

Построение графиков тригонометрических функций с помощью элементарных преобразований графиков

Урок - практикум

Основные задачи урока

1. Повторить виды элементарных преобразований графиков функции
2. Применить преобразования графиков для построения графиков функций

$$y = A \sin(kx + b)$$

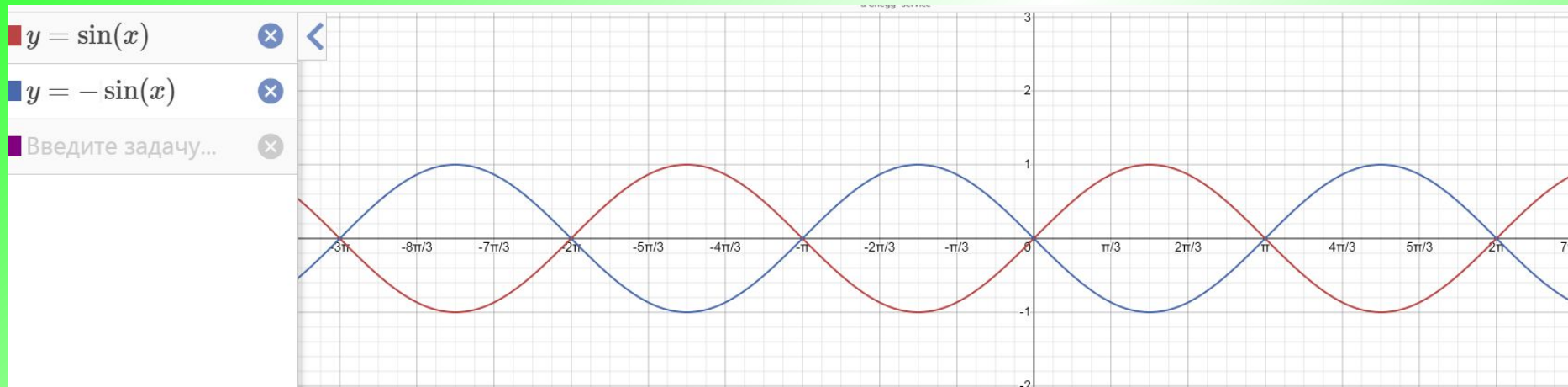
$$y = A \cos(kx + b)$$

1. Основные виды преобразований графиков функции (повторение)

- **параллельный перенос**
- **сжатие и растяжение**
- **симметричное отображение**

$$Y = -f(x)$$

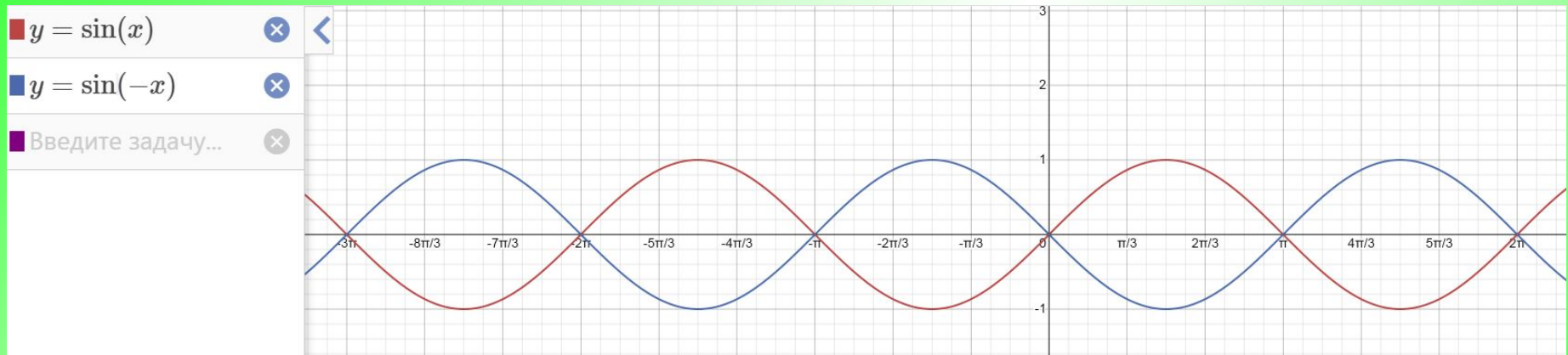
Симметрия графика относительно Ox



$$Y = f(-x)$$

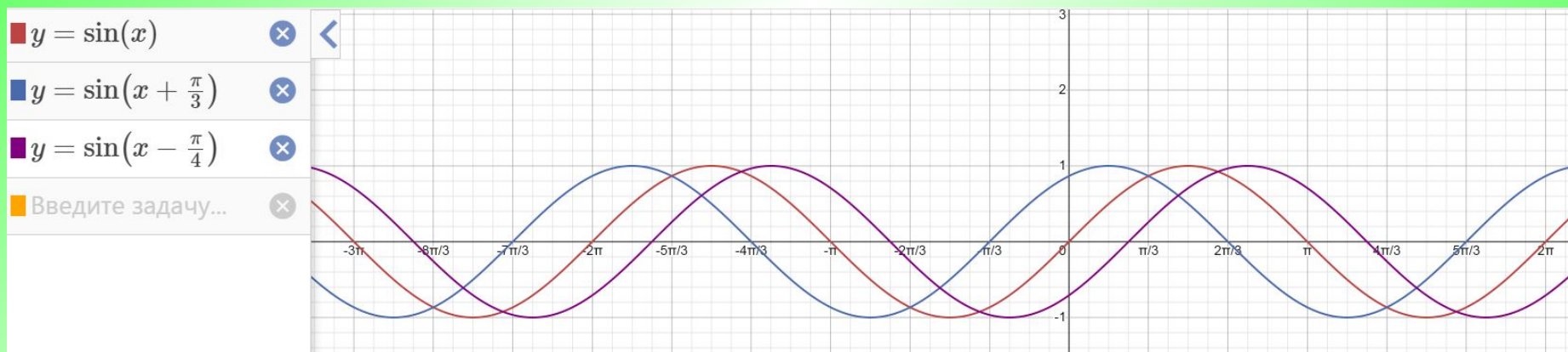
Симметрия

графика относительно Oy



$$Y = f(x + a)$$

Сдвиг по Ox на $-a$



$$Y = f(x) + a$$

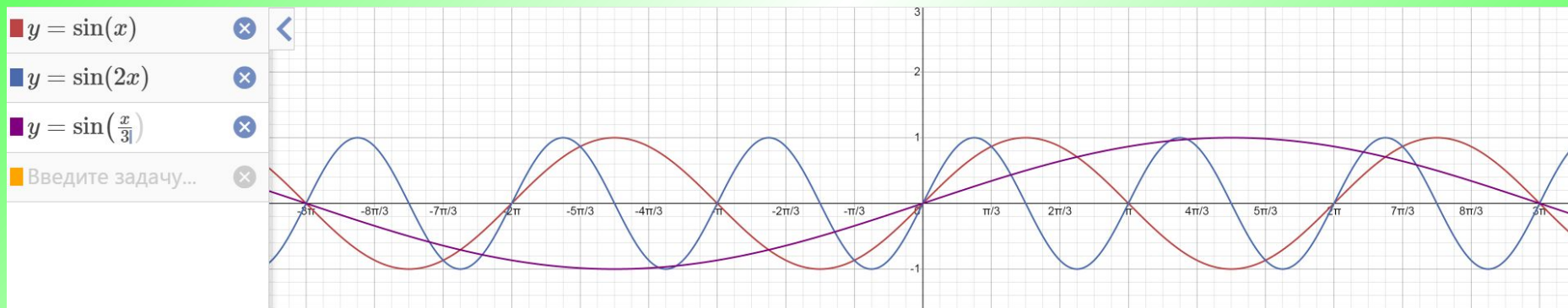
Сдвиг по Oy на a



$$y = f(k \cdot x)$$

$k > 1$ сжатие по Ox в k раз

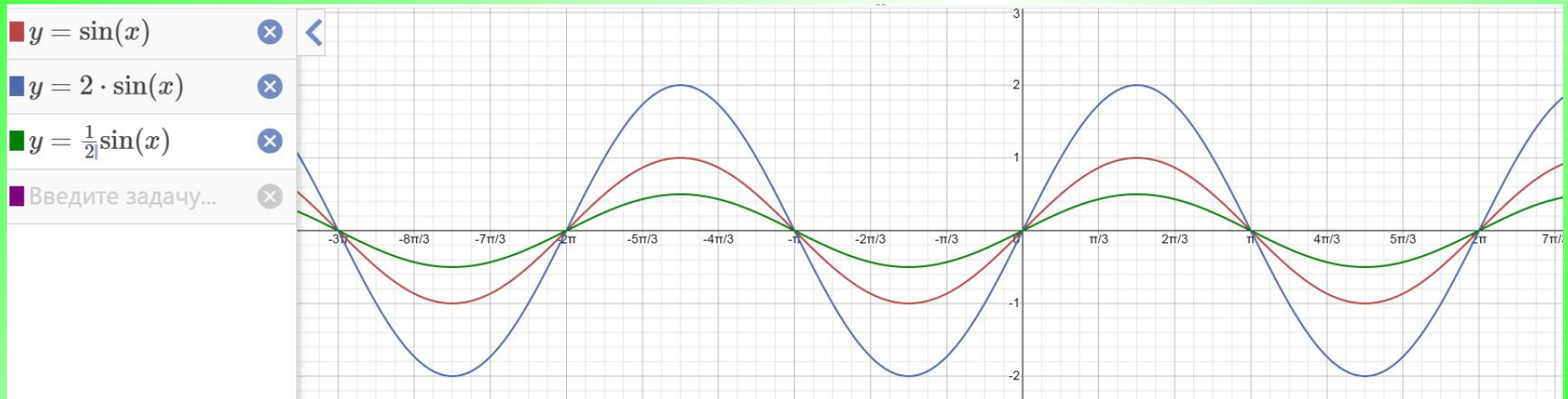
$0 < k < 1$ растяжение по Ox в $1/k$ раз.



$$y = k \cdot f(x)$$

$k > 1$ растяжение по Oy в k раз.

$0 < k < 1$ сжатие по Oy в $1/k$ раз.



Алгоритм построения графиков функции

$$y = A \sin(kx + b)$$

$$y = A \cos(kx + b)$$

1. Привести функцию к виду:

$$y = A \cos\left(k \cdot \left(x + \frac{b}{k}\right)\right)$$

2. Строим последовательность графиков:

1. $y = \cos(x)$

2. $y = \cos(kx)$

3. $y = \cos\left(k \cdot \left(x + \frac{b}{k}\right)\right)$

4. $y = A \cos\left(k \cdot \left(x + \frac{b}{k}\right)\right)$

2. Сжатие или растяжение от оси y

3. Сдвиг вправо или влево

4. Сжатие или растяжение от оси x

Если $A < 0$, то добавляется еще один шаг – симметричное отображение от оси x

Пример 1

$$y = 2 \cos(3x - \pi) = 2 \cos\left(3 \cdot \left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

1. $y = \cos(x)$

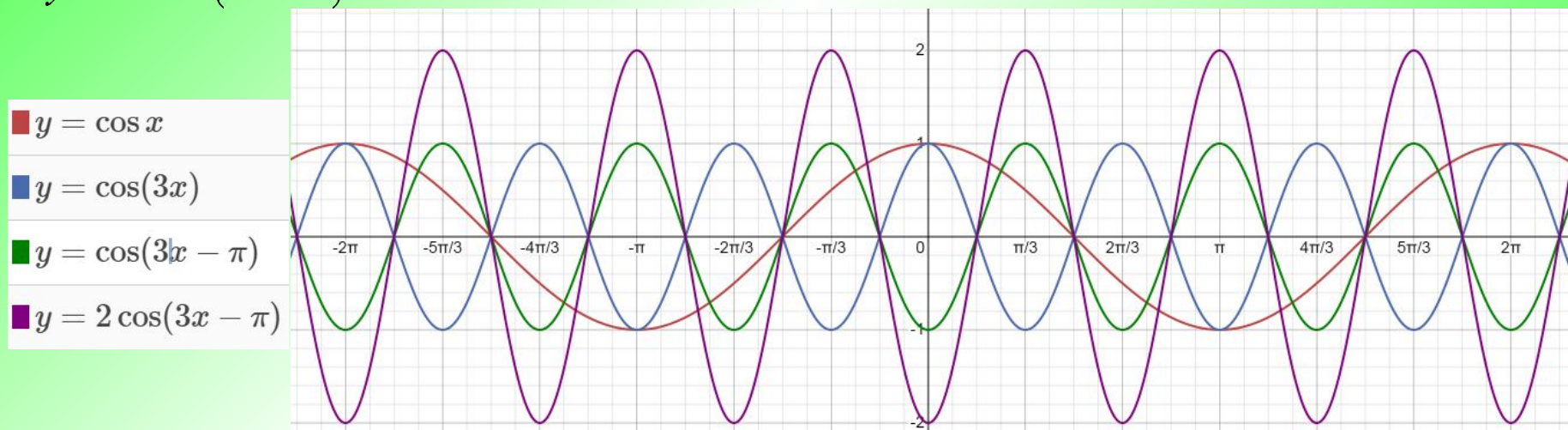
2. $y = \cos(3x)$

3. $y = \cos\left(3 \cdot \left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) = \cos(3x - \pi)$

4. $y = 2 \cdot \cos(3x - \pi)$

Комментарии:

2. Точки становятся ближе к оси y в 3 раза.
3. Сдвиг вправо на $\pi/3$, учитывая, что $\pi \approx 3$, то $\pi/3 \approx 1$, то есть 2 клеточки. Следовательно все точки графика сдвигаются вправо на 2 клеточки. Но двигаем только опорные точки – вершины и точки пересечения с осью x .
4. Точки становятся дальше от x в 2 раза



Проверяем контрольной точкой $x=0$: $y(0) = 2 \cos(3 \cdot 0 - \pi) = 2 \cos(-\pi) = 2 \cos \pi = 2 \cdot (-1) = -2$

График действительно проходит через точку $(0; -2)$

Пример 2

$$y = -0,5 \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = -0,5 \sin\left(2 \cdot \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

1. $y = \sin(x)$

2. $y = \sin(2x)$

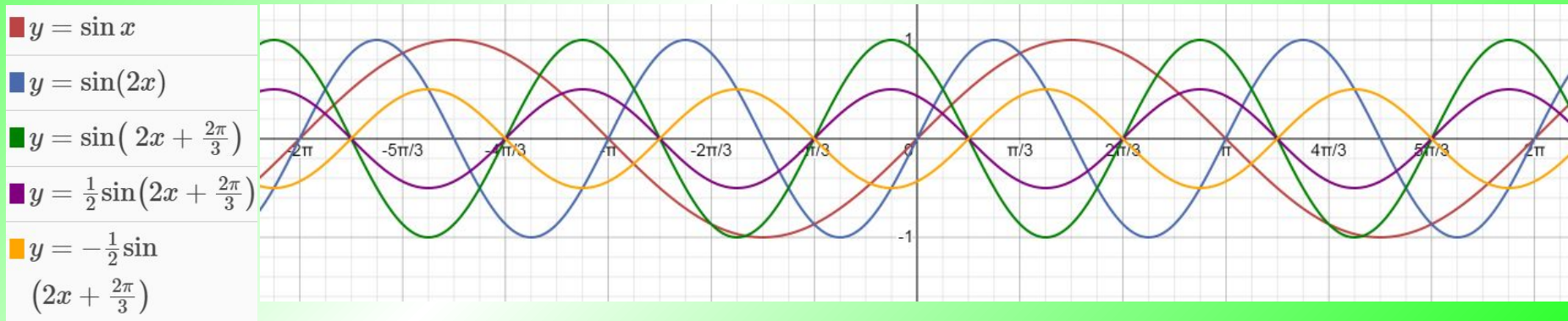
3. $y = \sin\left(2 \cdot \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) = \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$

4. $y = 0,5 \cdot \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$

5. $y = -0,5 \cdot \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$

Комментарии:

2. Точки становятся ближе к оси y в 2 раза.
3. Сдвиг влево на $\pi/3$, учитывая, что $\pi \approx 3$, то $\pi/3 \approx 1$, то есть 2 клеточки. Следовательно все точки графика сдвигаются влево на 2 клеточки. Но двигаем только опорные точки – вершины и точки пересечения с осью x .
4. Точки становятся ближе к x в 2 раза
5. Симметричное отображение графика от оси x



Проверяем контрольной точкой $x=0$

$$y(0) = -0,5 \cdot \sin\left(2 \cdot 0 + \frac{2\pi}{3}\right) = -0,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0,43$$

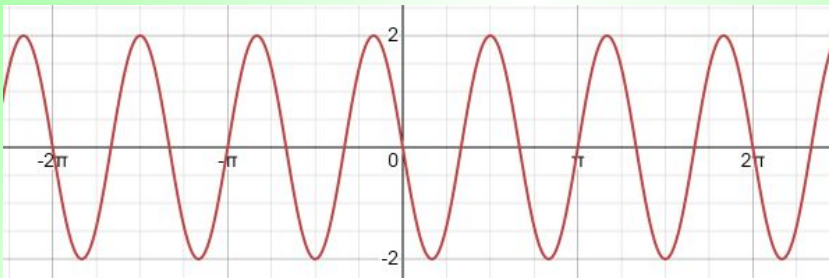
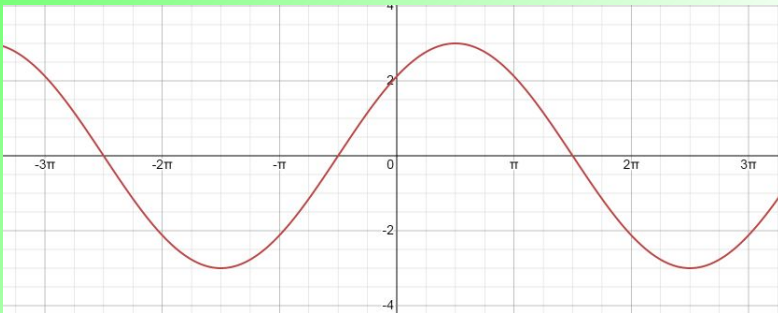
Как видим по рисунку, график функции (желтого цвета) проходит через найденную точку.

Решаем самостоятельно

$$1. y = 3 \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2. y = -2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

ОТВЕТЫ:



Домашнее задание

- ДКР № 4

№1 - № 4