Двійкове і цифрове керування: двійковий код, елементи двійкового керування, двійкова алгебра

Приклад 1: Визначити десяткове число, яке відповідає двійковому числу 101,011 .
Рішення: $101{,}01 = 1 \cdot 2^{2} + 0 \cdot 2^{1} + 1 \cdot 2^{0} + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 5{,}375$.
Приклад 2: Обчислити 6 + 5, а також 11 - 5 за допомогою двійкових чисел.
Рішення:

$$\begin{array}{r} 110 \\ +\ 101 \\ 1 \\ \hline 1011 \triangleq 11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ +\ 101 \\ 1 \\ \hline 1010 \triangleq 6 \end{array}$$

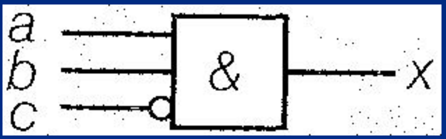
Додавання здійснюється порозрядно справа наліво: 0 + 1=1; 1+0 = 1; 1+1=0 + переноситься 1 на четверту позицію. Віднімання виконується також порозрядно справа наліво: 1-1 =0; 1-0 = 1; дію 0 - 1 не можна виконати, тому позичаємо 1 з наступного, вищого розряду. Отже 10-1 =1 (оскільки 1+1=10)

Для нижченаведених завдань визначити логічну функцію і подати схему з'єднань.

Завдання 1:

Двигун шпинделя має бути включений натисканням сигнальної кнопки *a*, при задіянні мастильної помпи (сигнал 1), а також при вимкненому двигуні захоплення інструменту *c* (сигнал 0).

Розв'язок: функція перемикання $x = a \wedge b \wedge \bar{c}$

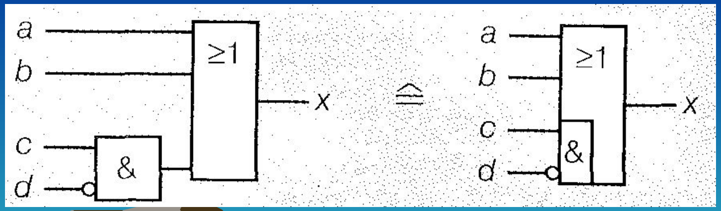


Завдання 2:

Лампа тривоги *x* повинна світитися (сигнал 1) тоді, коли сигналізатор тиску масла *a* або сигналізатор швидкості обертання *b* двигуна шпинделя активовані (сигнал 1), або ввімкнений двигун захоплення інструменту *c* (сигнал 1) і одночасно гальмо *d* не активоване (сигнал 0).

Розв'язок: функція перемикання

$$x = a \vee b \vee (c \wedge \bar{d})$$

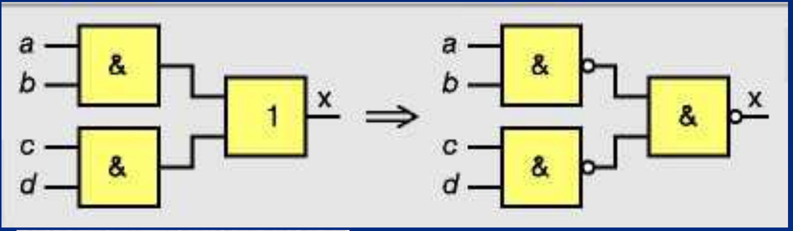


Приклад 2: Перетворити дану двійкову функцію $x = (a \wedge b) \vee (c \wedge d)$
у функцію, утворену тільки виразами типу NAND!

Рішення:

$$\overline{x} = \overline{(a \wedge b) \vee (c \wedge d)} = \overline{(a \wedge b)} \wedge \overline{(c \wedge d)}$$

$$x = \overline{\overline{x}} = \overline{\overline{(a \wedge b)} \wedge \overline{(c \wedge d)}}$$



Приклад 3: Представте двійкову функцію $x = (a \wedge b) \vee c$
у вигляді виразів типу NAND!

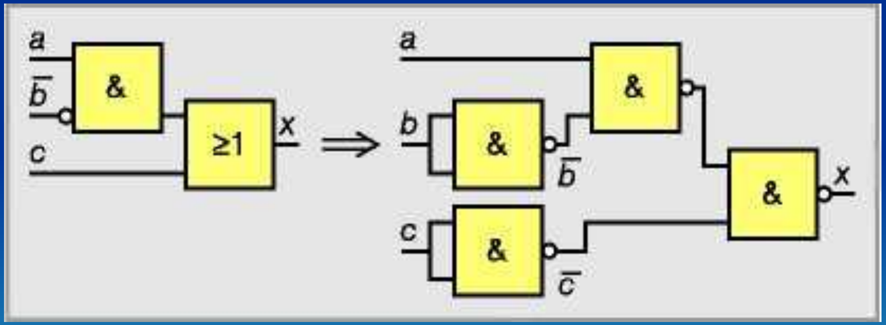
Рішення:

$$\overline{x} = \overline{(a \wedge \overline{b}) \vee c} = \overline{(a \wedge \overline{b})} \wedge \overline{c}$$

$$x = \overline{\overline{x}} = \overline{\overline{(a \wedge \overline{b})} \wedge \overline{c}}$$

Заперечення однієї змінної реалізоване за допомогою виразу NAND як:

$$b = b \wedge b\,,\ c = c \wedge c$$



Приклад 4:

Перетворіть дану двійкову функцію $x = (a \wedge b) \vee (c \wedge d)$

у функцію, утворену тільки виразами типу NOR!

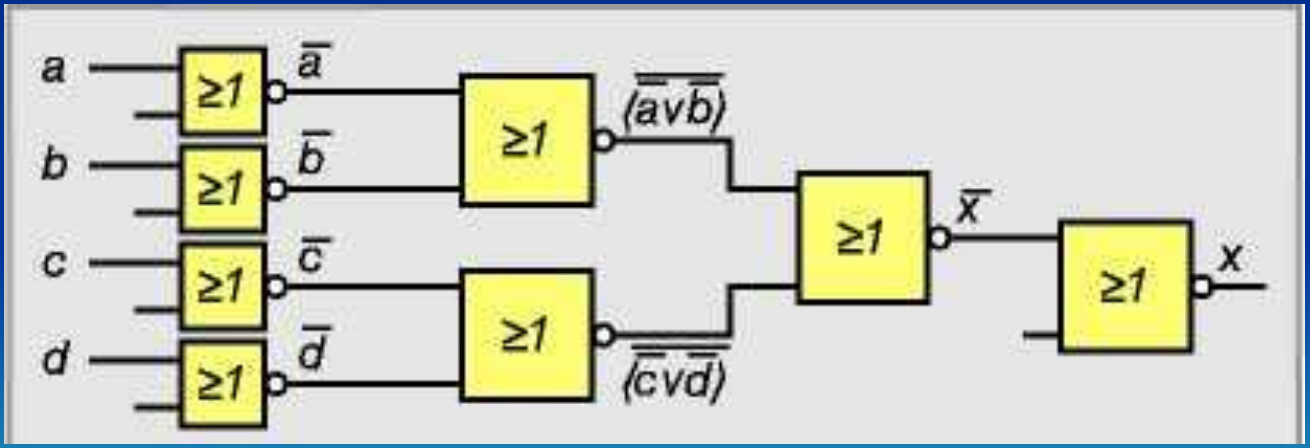
Рішення:

$$\overline{x} = \overline{(a \wedge b) \vee (c \wedge d)} = \overline{(a \wedge b)} \wedge \overline{(c \wedge d)} = (\overline{a} \vee \overline{b}) \wedge (\overline{c} \vee \overline{d})$$

$$\overline{\overline{x}} = x = \overline{(\overline{a} \vee \overline{b}) \wedge (\overline{c} \vee \overline{d})} = \overline{(\overline{a} \vee \overline{b})} \vee \overline{(\overline{c} \vee \overline{d})}$$

$$\overline{x} = \overline{\overline{(\overline{a} \vee \overline{b})} \vee \overline{(\overline{c} \vee \overline{d})}}$$

Заперечуючи , отримуємо (подвійне заперечення). Заперечення однієї змінної реалізують, користуючись виразом NOR з другою вхідною змінною рівною 0



Приклад 5: Ковальська машина може обслуговуватись трьома, або щонайменше двома особами. Три ідентичні операторські місця оснащені пультами з кнопками (типу пульта з ключем) *a*, *b* і *c*. Щоб ввести машину в дію сигналом *x* = 1, мають бути задіяні щонайменше два з трьох пультів. Складіть повну таблицю станів комбінаційного керування.

Рішення: Кожна з трьох вхідних змінних a, *b* і c може приймати значення 1 або 0, що дає 2^3 = 8 комбінацій. Можна відзначити, що тільки 4 комбінації змінних відповідають наведеним у завданні умовам.

	c	b	a	x
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

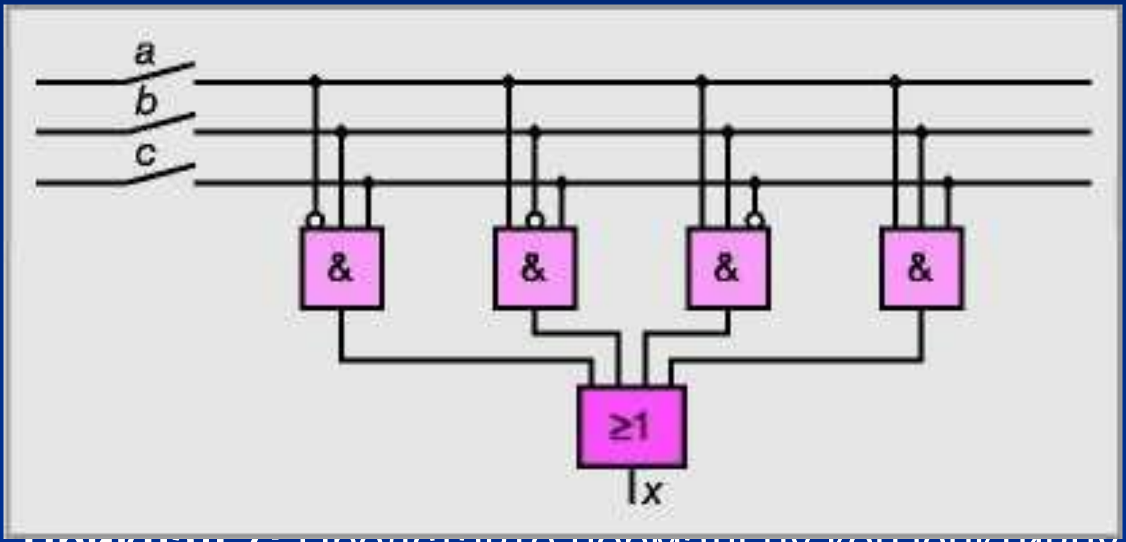
до утворення нормальної кон'юнкційної форми

до утворення нормальної альтернативної форми

Приклад 6: Представте нормальну альтернативну форму поданої в таблиці функції і намалюйте схему перемикаючої системи.

Рішення:

$$x = (\overline{c} \wedge b \wedge a) \vee (c \wedge \overline{b} \wedge a) \vee (c \wedge b \wedge \overline{a}) \vee (c \wedge b \wedge a)$$



	c	b	a	x
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

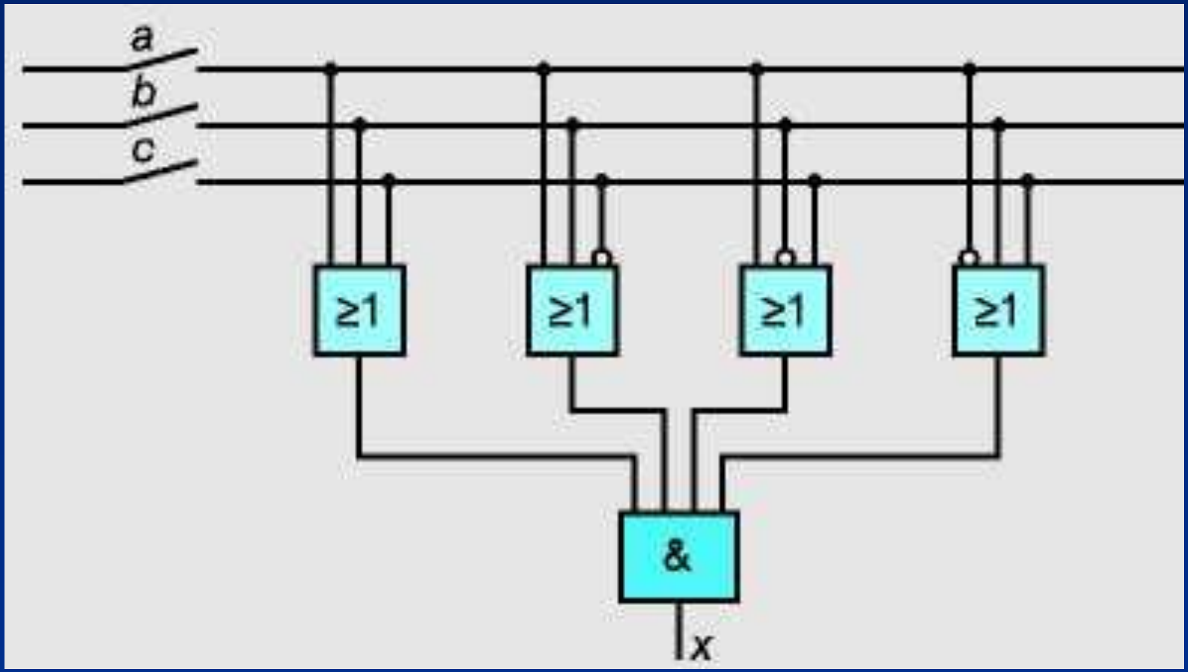
Приклад 7: Представте нормальну кон'юнктивну форму наведеної в таблиці функції і намалюйте схему перемикаючої системи.

$$\overline{x} = (\overline{c} \wedge \overline{b} \wedge \overline{a}) \vee (\overline{c} \wedge \overline{b} \wedge a) \vee (\overline{c} \wedge b \wedge \overline{a}) \vee (c \wedge \overline{b} \wedge \overline{a})$$

***Рішення* (**рис. наст. слайд**)**

Заперечуючи, отримуємо:

$$\overline{\overline{x}} = x = \overline{(\overline{c} \wedge \overline{b} \wedge \overline{a}) \vee (\overline{c} \wedge \overline{b} \wedge a) \vee (\overline{c} \wedge b \wedge \overline{a}) \vee (c \wedge \overline{b} \wedge \overline{a})}$$
$$= (c \vee b \vee a) \wedge (c \vee b \vee \overline{a}) \wedge (c \vee \overline{b} \vee a) \wedge (\overline{c} \vee b \vee a)$$



У випадку, коли в повній таблиці функції переважають одиничні значення вихідної змінної, кориснішою є кон’юнктивна форма (менше частинних виразів); якщо нульові значення, кориснішим є запис в альтернативній формі.

Приклад 8:

Утворіть таблицю Карно для повної таблиці функції.

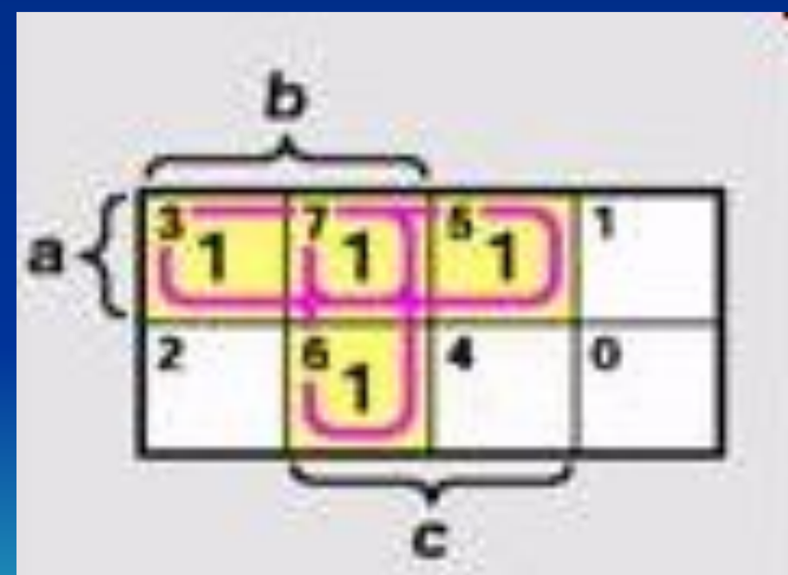
	c	b	a	x
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

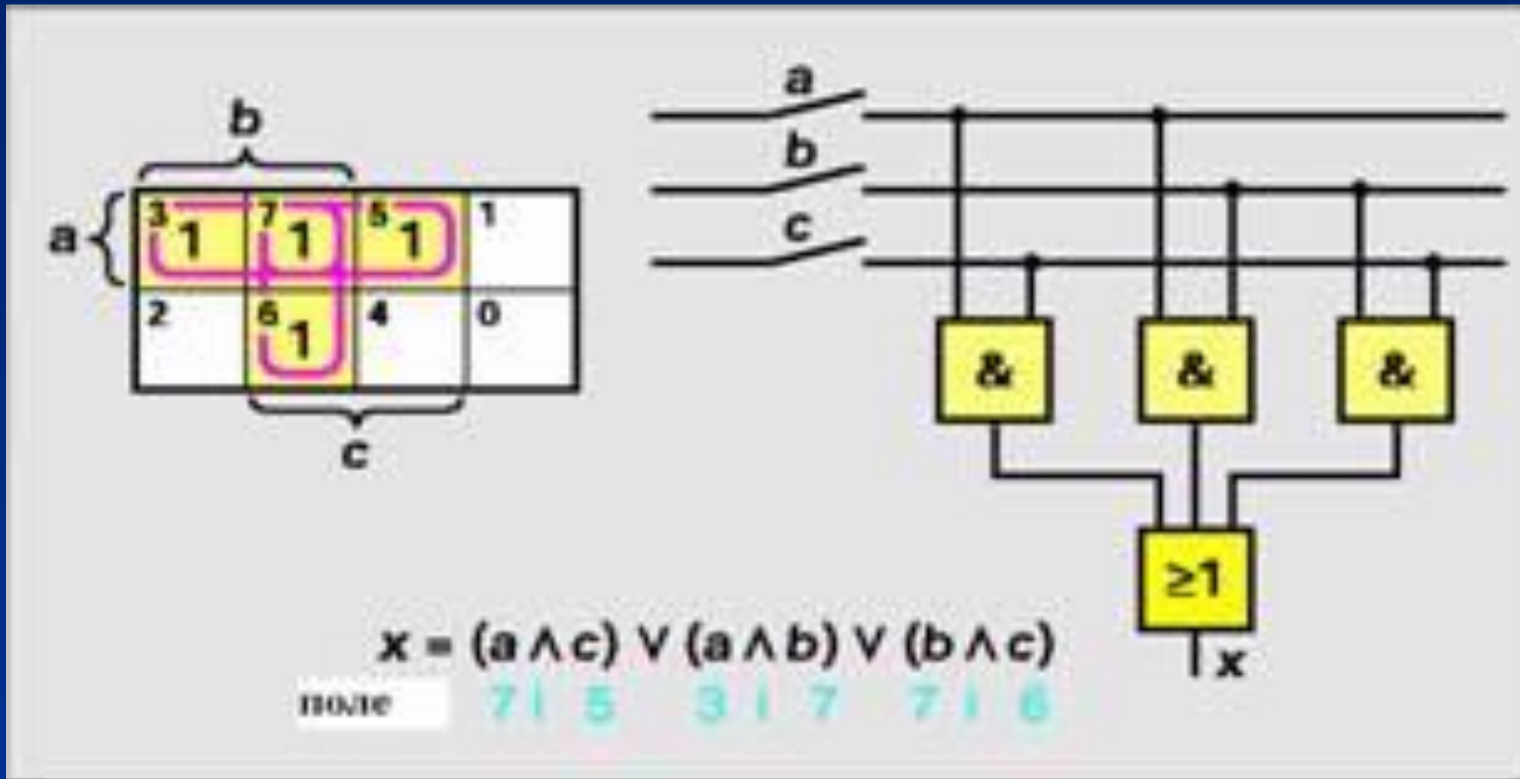
Рішення:

Тут є 3 вхідні змінні. Отже, таблиця Карно має $2^3 = 8$ полів, заповнених згідно з умовами завдання (задіяні щонайменше два з трьох кнопкових зв'язків) одиницями - відповідно до таблиці станів це поля 3, 5, 6, 7.

Отже, у таблиці Карно можна покрити три двопольові блоки з одиницями згідно із залежністю

$$x = (a \wedge c) \vee (a \wedge b) \vee (b \wedge c)$$





Замість попередньої системи, ми отримали спрощену, але повністю еквівалентну систему керування, в якій замість необхідних чотирьох функціональних елементів (кожен з трьома входами) потрібно лише три двовходові елементи.