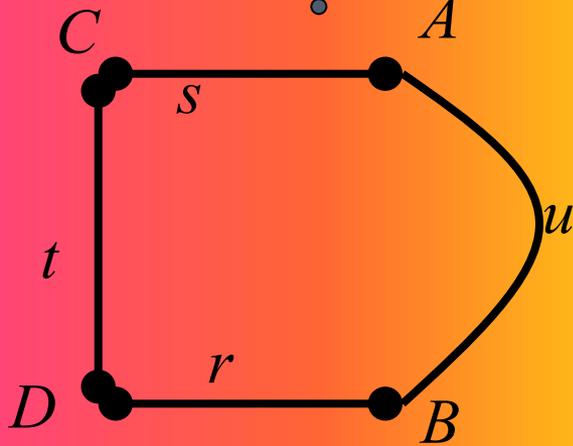


	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>A</i>	0	1	1	0	0
<i>B</i>	1	0	0	1	0
<i>C</i>	1	0	0	1	0
<i>D</i>	0	1	1	0	0
<i>E</i>	0	0	0	0	0

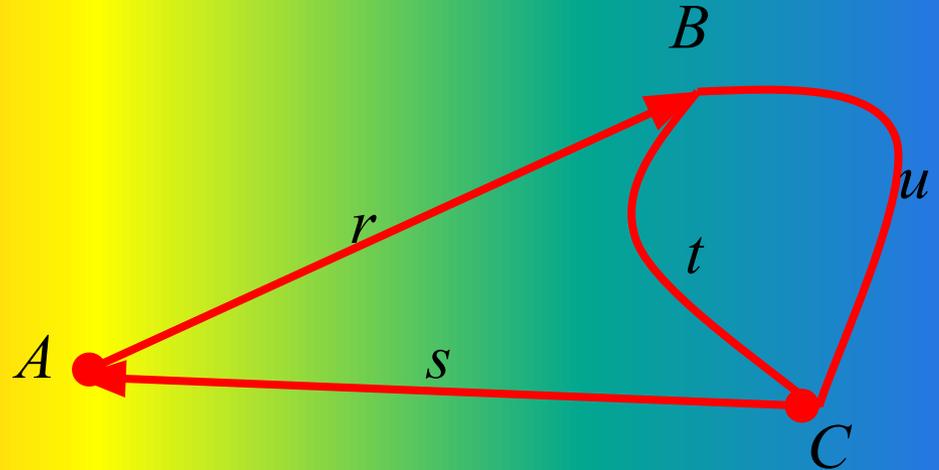
# ЭТАП 4 (обобщение знаний)

Даны следующие графы:

ВАРИАНТ 1  $E$



ВАРИАНТ 2



Ответьте на вопросы по ним, следуя предложенному списку, ответы вносите в индивидуальный лист контроля.

**СПАСИБО!**

**ВАШИ ОТВЕТЫ**

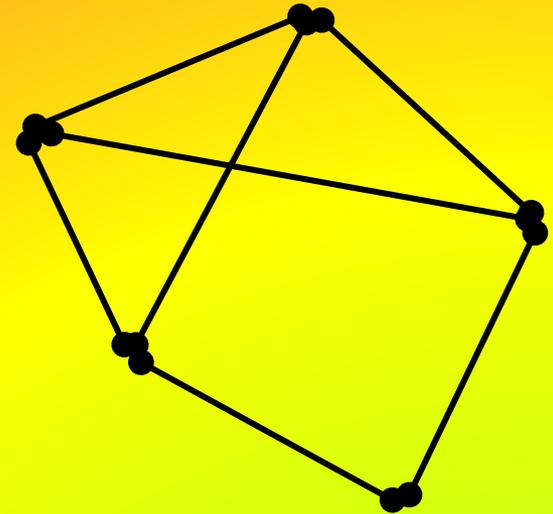
**ОБЯЗАТЕЛЬНО**

**БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ**

**И ОЦЕНЕНЫ**

**НА ПОСЛЕДУЮЩИХ**

**ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!**

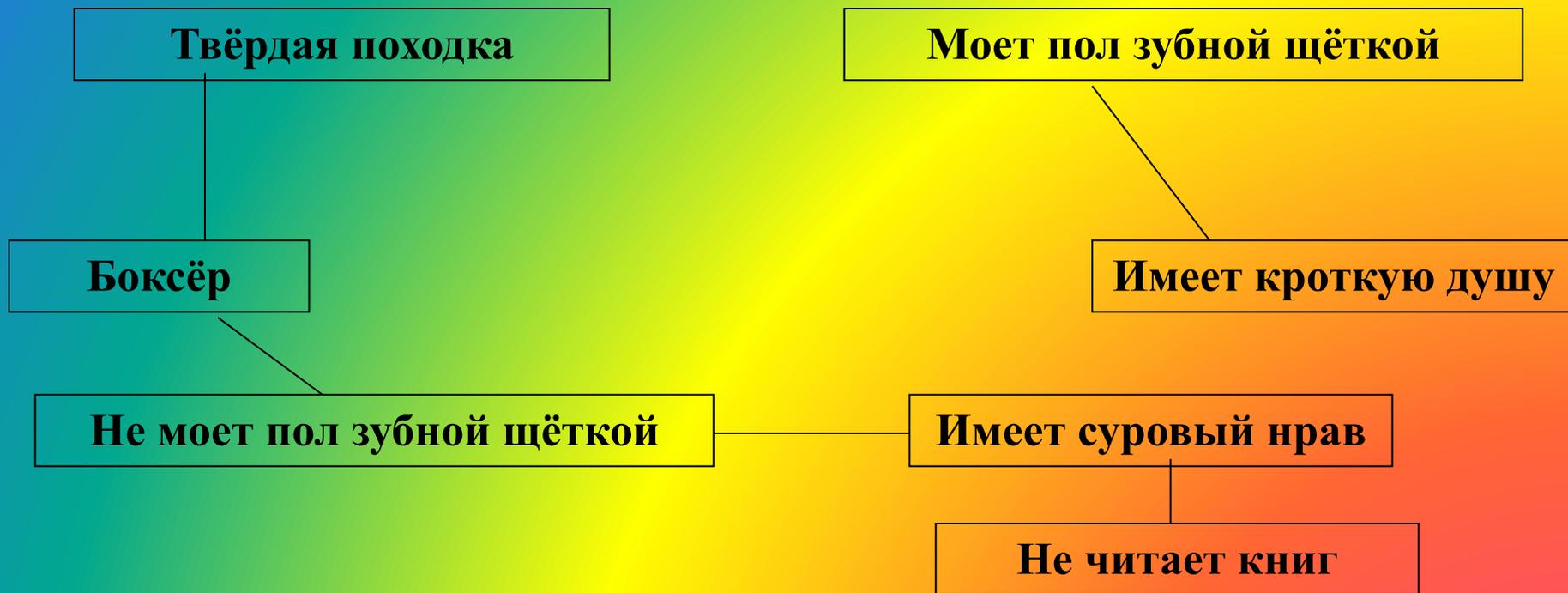


# Давайте поиграем...

**ПРОАНАЛИЗИРУЙТЕ СИТУАЦИЮ, ПОСТРОЙТЕ ГРАФ  
И ОТВЕЬТЕ НА ПОСТАВЛЕННЫЙ ВОПРОС:**

**Боксёры с твёрдою походкой  
Не моют пол зубною щёткой.  
Кто моет пол зубною щёткой,  
Тот наделён душою кроткой.  
Кто пол мыть щёткой не желает,  
Суровым нравом обладает.  
Суровый нрав у тех бывает,  
Кто книжек вовсе не читает.  
Фосс враг и книжек и газет,  
Ответь, боксёр он или нет?**

# Давайте поиграем... ( РЕШЕНИЕ И ОТВЕТ)



Да, мистер Фосс – боксёр!

# **5 ЭТАП (подведение итогов)**

## **Самопроверка стартового теста:**

**1) Понятия, которые имеют отношение к теории графов:**

**петля, дерево, точка, линия и ... ЛЕС (!)**

**2) Классификация моделей, подходящая для графа:**

**математическая, графическая, информационная**

**...**

**3) Пример графовой модели из повседневной жизни:**

**схема метрополитена, семейное дерево ...**

## 6 ЭТАП (рефлексия)

я узнал(а)...

было интересно...

было трудно...

я выполнял(а) задания...

я понял(а), что...

теперь я могу...

я почувствовал(а), что...

я приобрел(а)...

я научился(ась)...

у меня получилось ...

я смог(ла)...

я попробую...

меня удивило...

пройденные темы дали мне для жизни...

мне захотелось...

# 7 ЭТАП

## (творческое домашнее задание)

### ЗАДАНИЕ № 1.

- 1) составьте семейное древо до 4-5 колена,
- 2) приведите аргументы, доказывающие, что построенная конструкция – это граф,
- 3) опишите все его свойства и признаки,
- 4) постройте для «семейного» графа матрицы смежности и инцидентности.

## **ЗАДАНИЕ № 2.**

### **Задача про хвост Барбоса:**

*Собаки с рыжими хвостами  
Себе овсянку варят сами.  
Тем, чьи хвосты стального цвета,  
Не позволяют делать это.  
Кто варит себе овсянку,  
Гулять выходит спозаранку.  
Все, кто гулять выходит рано,  
Не терпят фальши и обмана.  
Вид добродушный у Барбоса,  
Но на сорок он смотрит косо..  
Он видит: норовят сороки  
У воробьёв списать уроки!  
Скажите – прощя нет вопроса!  
Какого цвета хвост Барбоса?*

*Постройте граф и найдите ответ на вопрос.*

***ВСЕМ СПАСИБО ЗА ЗАНЯТИЕ!***

***УДАЧИ!***

***ДО СВИДАНИЯ!***