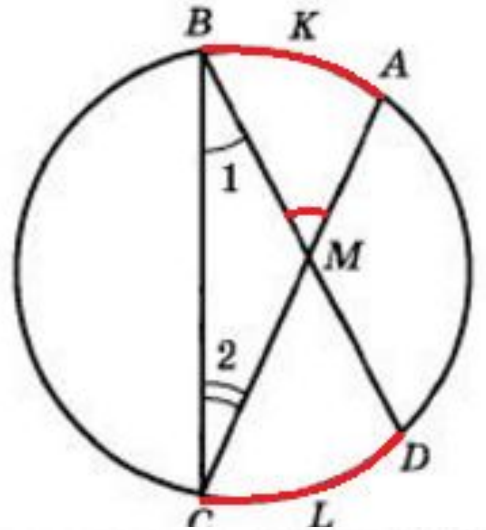
НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ПЛАНИМЕТРИИ

Углы и отрезки связанные с окружностью.

Александрова А. 11 «А»

УГЛЫ С ВЕРШИНАМИ ВНУТРИ И ВНЕ КРУГА

Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется полусуммой полусуммой заключенных между ними дуг.

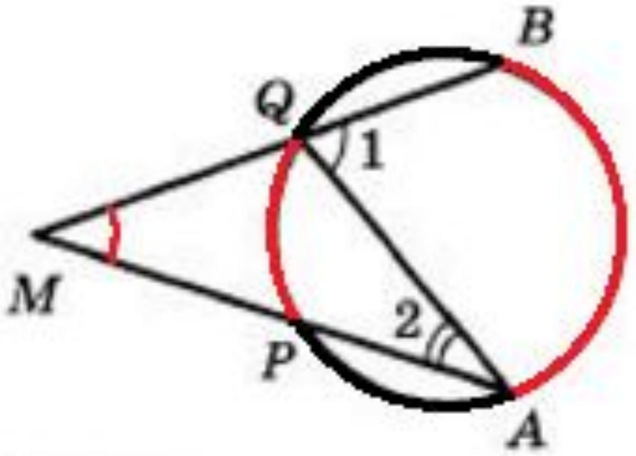


В самом деле, рассмотрим хорды AC и BD, пересекающиеся в точке M, и проведем хорду BC (рис. 200). Так как $\angle AMB$ — внешний угол треугольника BMC, то $\angle AMB = \angle 1 + \angle 2$. По теореме о вписанном угле $\angle 1 = \frac{1}{2} \smile CLD$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \smile AKB$, поэтому

$$\angle AMB = \frac{1}{2} (\smile CLD + \smile AKB),$$

что и требовалось доказать.

Угол между двумя секущими , проведенными из одной точки, измеряется полуразностью заключенных внутри него дуг.

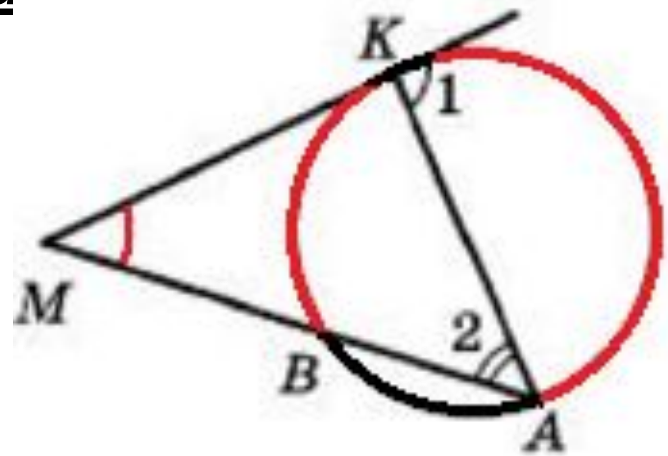


Обратимся к рисунку 201. Угол 1 — внешний угол треугольника AMQ, поэтому $\angle 1 = \angle 2 + \angle AMB$. Поскольку углы 1 и 2 — вписанные, то $\angle 1 = \frac{1}{2} \smile AB$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \smile PQ$. Следовательно,

$$\angle AMB = \frac{1}{2} (\smile AB - \smile PQ),$$

что и требовалось доказать.

Угол между касательной и секущей, проведенный из одной точки, измеряется полуразностью заключенных внутри него дуг.

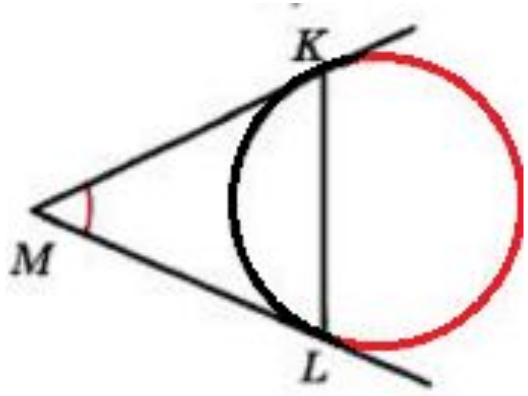


Обратимся к рисунку 202, *а*. Угол 1 является внешним углом треугольника AMK, поэтому $\angle 1 = \angle 2 + \angle AMK$. По теореме об угле между касательной и хордой $\angle 1 = \frac{1}{2} \smile AK$, а по теореме о вписанном угле $\angle 2 = \frac{1}{2} \smile BK$. Следовательно,

$$\angle AMK = \frac{1}{2} (\smile AK - \smile BK),$$

что и требовалось доказать.

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки , равен 180° минус величина заключенной внутри него дуги, меньшей полуокружности.



В самом деле, поскольку отрезки касательных, проведенные из одной точки, равны, то треугольник KML на рисунке 202, *б* равнобедренный. По теореме об угле между касательной и хордой сумма углов K и L при его основании равна $\smile KL$. Следовательно, $\angle KML = 180° - \smile KL$, что и требовалось доказать.