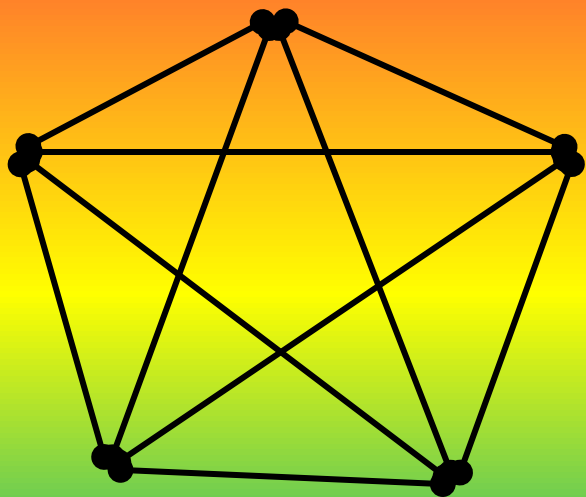


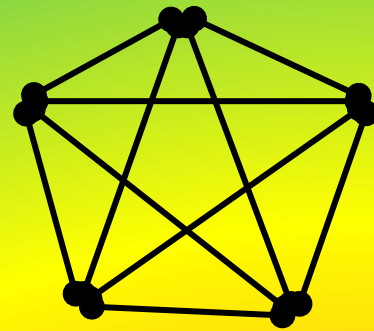
Общие сведения



ИЗ ТЕОРИИ ГРАФОВ

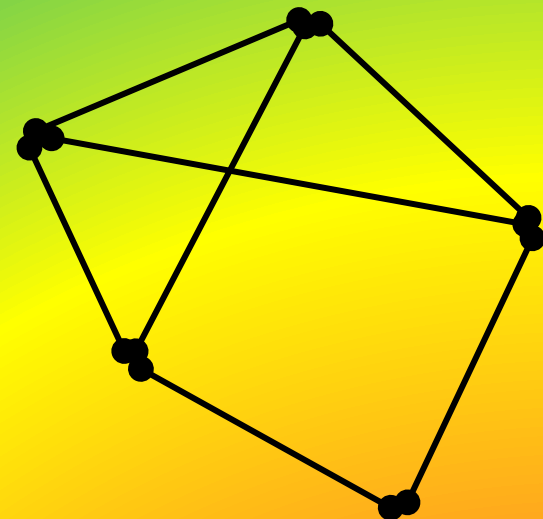
Лекция № 14

ЦЕЛИ УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ:



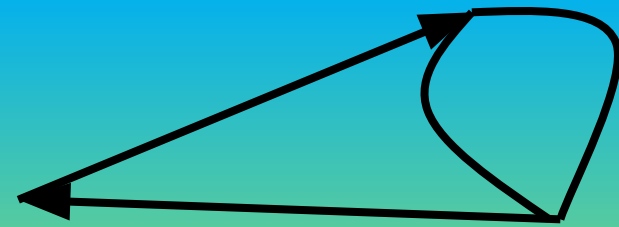
- ПРОВЕСТИ ПОДГОТОВКУ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛА «ГРАФОВЫЕ МОДЕЛИ»;**
- ПОВТОРИТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ТЕОРЕМЫ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ;**
- НА ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИМЕРАХ ЗАКРЕПИТЬ ЗНАНИЯ, ПРИОБРЕСТИ НОВЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ;**
- РАЗВИВАТЬ ВНИМАНИЕ, ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ.**

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ:



| ОТМЕТКА | НАБРАНО БАЛЛОВ |
|---------------------------|----------------|
| Неудовлетворительно (1-3) | 0-5 баллов |
| 4 (четыре) | 6-8 баллов |
| 5 (пять) | 9-11 баллов |
| 6 (шесть) | 12-15 баллов |
| 7 (семь) | 16-19 баллов |
| 8 (восемь) | 20-24 бала |
| 9 (девять) | 25-28 баллов |
| 10 (десять) | 29-30 баллов |

1 ЭТАП (ОЦЕНКА «БАГАЖА»)



Впишите в лист индивидуального контроля ответы на следующие задания

- 1) Выпишите понятия, которые, по вашему мнению, имеют отношение к теории графов: петля, лес, дерево, куст, точка, линия;**
- 2) Вспомните изученные ранее классификации моделей и попробуйте привести хотя бы одно определение, подходящее для графа ;**
- 3) Попробуйте привести пример графовой модели из повседневной жизни.**

СПАСИБО!

ВАШИ ОТВЕТЫ

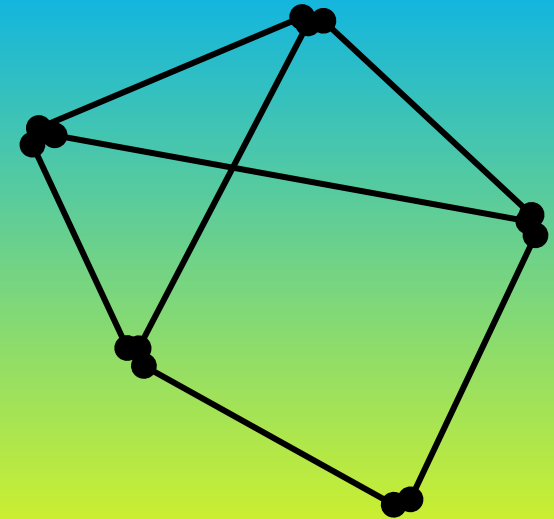
ОБЯЗАТЕЛЬНО

БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ

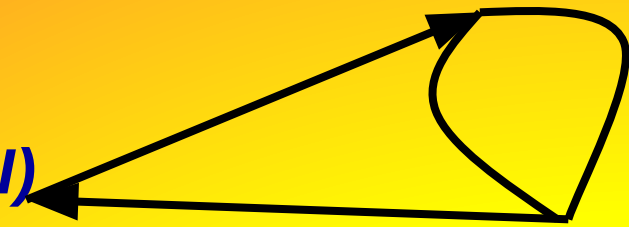
И ОЦЕНЕНЫ

НА ПОСЛЕДУЮЩИХ

ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!



2 ЭТАП (АКТУАЛИЗАЦИЯ ТЕМЫ)



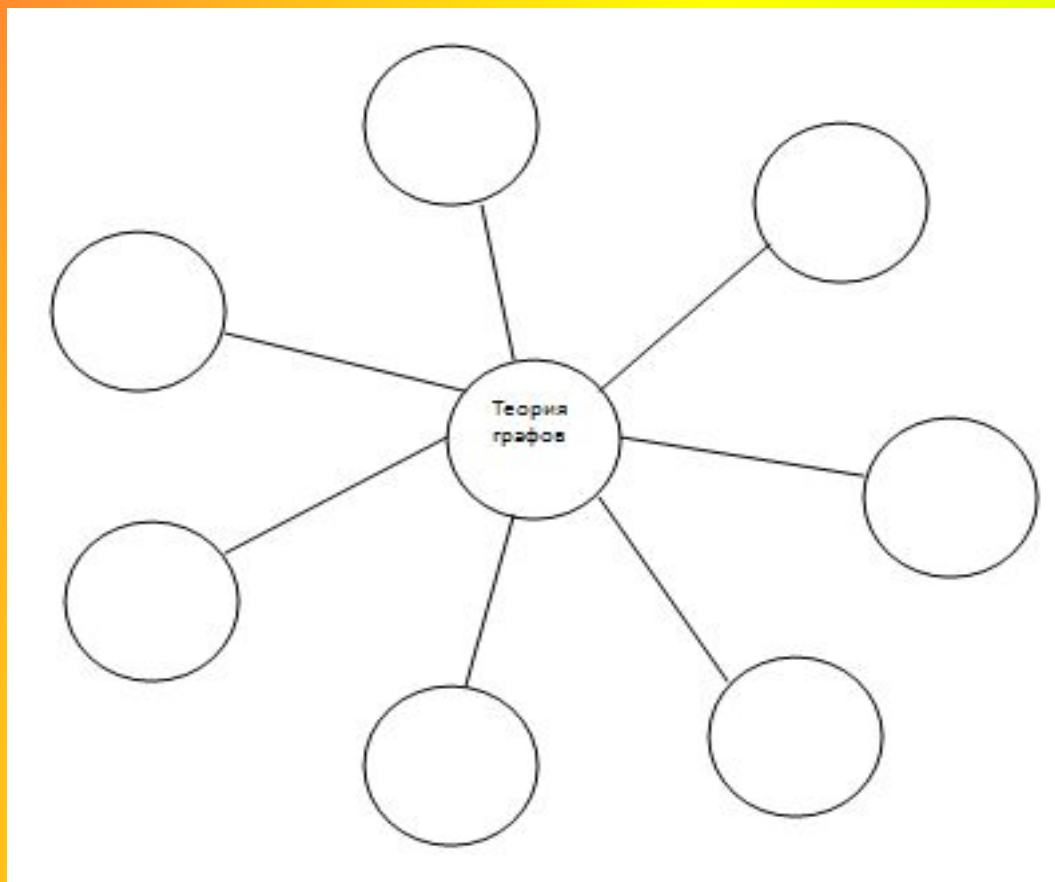
Ищем ответы на следующие вопросы:

- ❖ Насколько важно присутствие теории (метода) графов в повседневной жизни?**
- ❖ В какой степени широко теория (метод) графов используется каждым из нас?**

В индивидуальный лист контроля вносятся две оценки степени важности для каждого из вопросов по-отдельности (шкала от 0 до 10)

ЭТАП 2

**Заполните лепестки «цветка» названиями сфер применения теории (метода) графов
(количество лепестков может изменяться)**



Сферы применения теории (метода) графов



СПАСИБО!

ВАШИ ОТВЕТЫ

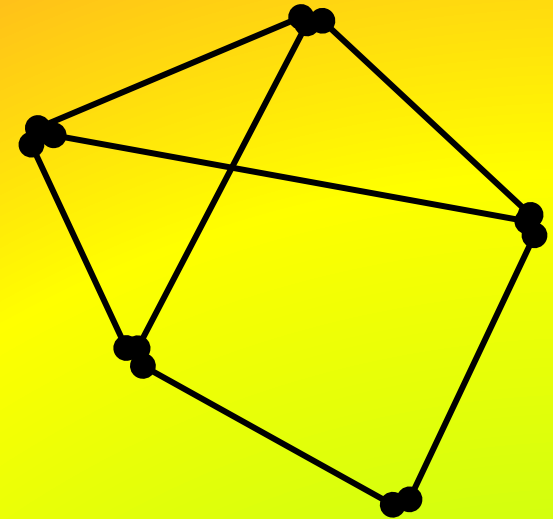
ОБЯЗАТЕЛЬНО

БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ

И ОЦЕНЕНЫ

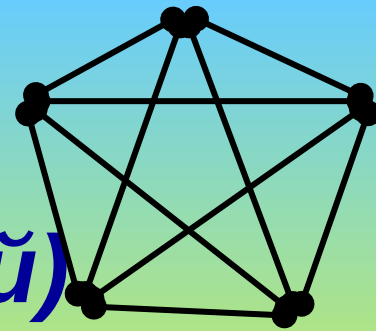
НА ПОСЛЕДУЮЩИХ

ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!

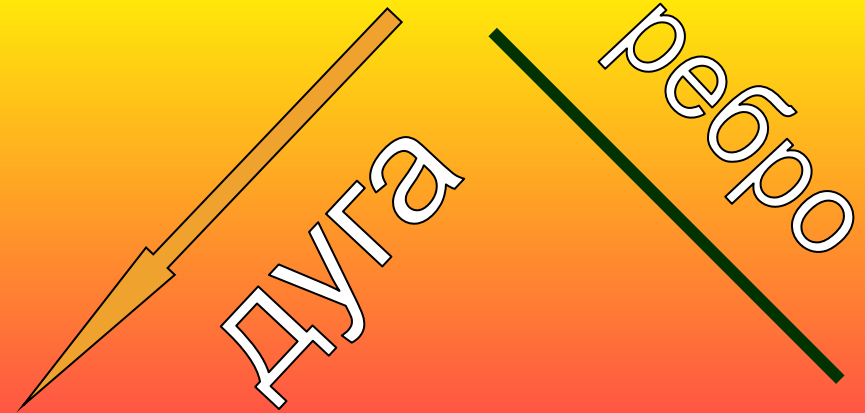


3 ЭТАП

(введение основных понятий)

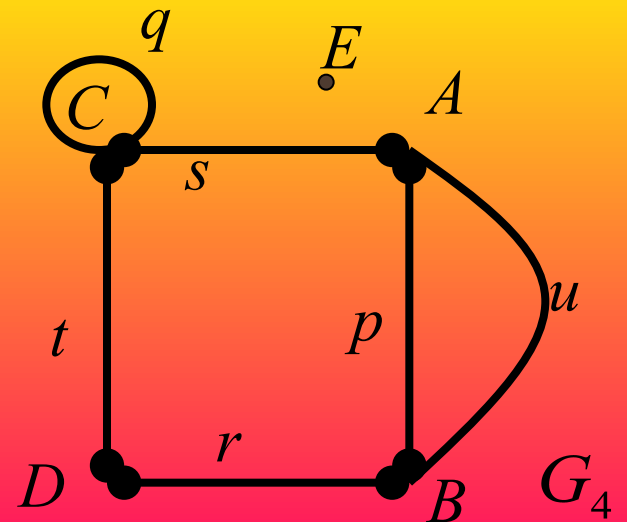
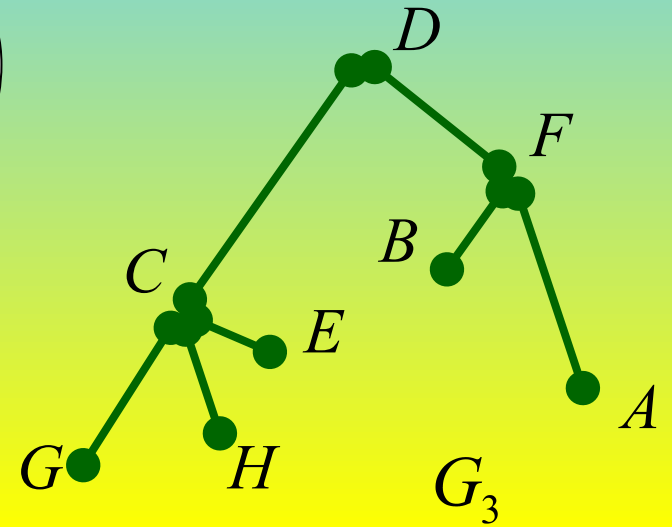
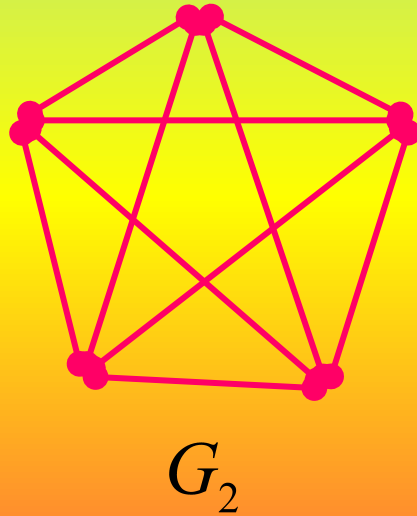
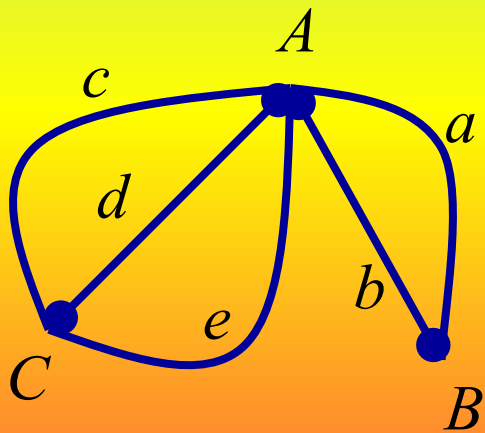


- ▣ Граф – это средство для наглядного представления состава и структуры некоторой системы. Он состоит из вершин, связанных дугами или рёбрами.

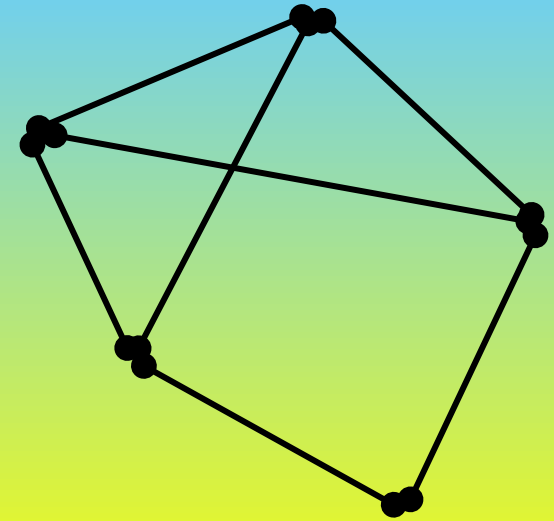


Граф , в котором все линии направленные, называется ориентированным

ПРИМЕРЫ ГРАФОВ



Создание графовой модели для предмета повседневного обихода



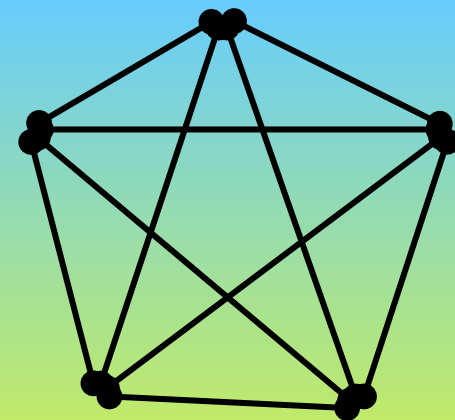
Предмет – шариковая ручка

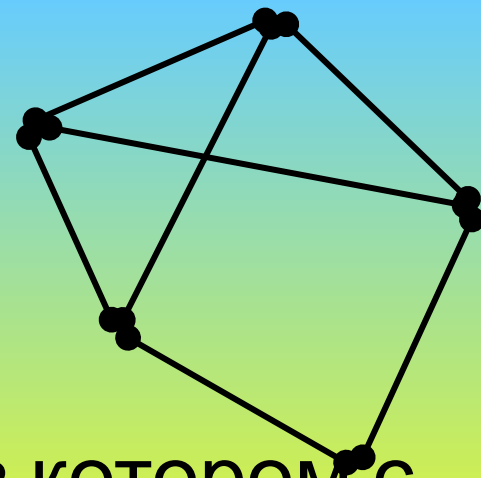
Вершины графа – элементы ручки:

- корпус (нижняя и верхняя части),**
- колпачок,**
- стержень (трубочка, наконечник и паста)**

Линии – логические связи между ними

Устройство шариковой ручки





- ▣ **Взвешенный граф** – это граф, в котором с вершинами и линиями связана некоторая дополнительная информация - **вес** (пропускная способность) вершины или линии.
- ▣ Вес позволяет отобразить на графе не только структуру системы, но и различные свойства компонент и связей, количественные характеристики

Изображение взвешенного графа

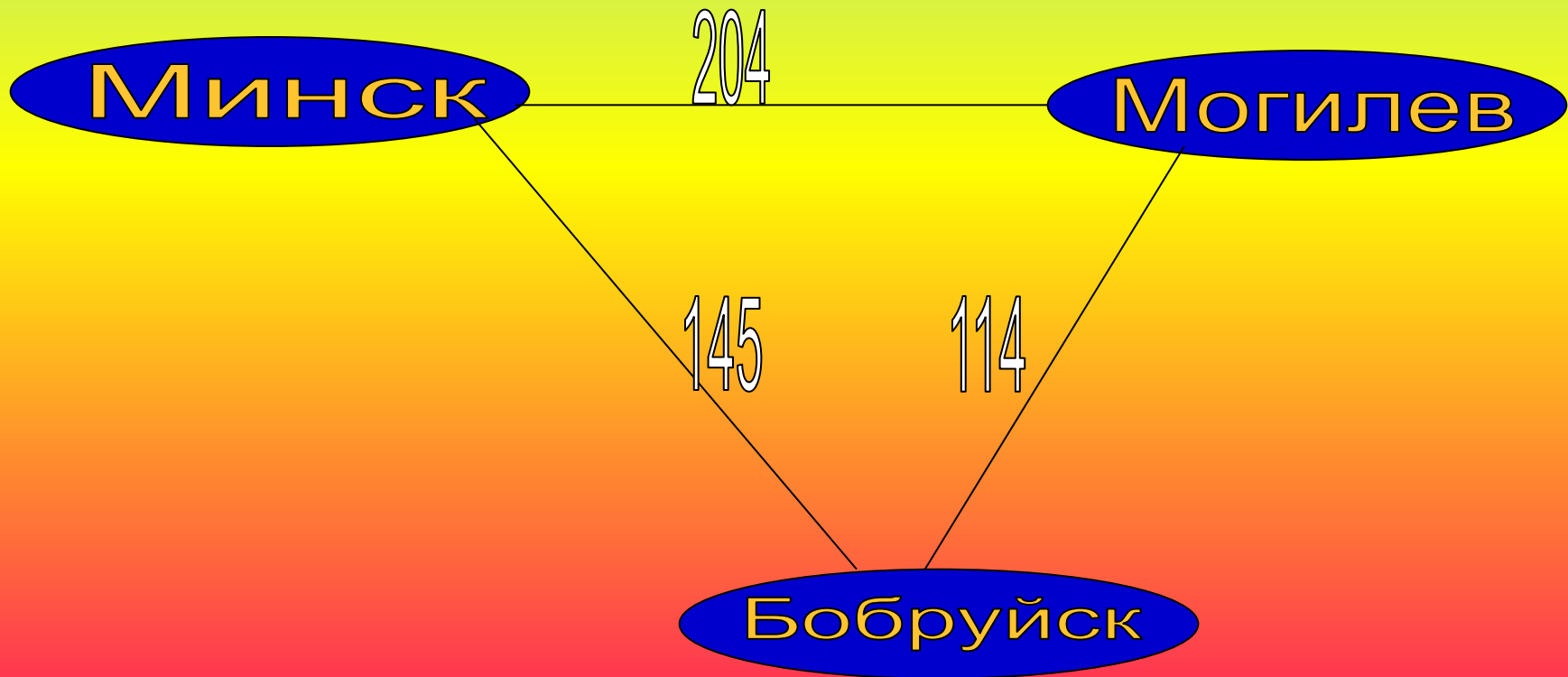
Вершины – города Беларуси:
Минск, Могилев, Бобруйск

Расстояния:

- 1) Минск-Могилев = 204 км
- 2) Могилев-Бобруйск = 114 км
- 3) Минск-Бобруйск = 145 км

*Сведения взяты из официального источника на сайте
transinfo.by*

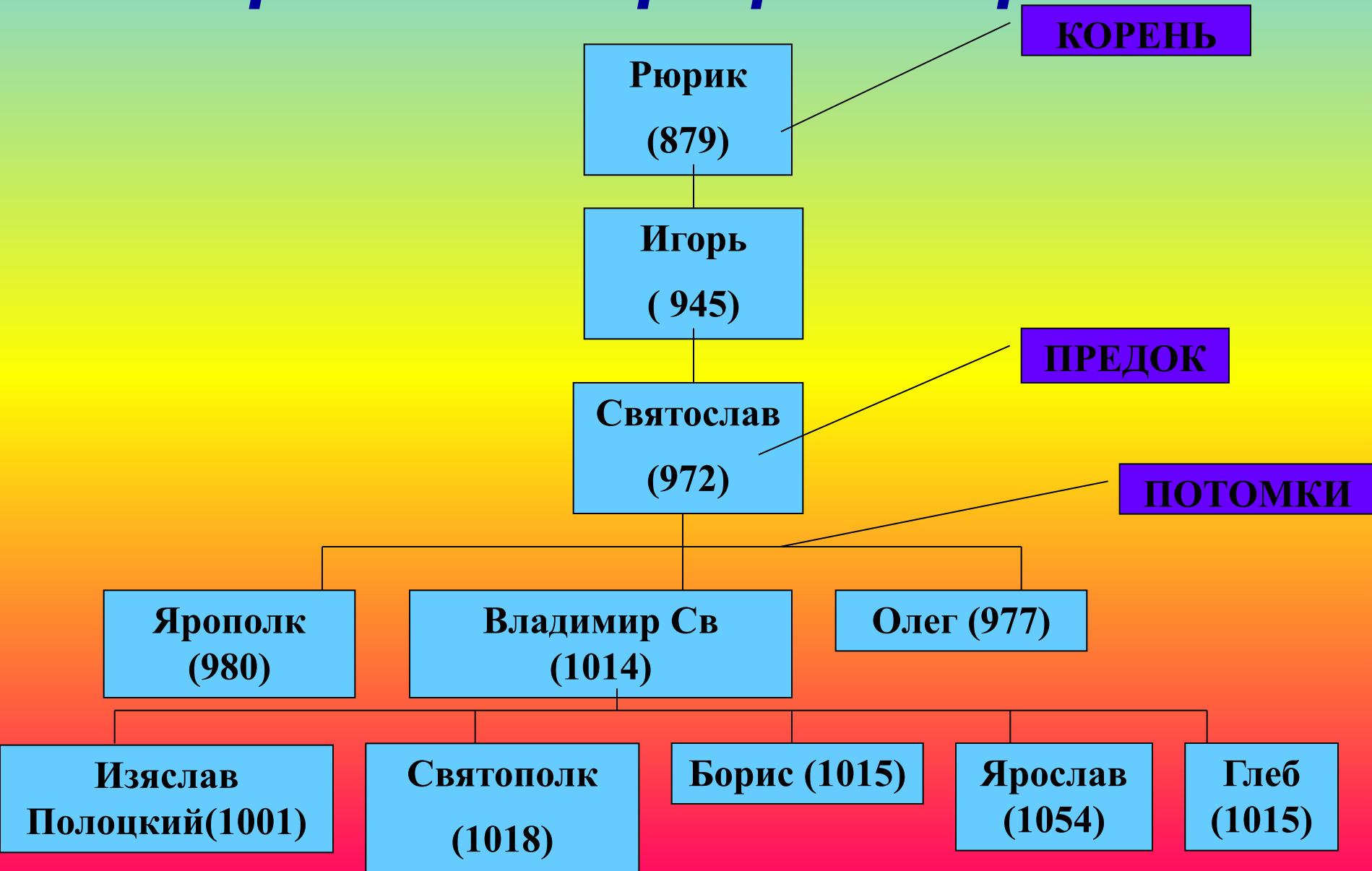
Изображение взвешенного графа (проверьте себя)



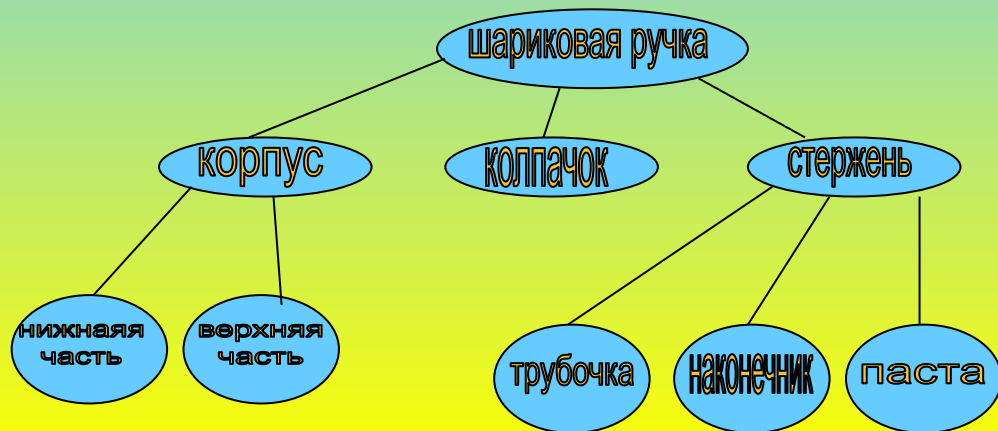
Граф - дерево

- **Дерево** – это граф, предназначенный для отображения таких связей между объектами как вложенность, подчинённость, наследование.
- **Принцип построения:**
 1. **Рисуем «главную» вершину, которая не зависит ни от одной другой вершины (корень дерева или вершина «1 уровня»)**
 2. **Добавляем вершины второго уровня. (их может быть сколько угодно, все связаны с вершиной 1го уровня, но не связаны между собой.)**
 3. **И.т.д.**

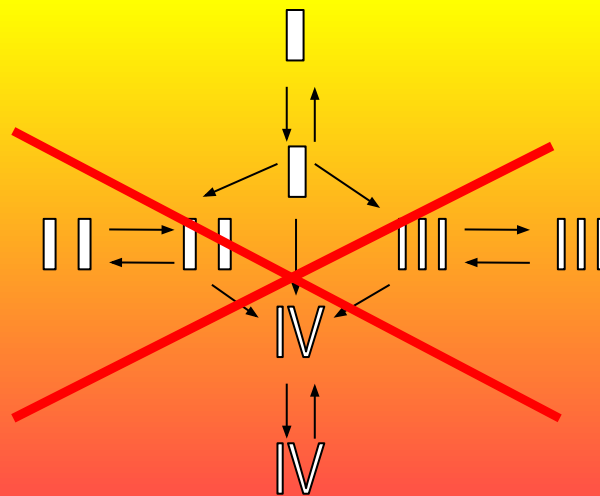
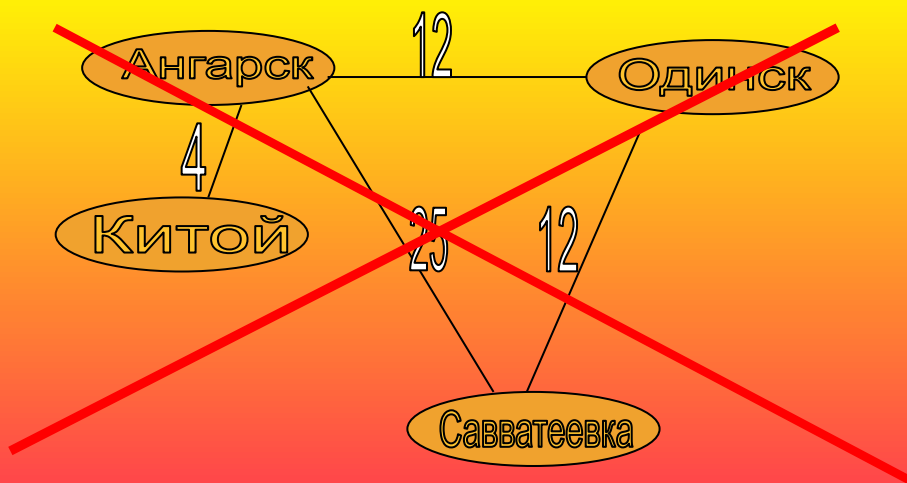
Изображение графа - дерева



Главный признак графа - дерева



Потомки связаны только с предком, но не связаны между собой !!!



Изображение графа - дерева

*Пусть дано арифметическое выражение
 $5*(3+7)*(8-2)$*

Такой граф является деревом, листья которого являются числами, а прочими вершинами – операции.

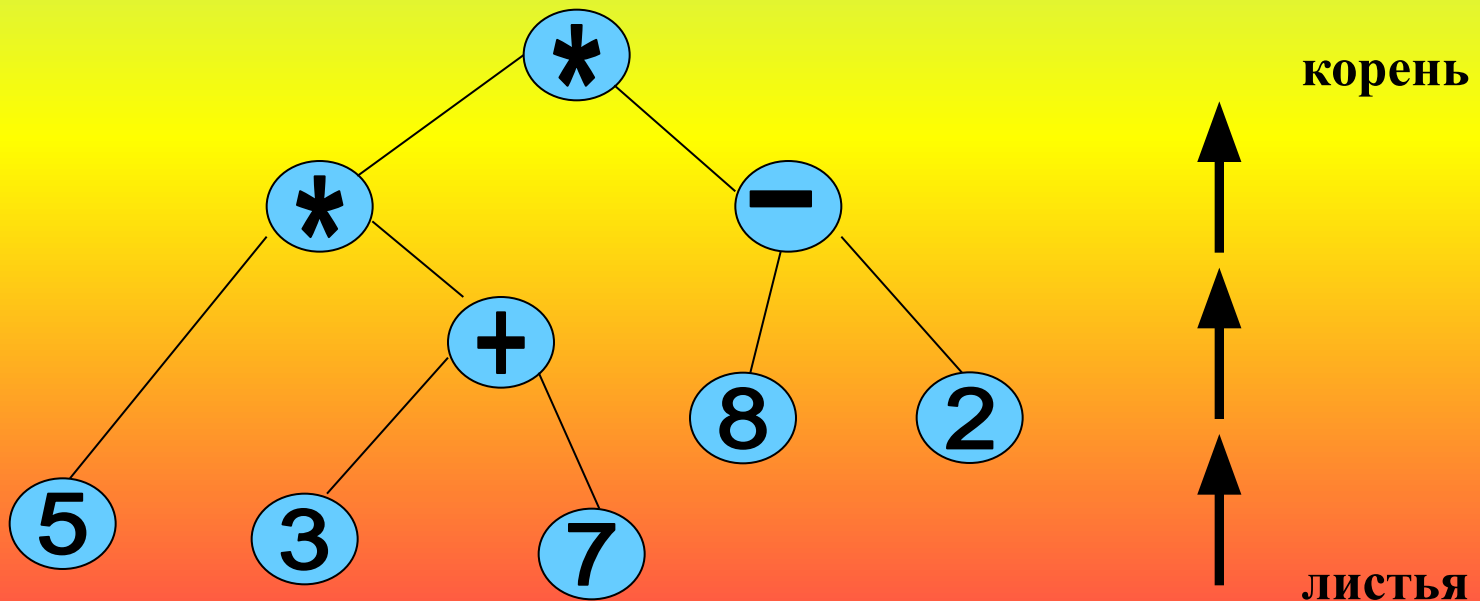
ЗАМЕЧАНИЕ!

Последовательность операций следует определить от листьев к корню!

Изображение графа - дерева

Данное выражение: $5*(3+7)*(8-2)$

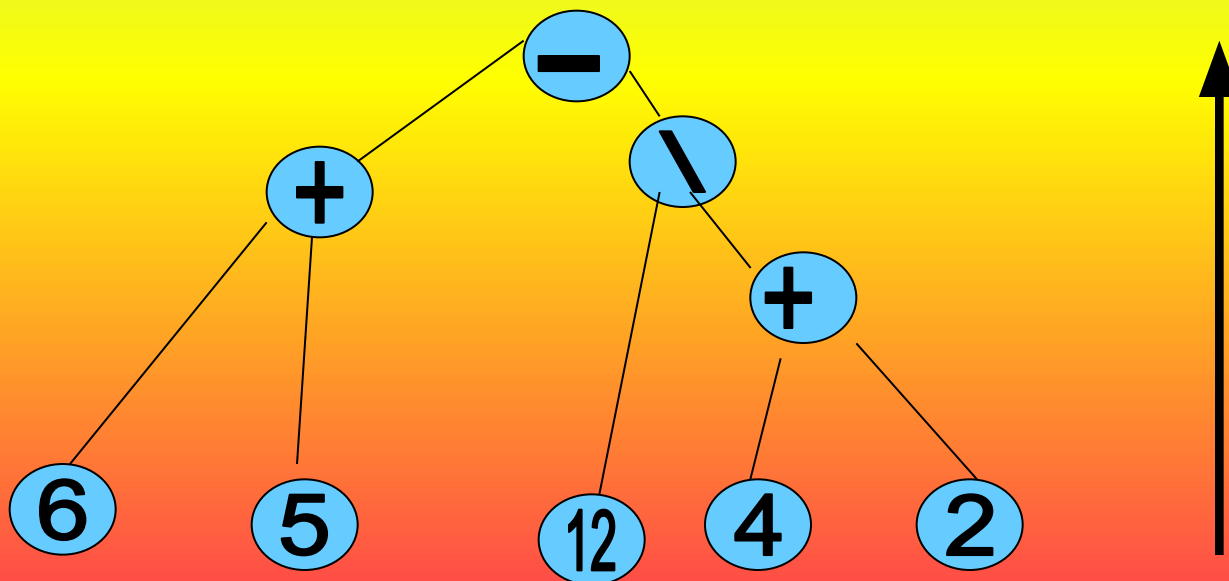
Граф-дерево для него будет иметь вид:



Изображение графа – дерева (самостоятельная работа)

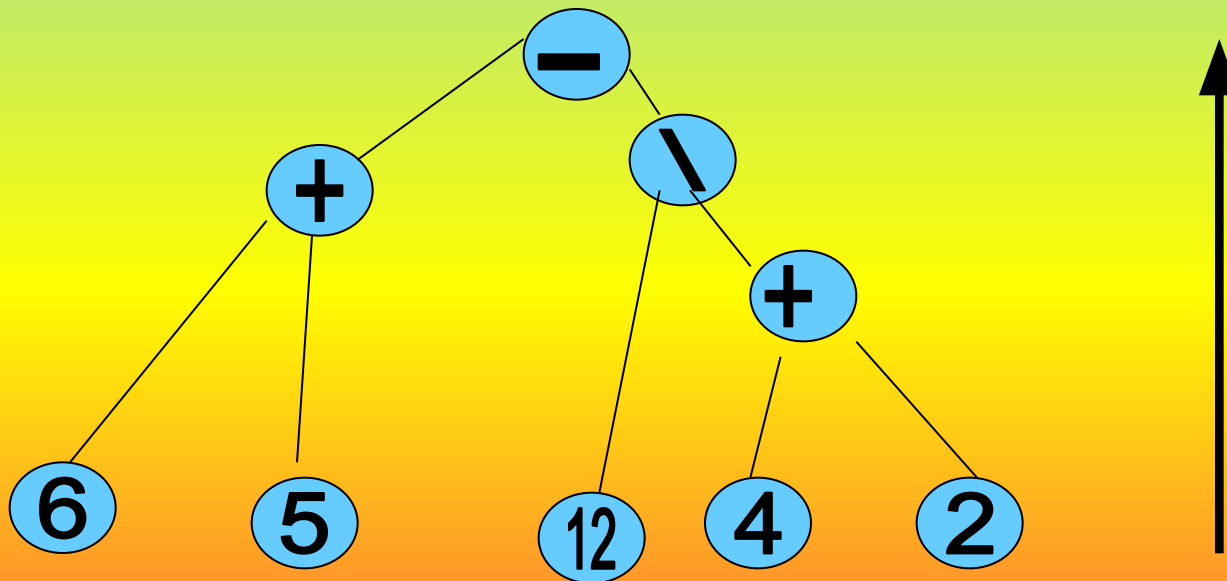
Дан граф.

Запишите для него арифметическое выражение.



Изображение графа – дерева (самостоятельная работа)

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ:



- $(4+2)$
- $(6+5)$
- $(12 \setminus (4+2))$
- $(6+5) - (12 \setminus (4+2))$

СПАСИБО!

ВАШИ ОТВЕТЫ

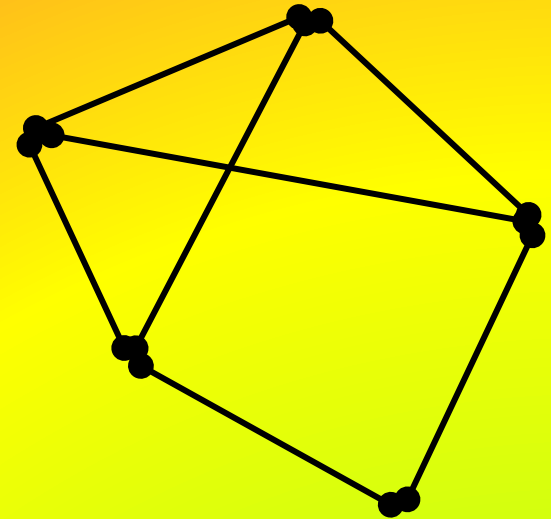
ОБЯЗАТЕЛЬНО

БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ

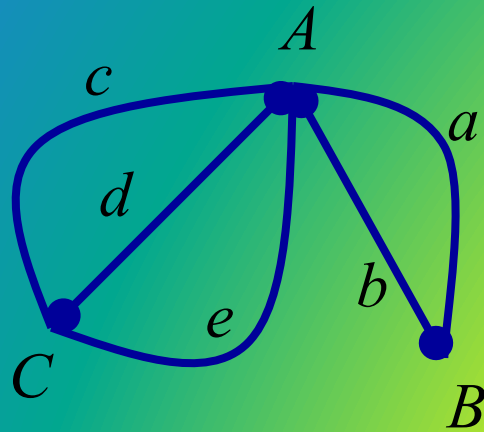
И ОЦЕНЕНЫ

НА ПОСЛЕДУЮЩИХ

ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!



ЕСЛИ РЕБРО ГРАФА СОЕДИНЯЕТ ДВЕ ЕГО ВЕРШИНЫ, ТО ГОВОРЯТ, ЧТО ЭТО РЕБРО ИМ **ИНЦИДЕНТНО**. ДВЕ ВЕРШИНЫ ГРАФА НАЗЫВАЮТСЯ **СМЕЖНЫМИ**, ЕСЛИ СУЩЕСТВУЕТ ИНЦИДЕНТНОЕ ИМ РЕБРО.

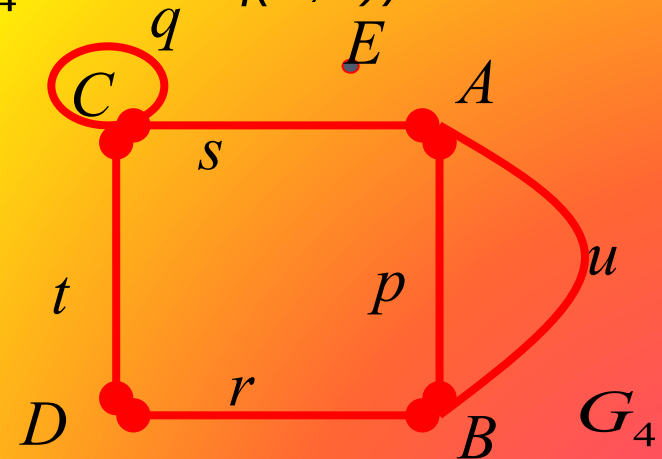


G_1

СМЕЖНЫМИ ЯВЛЯЮТСЯ
ВЕРШИНЫ А и В, А и С;

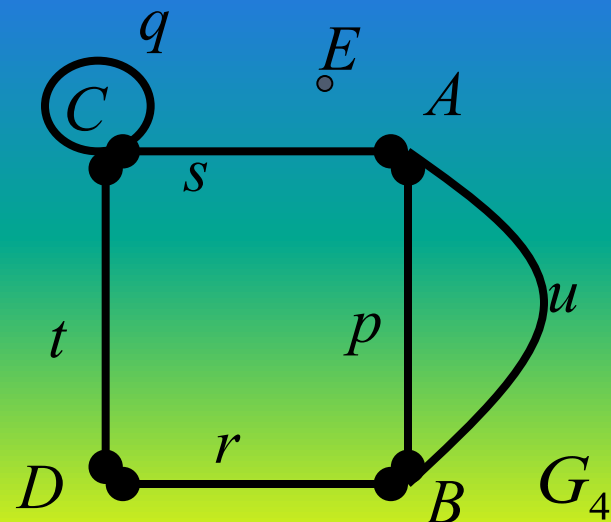
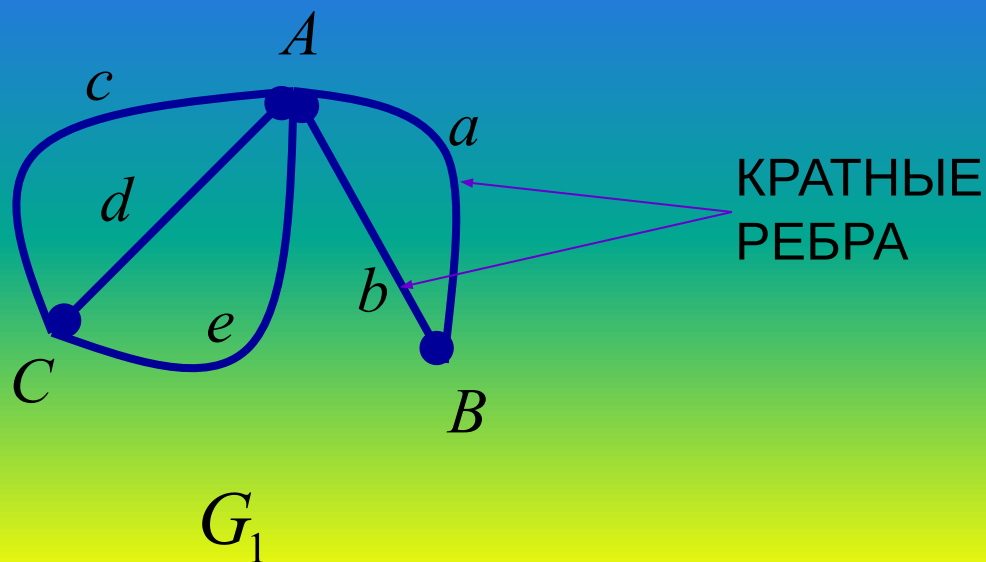
СМЕЖНЫМИ ЯВЛЯЮТСЯ
РЕБРА c и d , a и b .

ЕСЛИ ГРАФ ИМЕЕТ РЕБРО, У КОТОРОГО НАЧАЛО И КОНЕЦ СОВПАДАЮТ, ТО ЭТО РЕБРО НАЗЫВАЕТСЯ **ПЕТЛЕЙ** (у графа G_4 петля – $q(C,C)$).



G_4

ДВА РЕБРА НАЗЫВАЮТСЯ **СМЕЖНЫМИ**, ЕСЛИ ОНИ ИМЕЮТ ОБЩУЮ ВЕРШИНУ.



ЧИСЛО РЕБЕР, ИНЦИДЕНТНЫХ ВЕРШИНЕ A , НАЗЫВАЕТСЯ **СТЕПЕНЬЮ** ЭТОЙ ВЕРШИНЫ И ОБОЗНАЧАЕТСЯ $deg(A)$.

ЕСЛИ ВЕРШИНЕ ИНЦИДЕНТНА ПЕТЛЯ, ОНА ДАЕТ ВКЛАД В СТЕПЕНЬ, РАВНЫЙ ДВУМ, ТАК КАК ОБА КОНЦА ПРИХОДЯТ В ЭТУ ВЕРШИНУ.

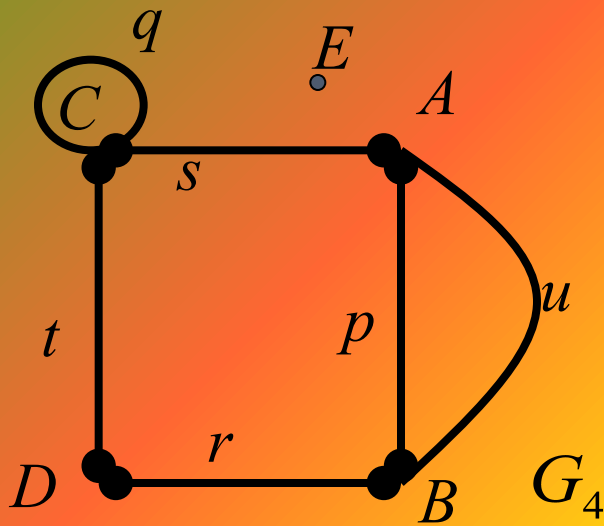
$$\underline{deg(A) = 3};$$

$$\underline{deg(B) = 3};$$

$$\underline{deg(C) = 4};$$

$$\underline{deg(D) = 2};$$

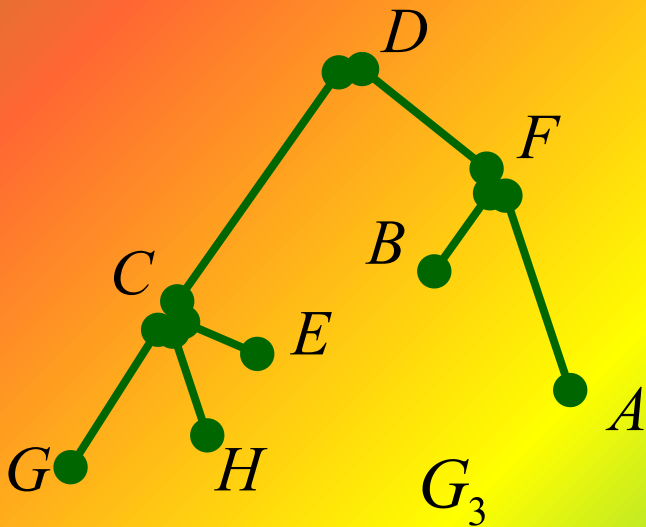
$$\underline{deg(E) = 0}.$$



$deg(E) = 0$



E –
ИЗОЛИРОВАННАЯ
ВЕРШИНА



$deg(G) = 1$

$deg(H) = 1$

$deg(E) = 1$

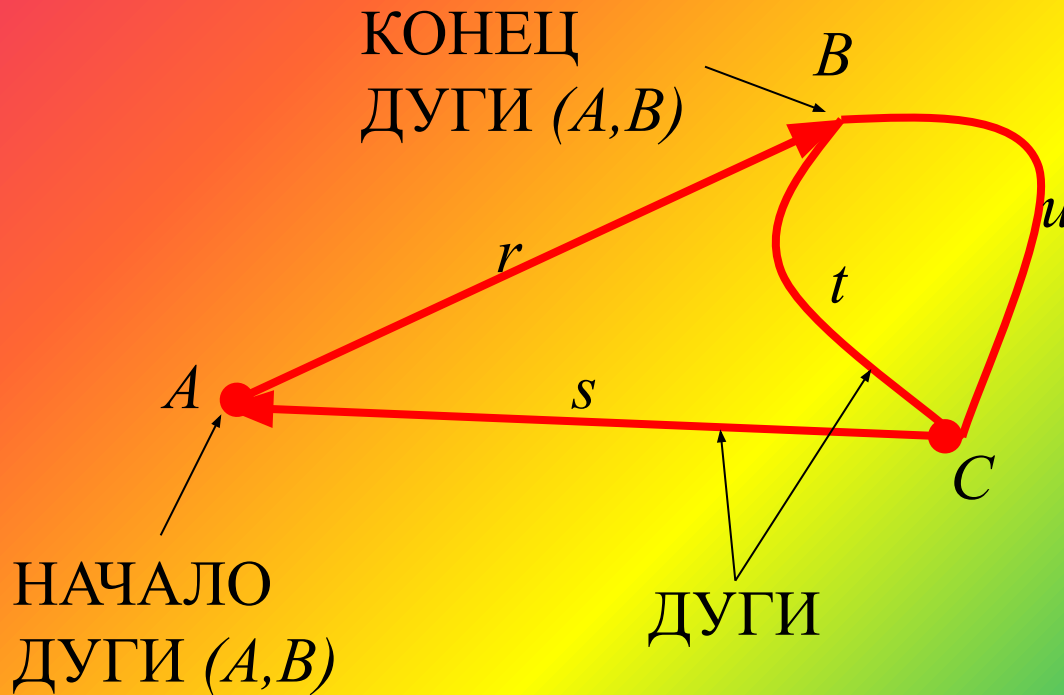
$deg(B) = 1$

$deg(A) = 1$



G, H, E, B, A
- **ВИСЯЧИЕ**
ВЕРШИНЫ

ОРГРАФ



СТЕПЕНИ ВХОДА
ВЕРШИН ГРАФА:

$$\deg_+(A) = 1$$

$$\deg_+(B) = 1$$

$$\deg_+(C) = 2$$

СТЕПЕНИ ВЫХОДА
ВЕРШИН ГРАФА:

$$\deg_-(A) = 1$$

$$\deg_-(B) = 2$$

$$\deg_-(C) = 1$$

СТЕПЕНЬЮ ВХОДА (ВЫХОДА) ВЕРШИНЫ ОРГРАФА НАЗЫВАЕТСЯ ЧИСЛО РЕБЕР, ДЛЯ КОТОРЫХ ЭТА ВЕРШИНА ЯВЛЯЕТСЯ КОНЦОМ (НАЧАЛОМ).

Матрица инцидентности

графа

- таблица B , состоящая из n строк (по количеству вершин) и t столбцов (по количеству ребер или дуг), в которой:

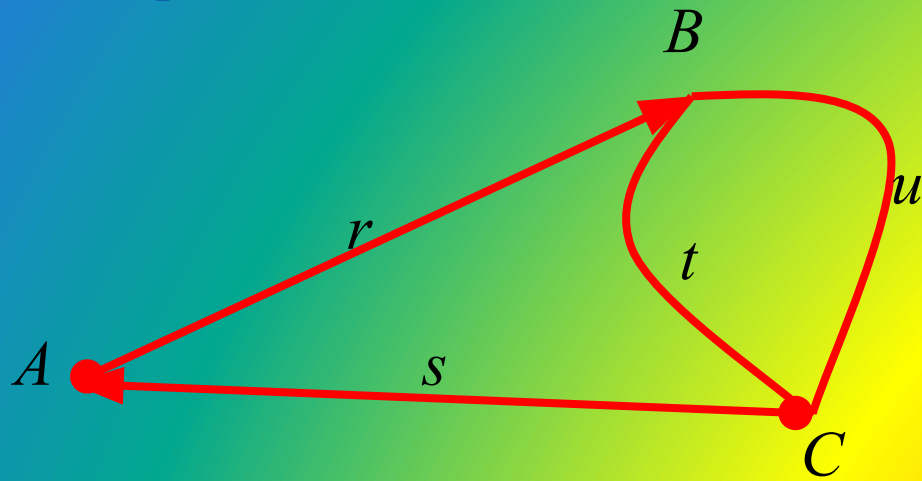
• ДЛЯ НЕОРИЕНТИРОВАННОГО ГРАФА:

$b_{ij} = 1$, ЕСЛИ ВЕРШИНА V_i ИНЦИДЕНТНА РЕБРУ X_j
 $b_{ij} = 0$, ЕСЛИ ВЕРШИНА V_i ИНЦИДЕНТНА РЕБРУ X_j

• ДЛЯ ОРИЕНТИРОВАННОГО ГРАФА:

$b_{ij} = 1$, ЕСЛИ ВЕРШИНА V_i ЯВЛЯЕТСЯ НАЧАЛОМ ДУГИ X_j
 $b_{ij} = 0$, ЕСЛИ ВЕРШИНА V_i НЕ ИНЦИДЕНТНА ДУГЕ X_j
 $b_{ij} = -1$, ЕСЛИ ВЕРШИНА V_i ЯВЛЯЕТСЯ КОНЦОМ ДУГИ X_j

Построение матрицы инцидентности графа (пример)



| | <i>r</i> | <i>s</i> | <i>t</i> | <i>u</i> |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>A</i> | 1 | -1 | 0 | 0 |
| <i>B</i> | -1 | 0 | 1 | 1 |
| <i>C</i> | 0 | 1 | -1 | -1 |

Матрица смежности графа

- квадратная матрица A порядка n (по количеству вершин), в которой:

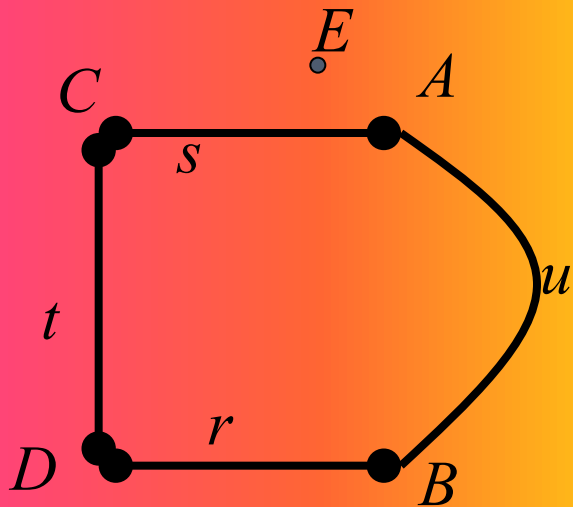
$$a_{ij} = 1, \text{ ЕСЛИ } (V_i, V_j) \in X$$

$$a_{ij} = 0, \text{ ЕСЛИ } (V_i, V_j) \notin X$$

Обязательное условие:

У ГРАФА НЕ ДОЛЖНО БЫТЬ КРАТНЫХ РЕБЕР!!!

Построение матрицы смежности графа (пример)

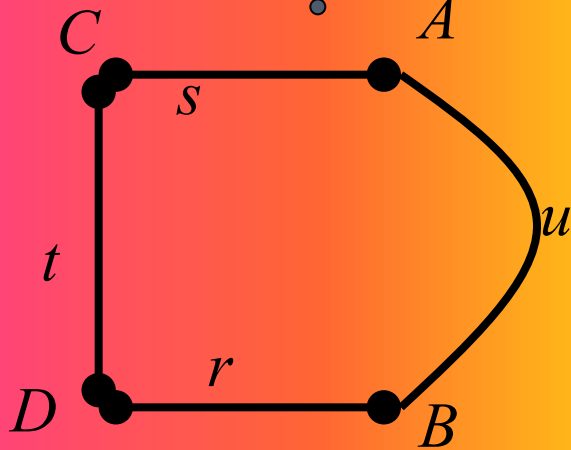


| | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>A</i> | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| <i>B</i> | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| <i>C</i> | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| <i>D</i> | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| <i>E</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

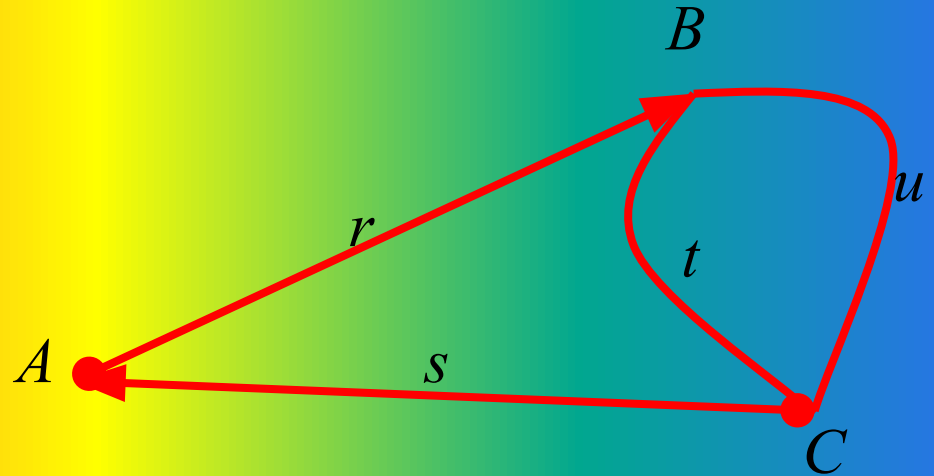
ЭТАП 4 (обобщение знаний)

Даны следующие графы:

ВАРИАНТ 1 E



ВАРИАНТ 2



Ответьте на вопросы по ним, следуя предложенному списку, ответы вносите в индивидуальный лист контроля.

СПАСИБО!

ВАШИ ОТВЕТЫ

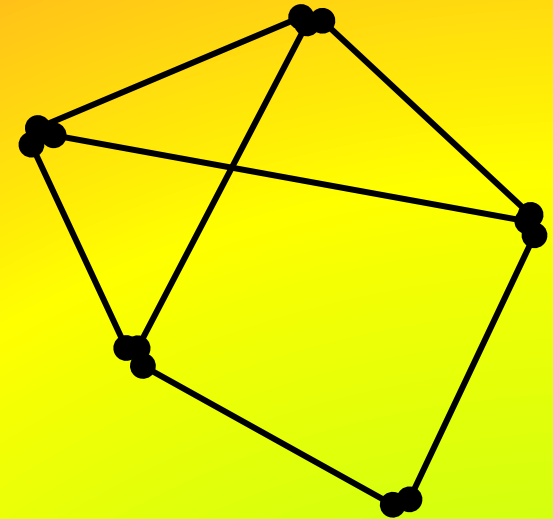
ОБЯЗАТЕЛЬНО

БУДУТ ПРОВЕРЕНЫ

И ОЦЕНЕНЫ

НА ПОСЛЕДУЮЩИХ

ЭТАПАХ ЗАНЯТИЯ!

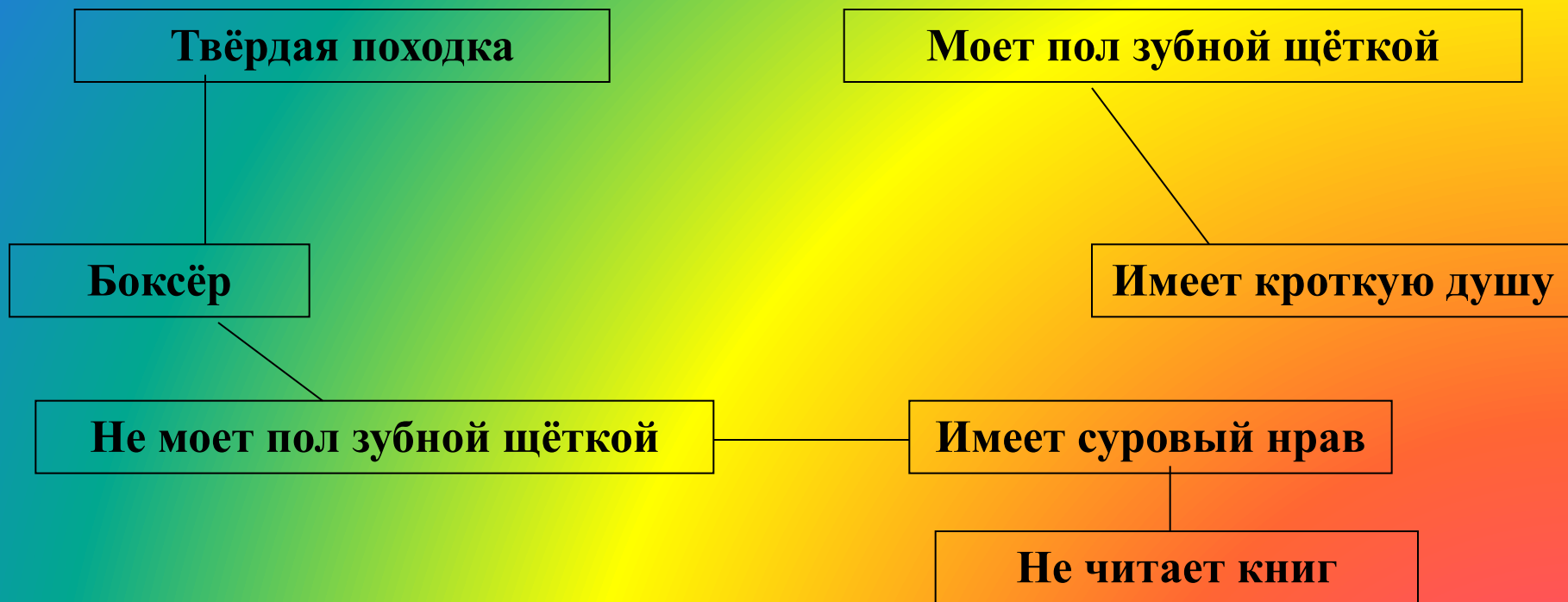


Давайте поиграем...

**ПРОАНАЛИЗИРУЙТЕ СИТУАЦИЮ, ПОСТРОЙТЕ ГРАФ
И ОТВЕЬТЕ НА ПОСТАВЛЕННЫЙ ВОПРОС:**

**Боксёры с твёрдою походкой
Не моют пол зубною щёткой.
Кто моет пол зубною щёткой,
Тот наделён душою кроткой.
Кто пол мыть щёткой не желает,
Суровым нравом обладает.
Суровый нрав у тех бывает,
Кто книжек вовсе не читает.
Фосс враг и книжек и газет,
Ответь, боксёр он или нет?**

Давайте поиграем... (РЕШЕНИЕ И ОТВЕТ)



Да, мистер Фосс – боксёр!

5 ЭТАП (подведение итогов)

Самопроверка стартового теста:

1) Понятия, которые имеют отношение к теории графов:

петля, дерево, точка, линия и ... ЛЕС (!)

2) Классификация моделей, подходящая для графа:

математическая, графическая, информационная

...

3) Пример графовой модели из повседневной жизни:

схема метрополитена, семейное дерево ...

6 ЭТАП (рефлексия)

я узнал(а)...

было интересно...

было трудно...

я выполнял(а) задания...

я понял(а), что...

теперь я могу...

я почувствовал(а), что...

я приобрел(а)...

я научился(ась)...

у меня получилось ...

я смог(ла)...

я попробую...

меня удивило...

пройденные темы дали мне для жизни...

мне захотелось...

7 ЭТАП

(творческое домашнее задание)

ЗАДАНИЕ № 1.

- 1) составьте семейное древо до 4-5 колена,
- 2) приведите аргументы, доказывающие, что построенная конструкция – это граф,
- 3) опишите все его свойства и признаки,
- 4) постройте для «семейного» графа матрицы смежности и инцидентности.

ЗАДАНИЕ № 2.

Задача про хвост Барбоса:

*Собаки с рыжими хвостами
Себе овсянку варят сами.
Тем, чьи хвосты стального цвета,
Не позволяют делать это.
Кто варит себе овсянку,
Гулять выходит спозаранку.
Все, кто гулять выходит рано,
Не терпят фальши и обмана.
Вид добродушный у Барбоса,
Но на сорок он смотрит косо..
Он видит: норовят сороки
У воробьёв списать уроки!
Скажите – прощя нет вопроса!
Какого цвета хвост Барбоса?*

Постройте граф и найдите ответ на вопрос.

ВСЕМ СПАСИБО ЗА ЗАНЯТИЕ!

УДАЧИ!

ДО СВИДАНИЯ!