Простейшие тригонометрические неравенства

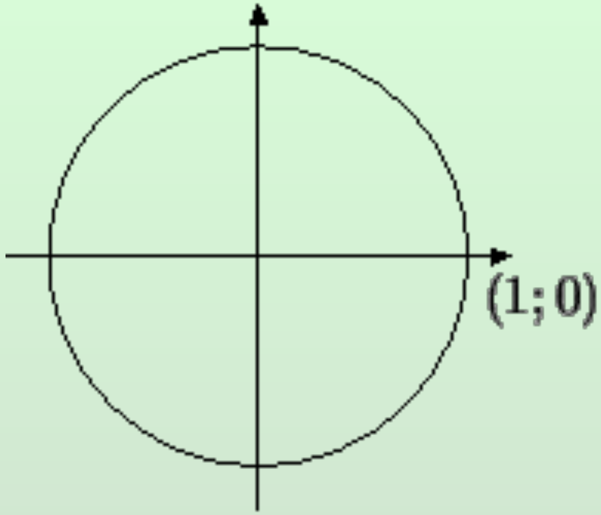
- Неравенство $\sin x \geq a$
- Неравенство $\cos x < a$
- Неравенство $\mathrm{tg}\, x > a$
- Неравенство $\mathrm{ctg}\, x \leq a$
- Примеры

ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ

10.1.3.9 - уметь решать простейшие тригонометрические неравенства

Критерии оценивания

***решает простейшие тригонометрические неравенства, используя тригонометрический круг**



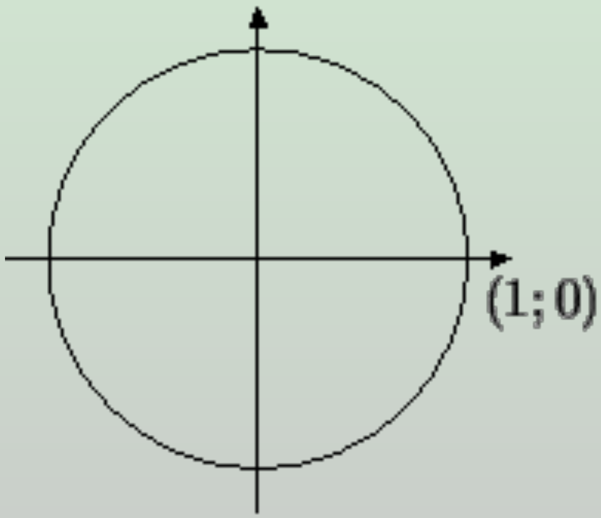
- $\sin t > a$

$t_2 > t_1$, так как обход дуги - против часовой стрелки (+)

$t_1 = \arcsin a,\ t_1 \in [-\pi/2; \pi/2]$

$t_2 = \pi - t_1 = \pi - \arcsin a,$

$t_1 + 2\pi n < t < t_2 + 2\pi n, n \in Z$



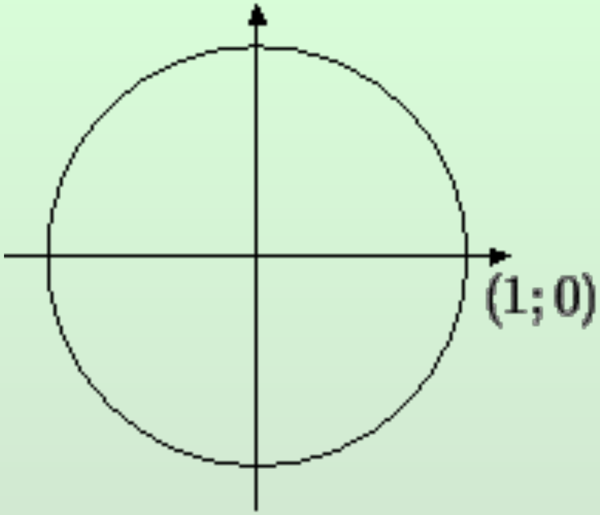
- $\sin t < a$

$t_2 < t_1$, так как обход дуги - по часовой стрелке $(-)$.

$t_1 = \arcsin a,\ t_1 \in [-\pi/2; \pi/2]$

$t_2 = -\pi - t_1 = -\pi - \arcsin a,$

$t_2 + 2\pi n < t < t_1 + 2\pi n, n \in Z$



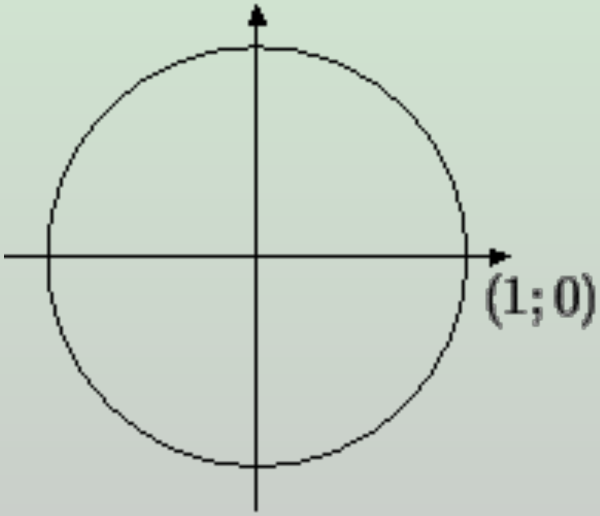
❖ $cos\ t > a$

$t_2 < t_1$, так как обход дуги – по часовой стрелке $(-)$

$t_1 = \arccos a,\ t_1 \in [0;\pi]$

$t_2 = -t_1 = -\arccos a,$

$t_2 + 2\pi n < t < t_1 + 2\pi n, n \in Z$



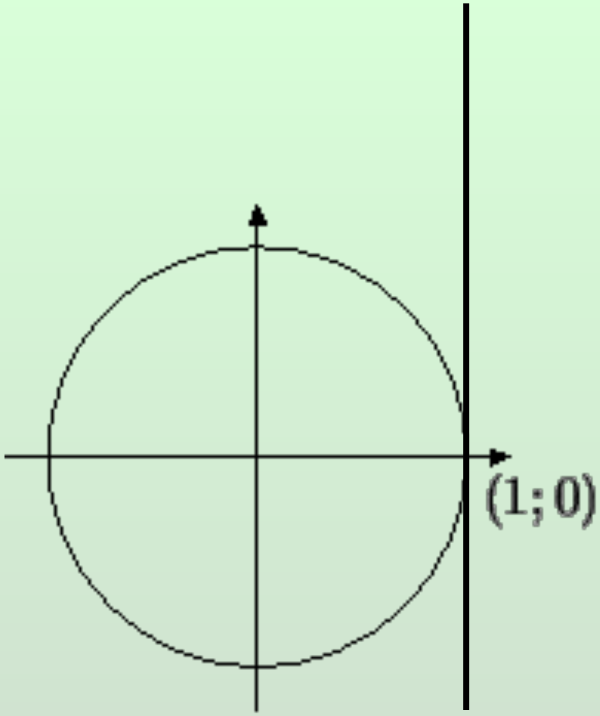
❖ $cos\ t < a$

$t_2 > t_1$, так как обход дуги – против часовой стрелки $(+)$

$t_1 = \arccos a,\ t_1 \in [0;\pi]$

$t_2 = 2\pi - t_1 = 2\pi - \arccos a,$

$t_1 + 2\pi n < t < t_2 + 2\pi n, n \in Z$



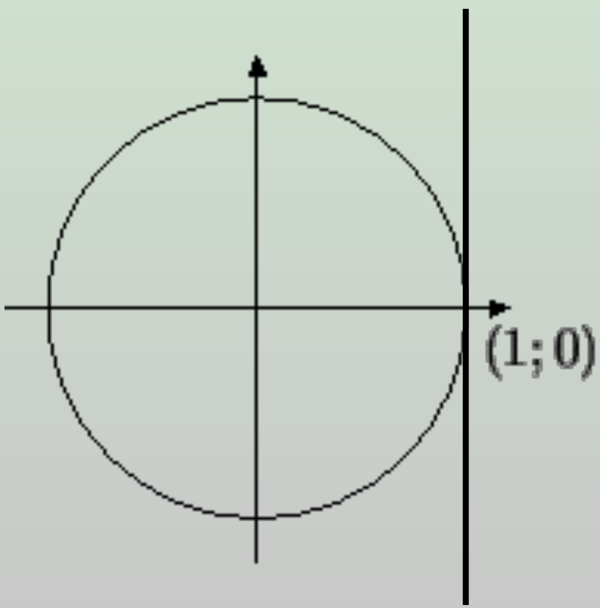
- $tg\ t > a$

$t_2 > t_1$, так как обход дуги – против часовой стрелки $(+)$

$t_1 = arctg\ a,\ t_1 \in (-\pi/2; \pi/2)$

$t_2 = \pi/2,$

$t_1 + \pi n < t < t_2 + \pi n, n \in Z$



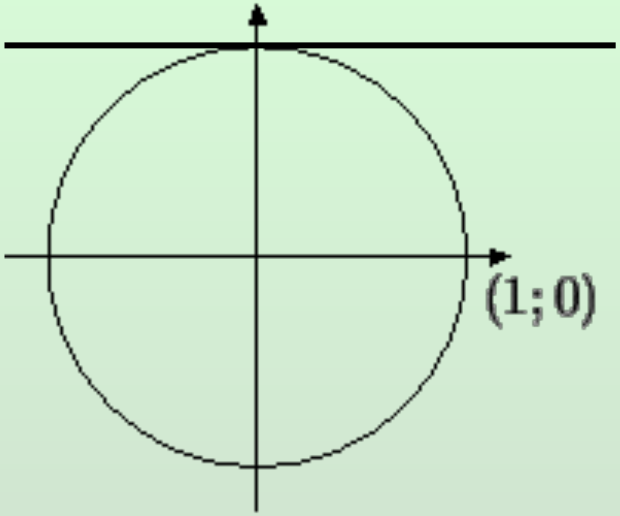
- $tg\ t < a$

$t_2 < t_1$, так как обход дуги – по часовой стрелке $(-)$

$t_1 = arctg\ a,\ t_1 \in (-\pi/2; \pi/2)$

$t_2 = -\pi/2,$

$t_2 + \pi n < t < t_1 + \pi n, n \in Z$

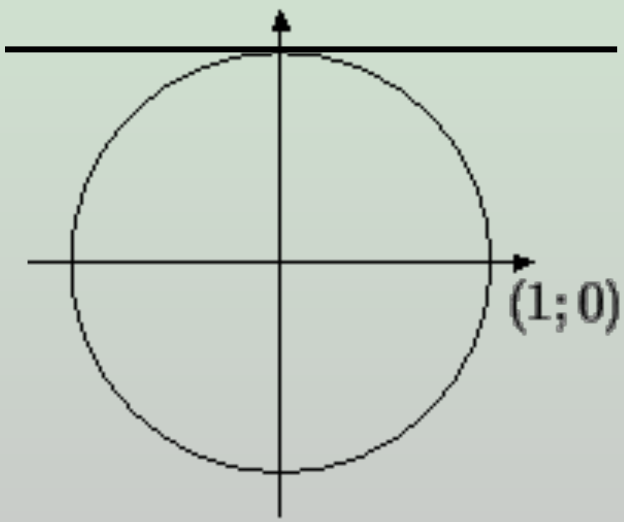


- $ctgt > a$

  $t_2 < t_1$, так как обход дуги – по часовой стрелке $(-)$ $(t_1 = arcctga, t_1 \in (0; \pi)$

  $t_2 = 0,$

  $\pi n < t < t_1 + \pi n, n \in Z$



- $ctgt > a$

  $t_2 > t_1$, так как обход дуги – против часовой стрелки (+) $t_1 = arcctga, t_1 \in (0; \pi)$

  $t_2 = \pi,$

  $t_1 + \pi n < t < t_2 + \pi n, n \in Z$

Примечание

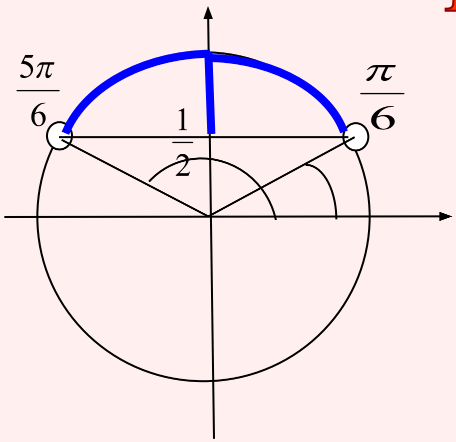
$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$arctg(-a) = -arctg\, a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

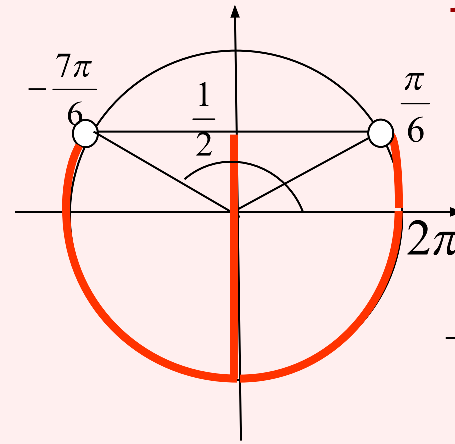
$$arcctg(-a) = \pi - arcctg\, a$$

Решение тригонометрических неравенств



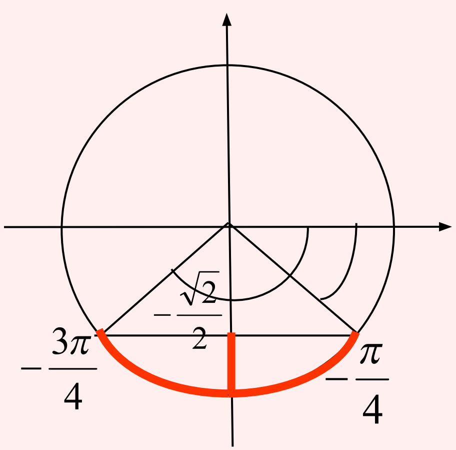
$$\sin x > \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$



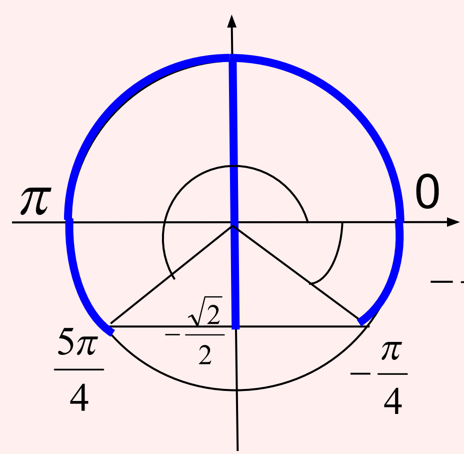
$$\sin x < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$



$$\sin x \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi \le x \le -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

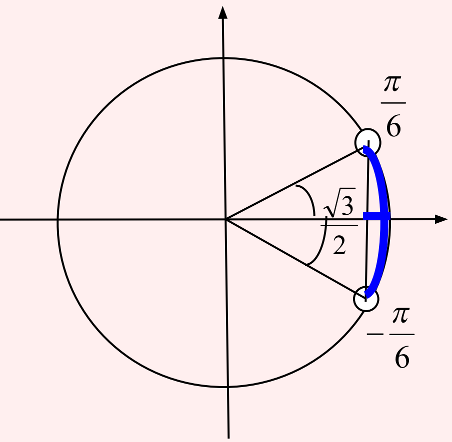


$$\sin x \ge -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n \le x \le \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

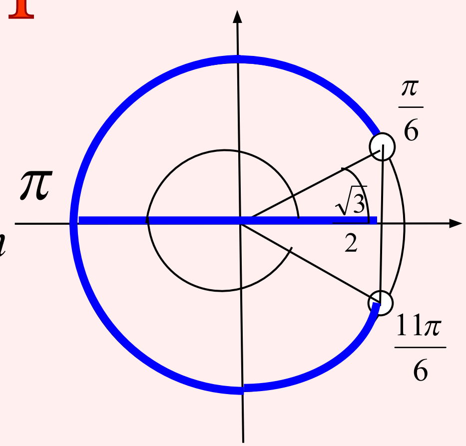
$$n \in Z$$

Решение тригонометрических неравенств



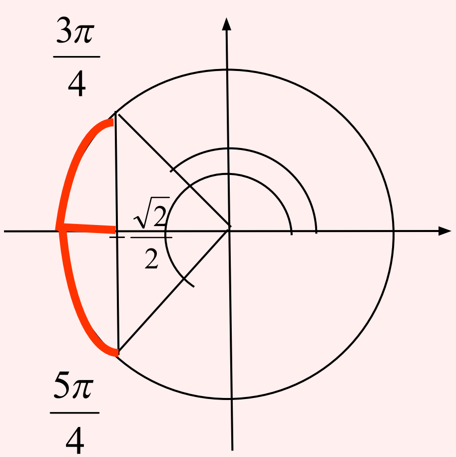
$$\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$



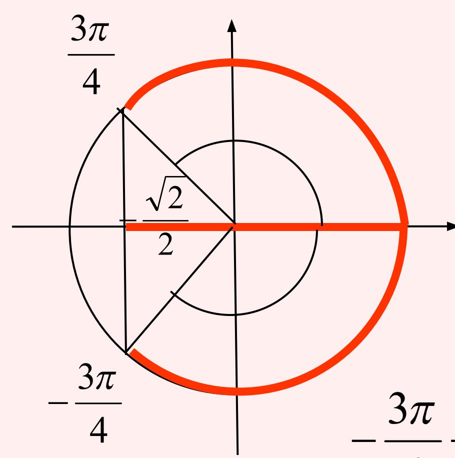
$$\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{11\pi}{6} + 2\pi n$$



$$\cos x \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \le x \le \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

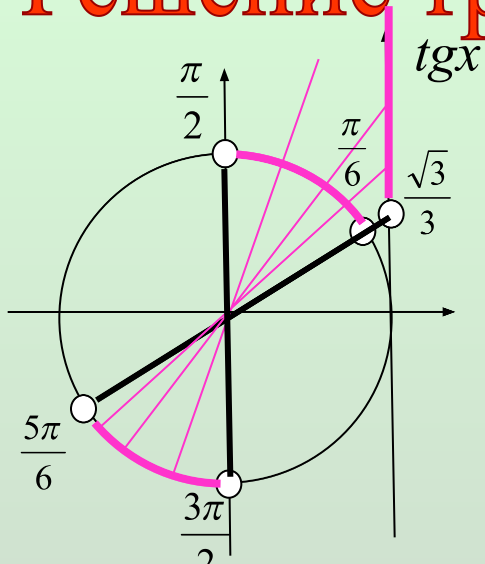


$$\cos x \ge -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \le x \le \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

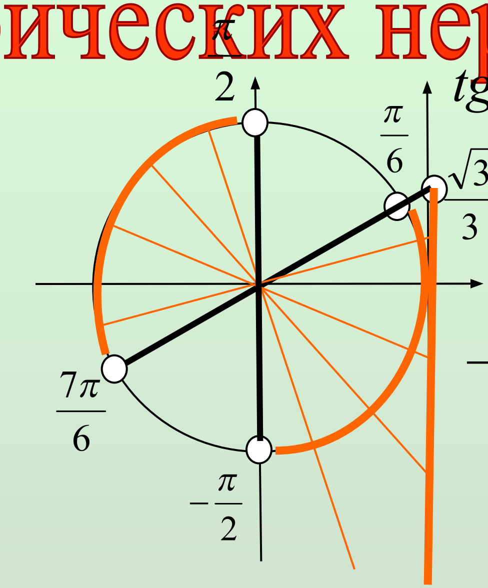
$$n \in Z$$

Решение тригонометрических неравенств



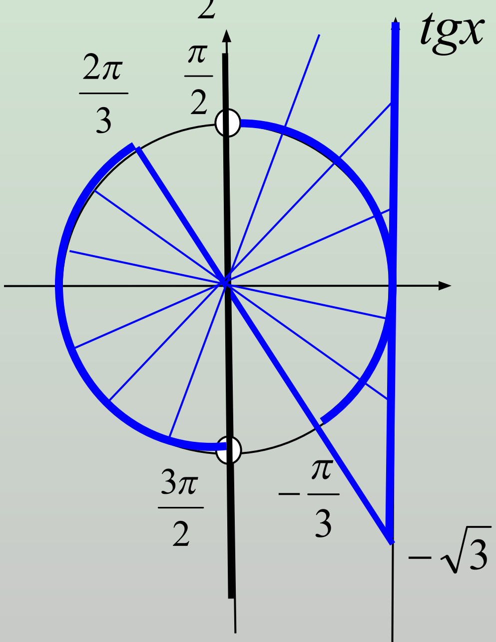
$$tgx > \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$$



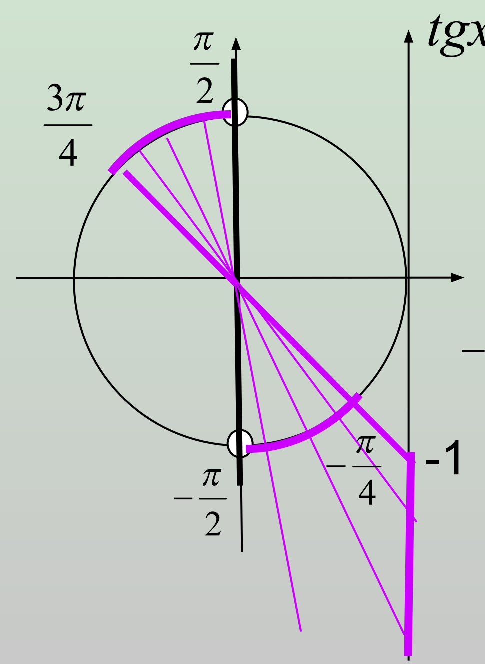
$$tgx < \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{6} + \pi n$$



$$tgx \geq -\sqrt{3}$$

$$-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$$

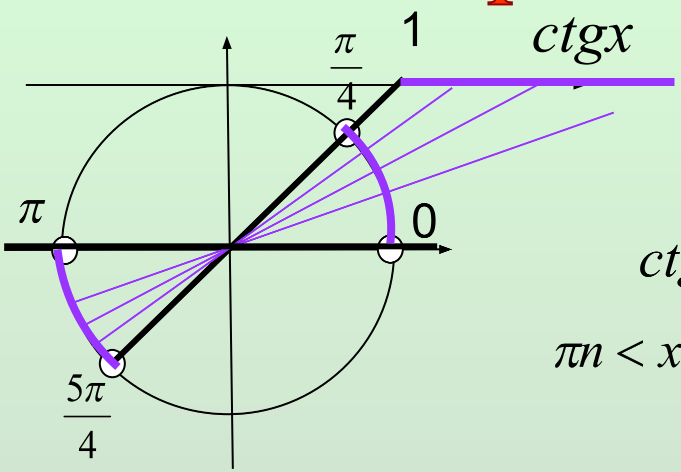


$$tgx \leq -1$$

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

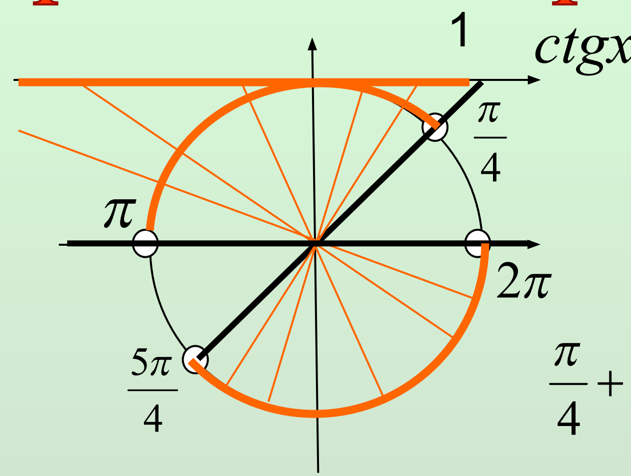
$$n \in Z$$

Решение тригонометрических неравенств



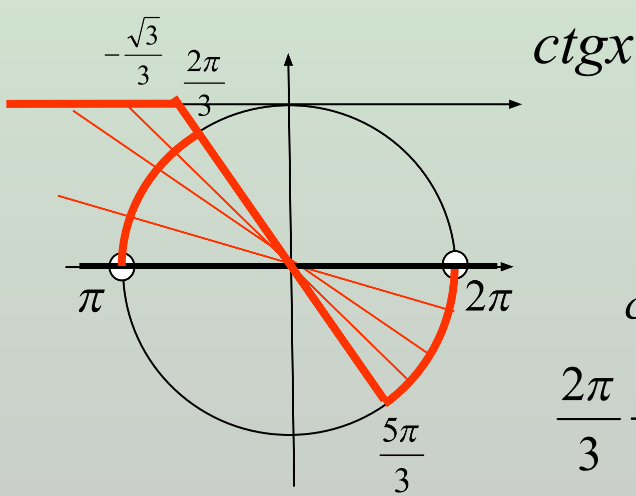
$$ctg\,x > 1$$

$$\pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n$$



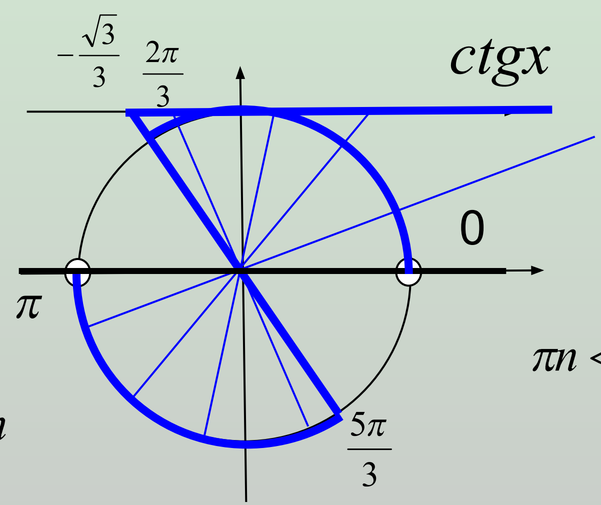
$$ctg\,x < 1$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi n < x < \pi + \pi n$$



$$ctg\,x \le -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2\pi}{3} + \pi n \le x < \pi + \pi n$$



$$ctg\,x \ge -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\pi n < x \le \frac{2\pi}{3} + \pi n$$

$$n \in Z$$

Решить неравенство $2\cos\left(2x + 100^\circ\right) \leq -1$

FRONT WORK

1.a) $\sin 3x > -\frac{1}{2}$

b) $\cos 4x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\operatorname{tg} \frac{2}{3} x > \sqrt{3}$

FRONT WORK

2. a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) \geq -\frac{1}{2}$.

ДЗ № 9.5, 9.6 (б,в), №9.7