

# **Лекция 7,8**

## **Производство и издержки**

# Производственная функция

**Производственная функция – это зависимость между объемом потребляемых ресурсов и максимальным объемом производимой продукции.**

# Производственная функция

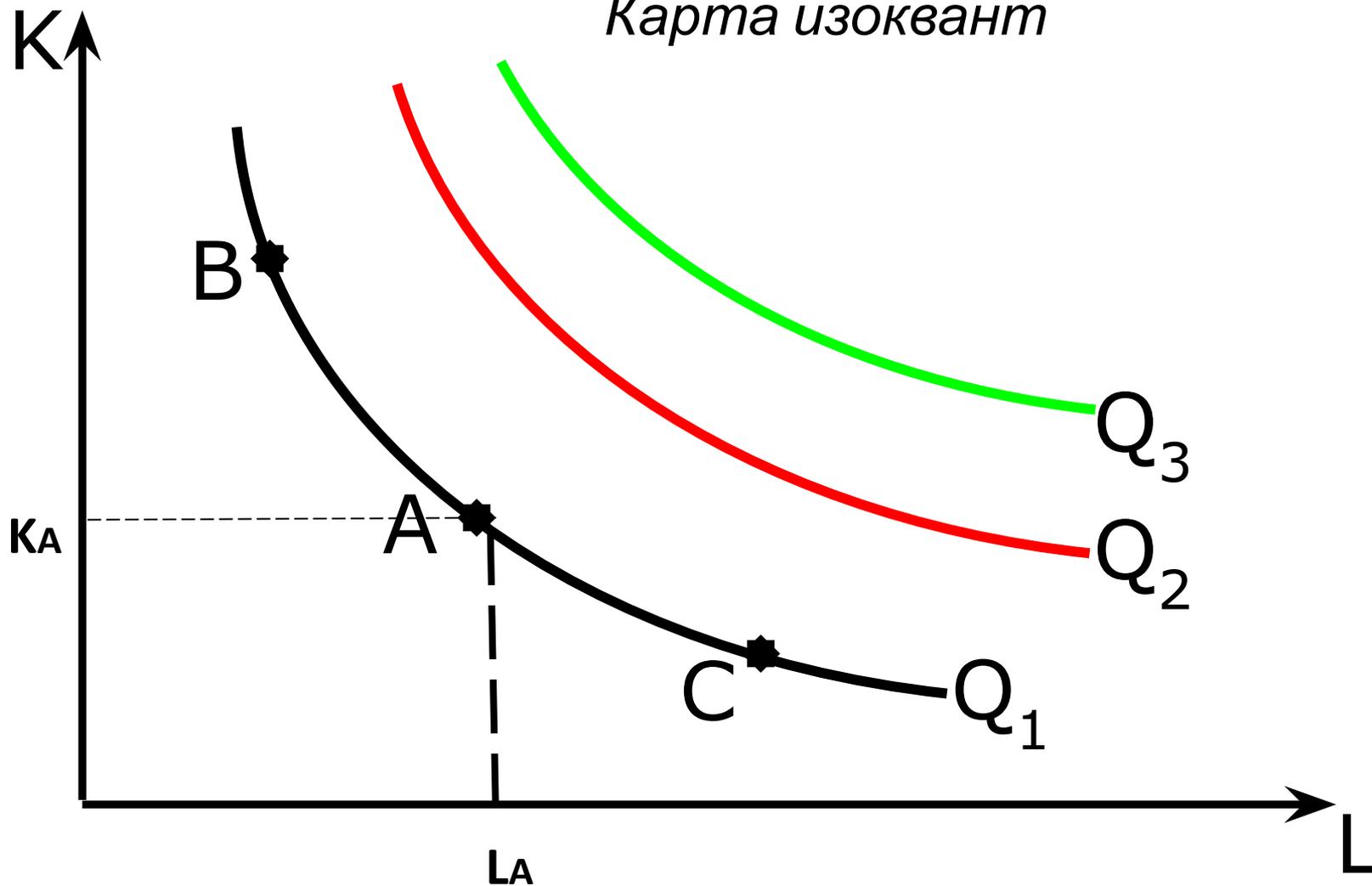
$$Q = f(R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n)$$

- $Q$  – выпуск фирмы за определенный промежуток времени
- $R_i$  – количество  $i$ -того ресурса, использованного в производстве
- $n$  – количество видов ресурсов, используемых в производстве

$$Q = f(K, L)$$

# Производственная функция

*Карта изоквант*



# Короткий и долгосрочный периоды

- Короткий период (**SR**) – временной интервал, когда затраты хотя бы одного фактора производства фиксированы.
- Долгосрочный период (**LR**) – временной интервал, в котором затраты всех ресурсов переменные:  $Q = f(K, L)$ .

# Три типа отдачи от масштаба производства в долгосрочном периоде

$a > 1$  – масштабируемый показатель.

**1. Постоянная отдача от масштаба:**

$$Q(aK, aL) = aQ(K, L).$$

Пример:  $Q = \sqrt{KL}$  ;  $Q(aK, aL) = (aK)^{1/2} (aL)^{1/2} =$   
 $= a^{1/2} a^{1/2} \sqrt{KL} = aQ(K, L)$

**2. Возрастающая отдача от масштаба:**

$$Q(aK, aL) > aQ(K, L).$$

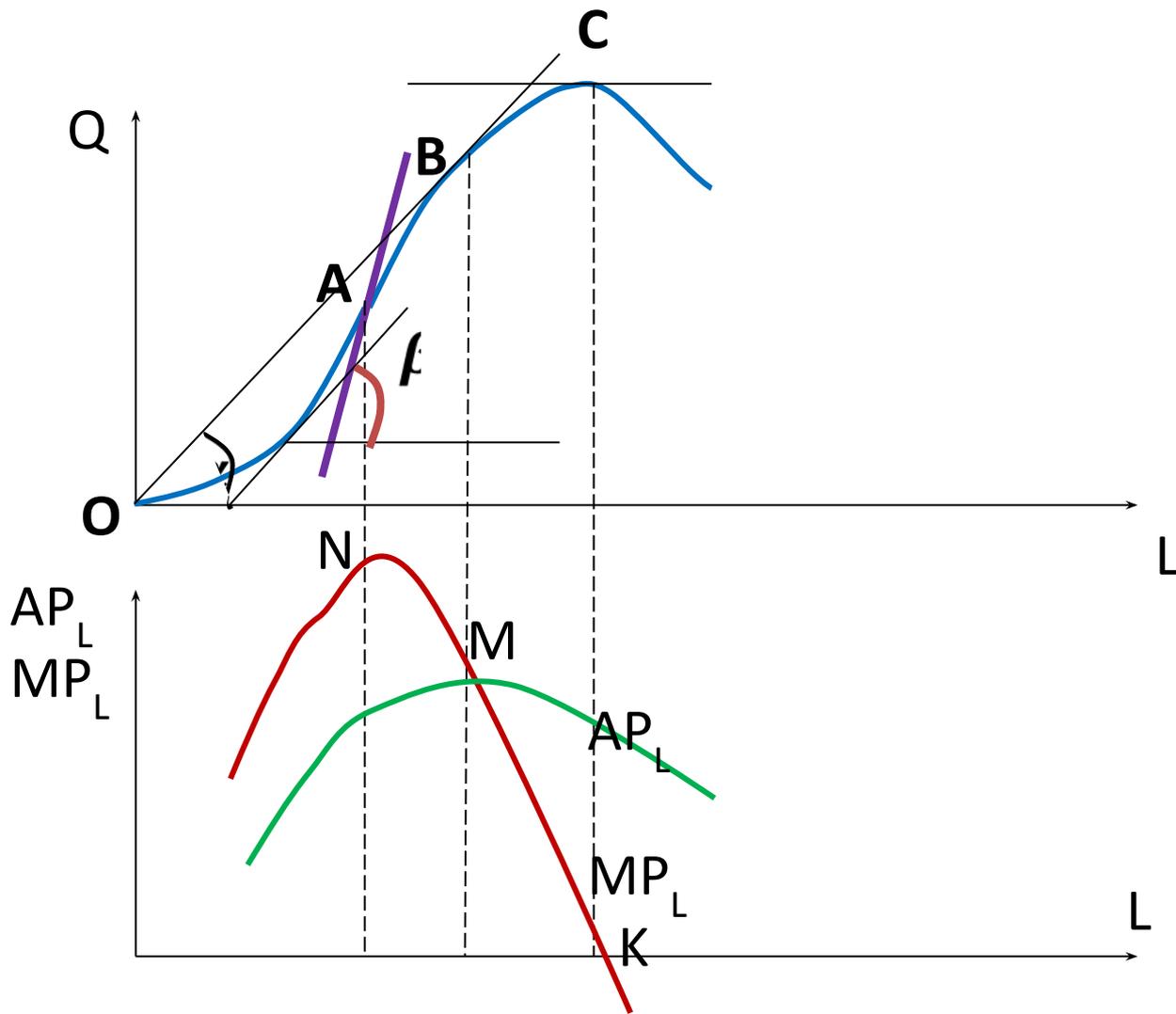
**3. Убывающая отдача от масштаба:**

$$Q(aK, aL) < aQ(K, L).$$

# Отдача от переменного фактора производства в краткосрочном периоде

- $MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$  - предельный продукт труда
- $MP_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$  - предельный продукт капитала
- $AP_L = \frac{Q}{L}$  - средний продукт труда
- $AP_K = \frac{Q}{K}$  - средний продукт капитала
- Геометрический смысл предельного продукта. Геометрический смысл среднего продукта.

# Производственная функция (SR)



# Закон убывающей отдачи переменного фактора

## производства

- 1 участок OA – период бурного роста фирмы ( $MP_L$  растет, достигая max в т. N);
- 2 участок AB –  $MP_L$  убывает,  $AP_L$  растет, достигая max в т. M, где  $MP_L = AP_L$  ;
- 3 участок BC – наблюдается убывающая отдача от труда не только в предельном, но и среднем смысле: убывают  $MP_L$  и  $AP_L$  ;
- 4 участок (левее т. C) – участок неэффективного развития.

# Предельная норма технического замещения

- **Предельная норма технического замещения** капитала трудом ( $MRTS_{L,K}$ ) показывает, на какую величину необходимо уменьшить количество капитала при увеличении количества труда на единицу, чтобы размеры выпуска не изменились

$$MRTS_{L,K} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} \Big|_{Q_{const}}$$

$$MRTS_{L,K} = - \frac{\partial K}{\partial L} \Big|_{Q_{const}}$$

# Предельные продукты труда и капитала

*Предельные продукты труда и капитала:*

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} \quad MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$$

По определению MRTS:

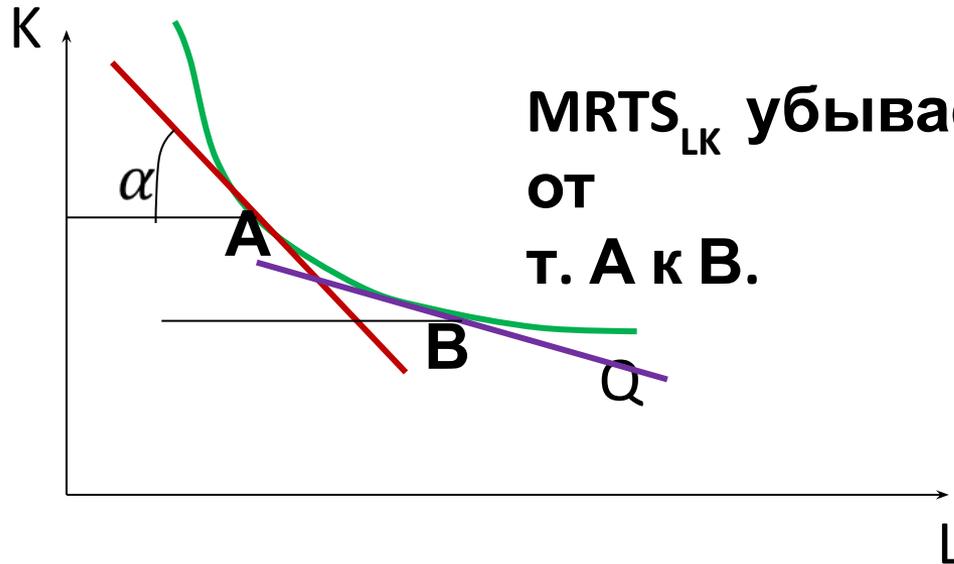
$$\Delta L \times MP_L + \Delta K \times MP_K = 0$$

$$\Delta K \times MP_K = -\Delta L \times MP_L \Rightarrow -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_K} = MRTS_{L,K}$$

# Геометрический смысл предельной нормы замещения

$$MRTS_{LK} = MP_L / MP_K = w / r$$

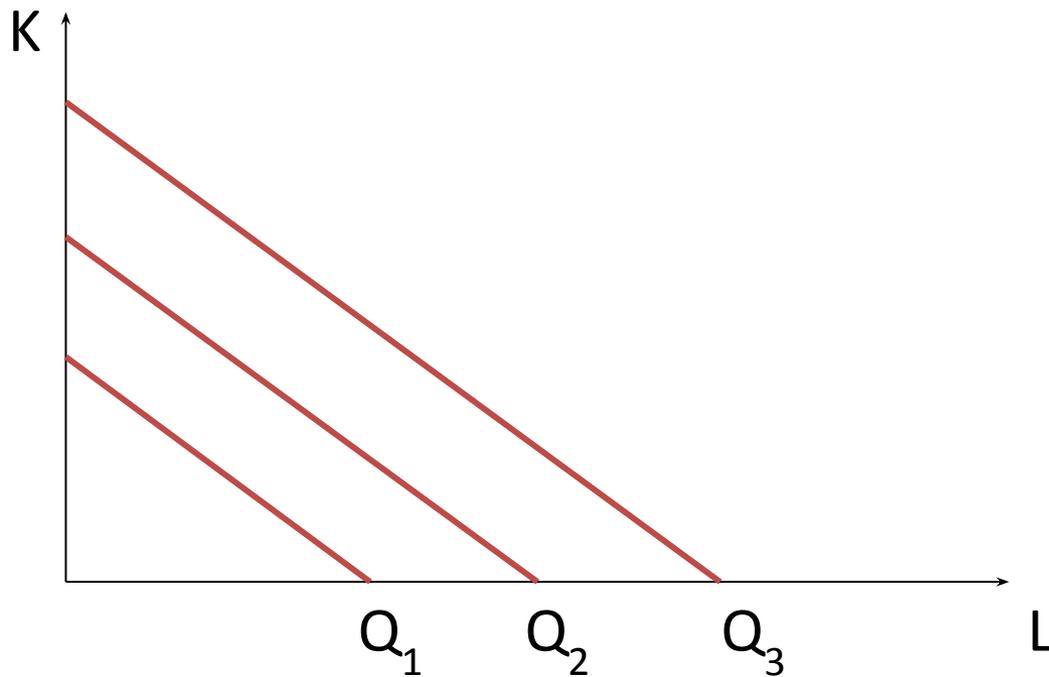
$MRTS_{LK}$  - это численное значение  $\operatorname{tg} \alpha$  — угла наклона изокванты к оси  $L$  ( $\frac{\Delta K}{\Delta L}$ ); угловой коэффициент касательной проведенной к графику функции



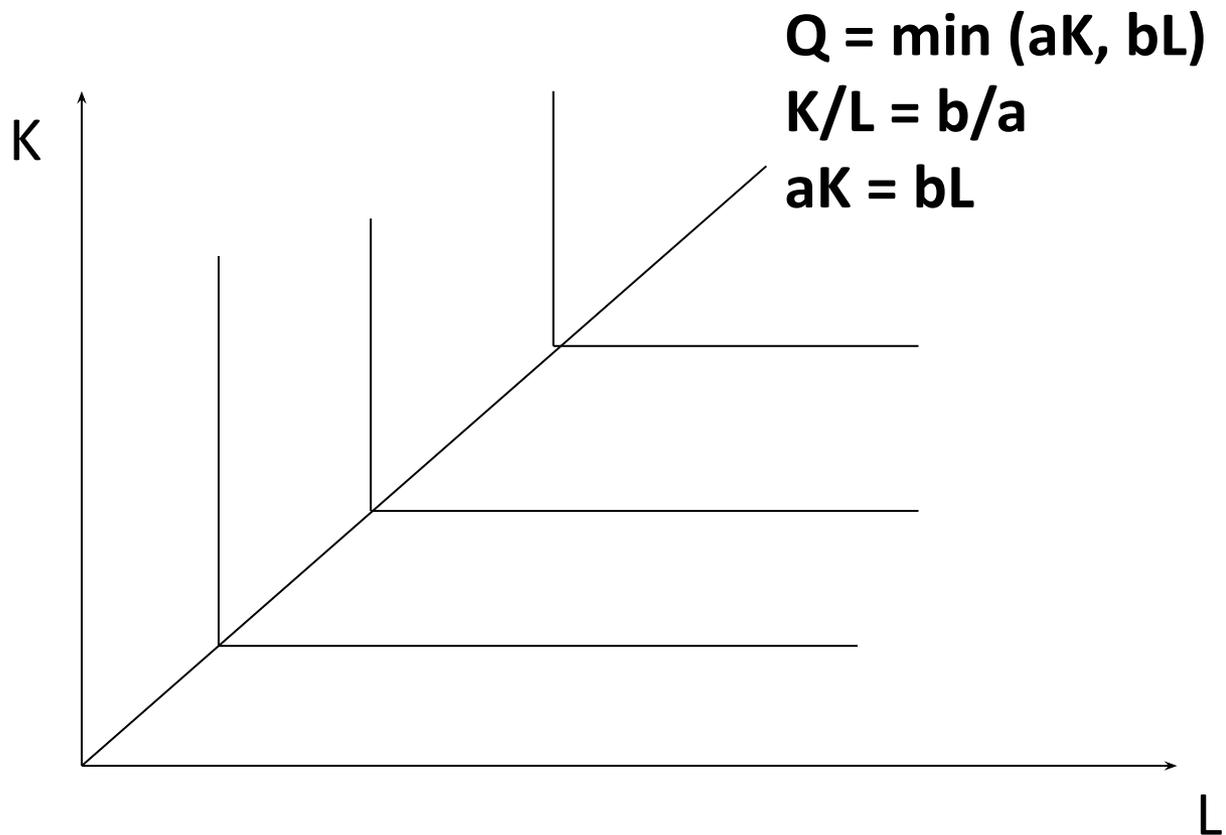
$MRTS_{LK}$  убывает при движении от т. А к В.

# Капитал и труд совершенно взаимозаменяемы

- $Q = aK + bL, a, b > 0$



# Капитал и труд абсолютно не взаимозаменяемы

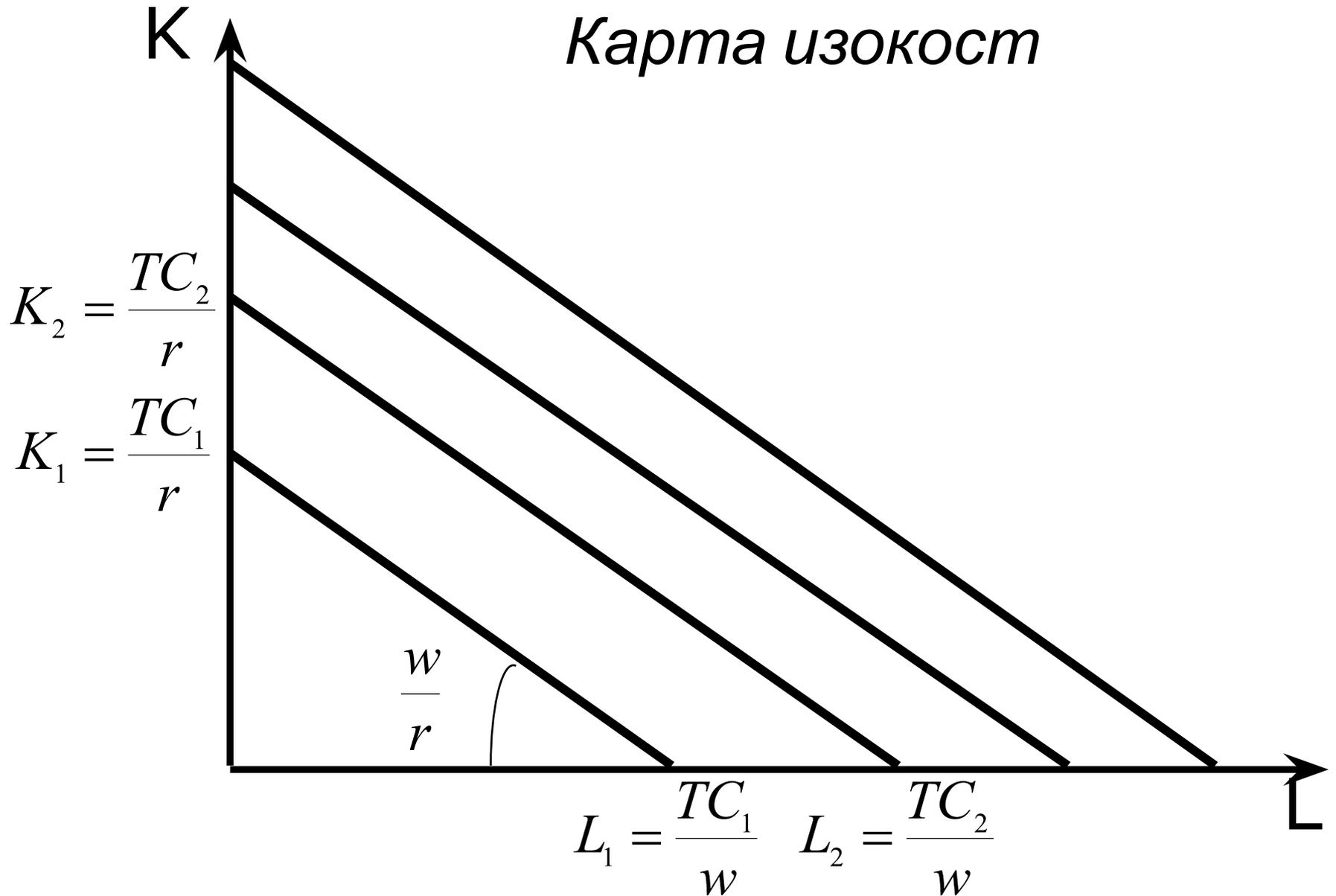


# Изокоста

- **Изокоста** – это линия равных затрат (издержек производства); выполняет в теории производства роль бюджетного ограничения.
- $TC = r K + w L$
- $K = \frac{TC}{r} - \frac{w}{r}L$

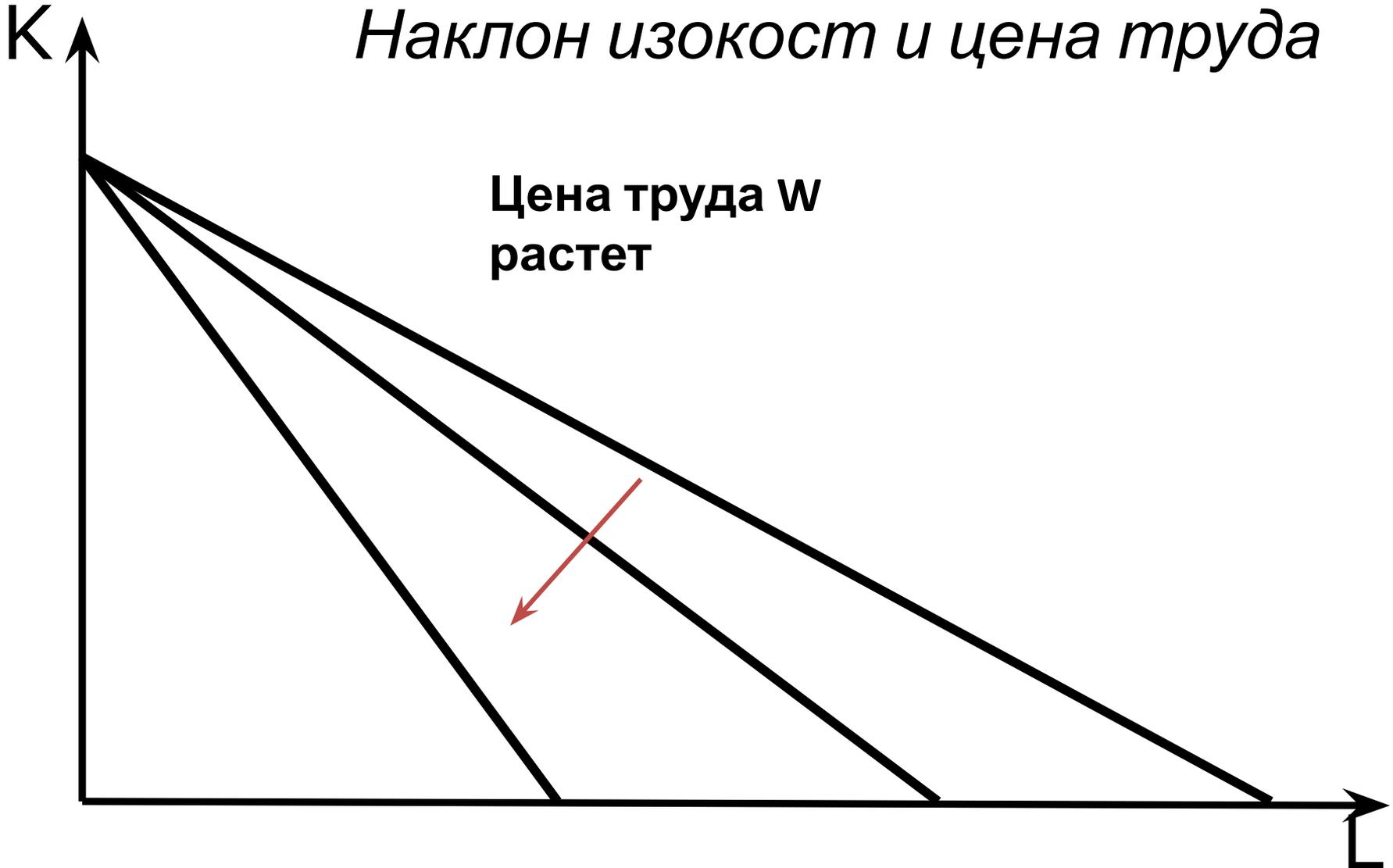
# ИЗОКОСТЫ

*Карта изокост*



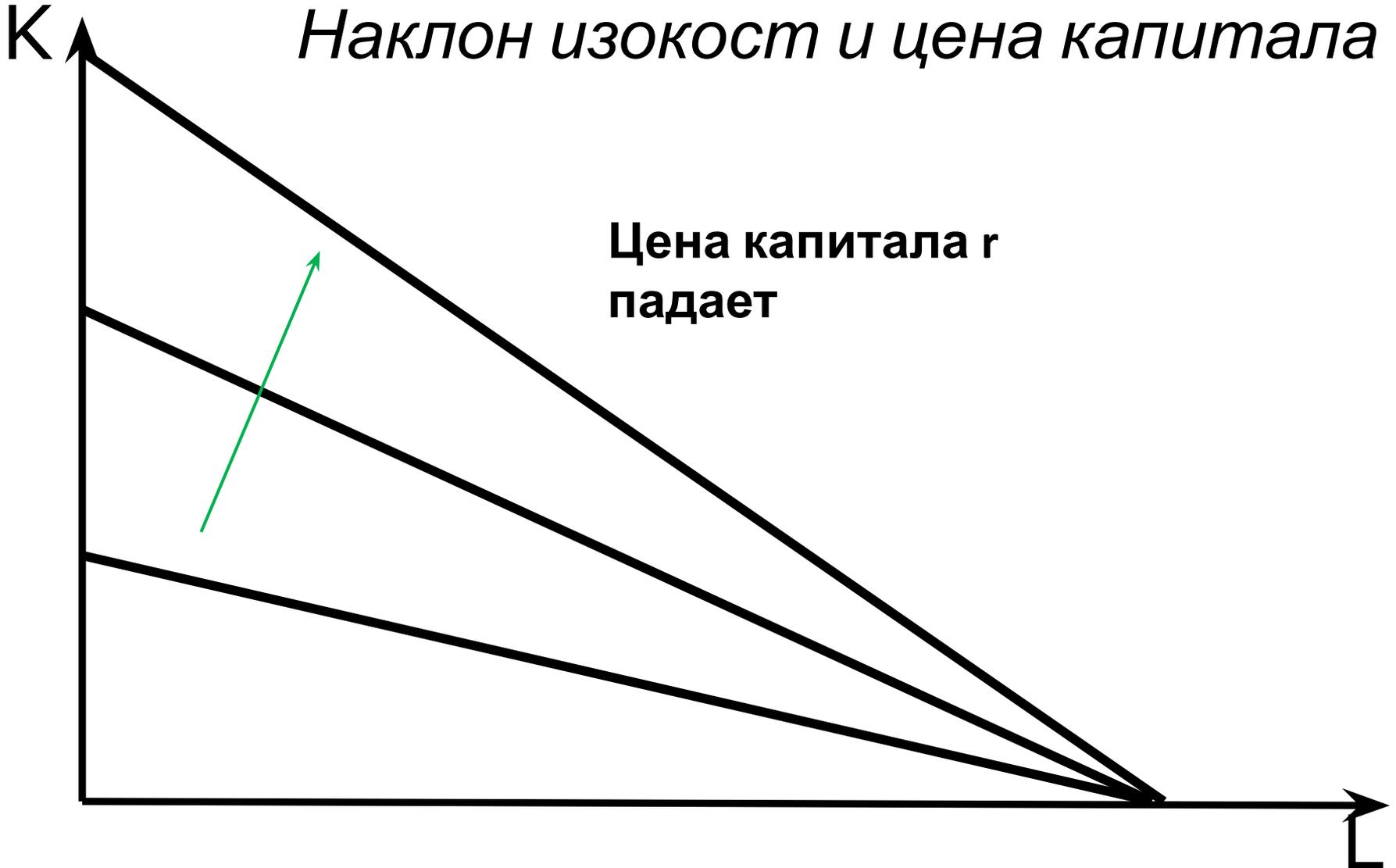
# Сдвиги изокост

*Наклон изокост и цена труда*

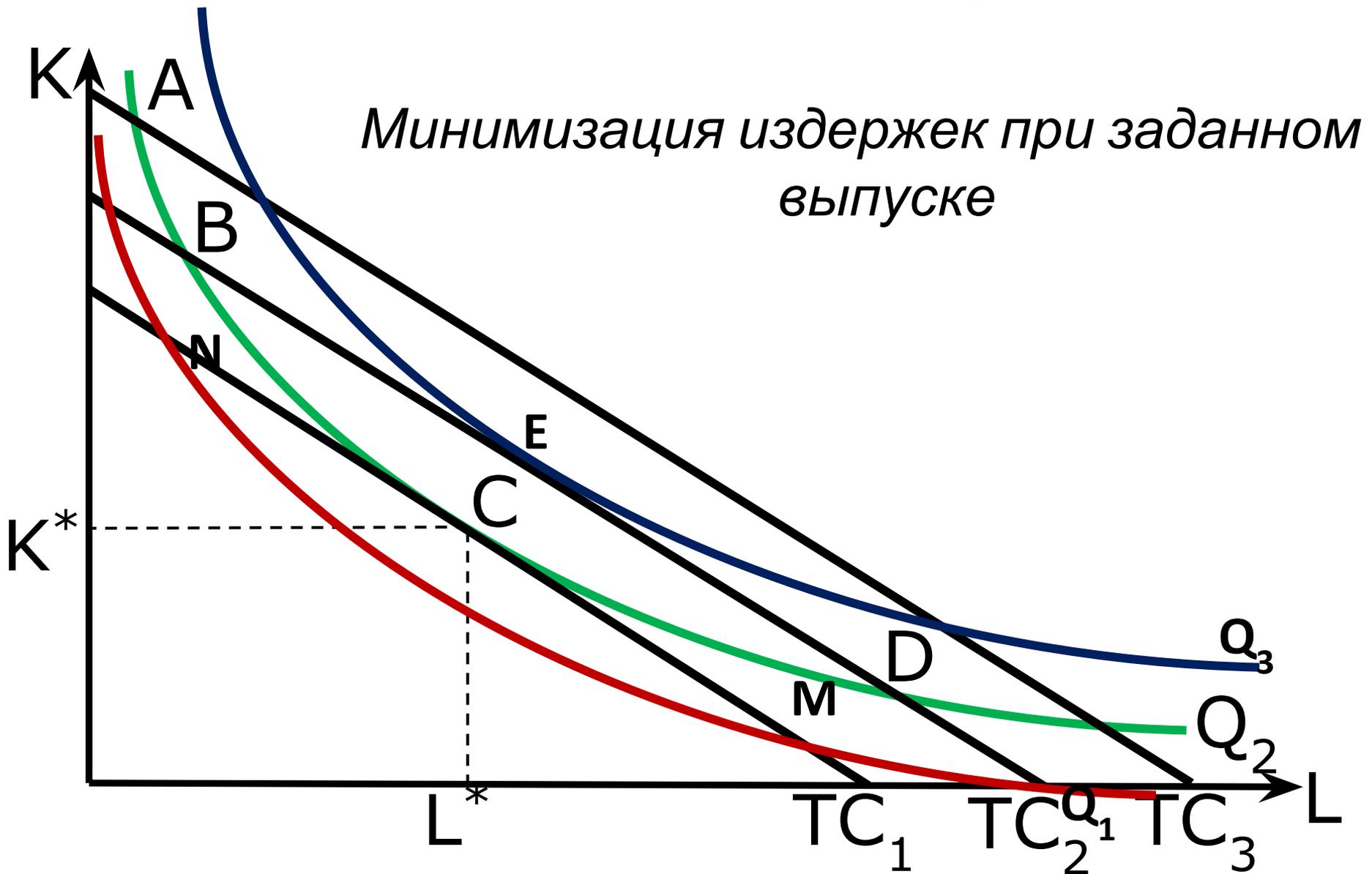


# Сдвиги изокост

*Наклон изокост и цена капитала*



# Минимизация издержек



# Комментарий к графику

- Комбинации ресурсов в точках N, C, M лежат на одной изокосте  $ТС_1$ , одинаково стоят предпринимателю. Но комбинация C более предпочтительна, т.к. при затратах  $ТС_1$  принадлежит более высокой изокванте,  $Q_2 > Q_1$ .

# Производственная функция

- Производственная функция характеризует только технически **эффективные способы производства**
- Способ производства считается эффективным, если не существует иного способа произвести данный объем выпуска с меньшим количеством хотя бы одного ресурса и при том же количестве остальных ресурсов

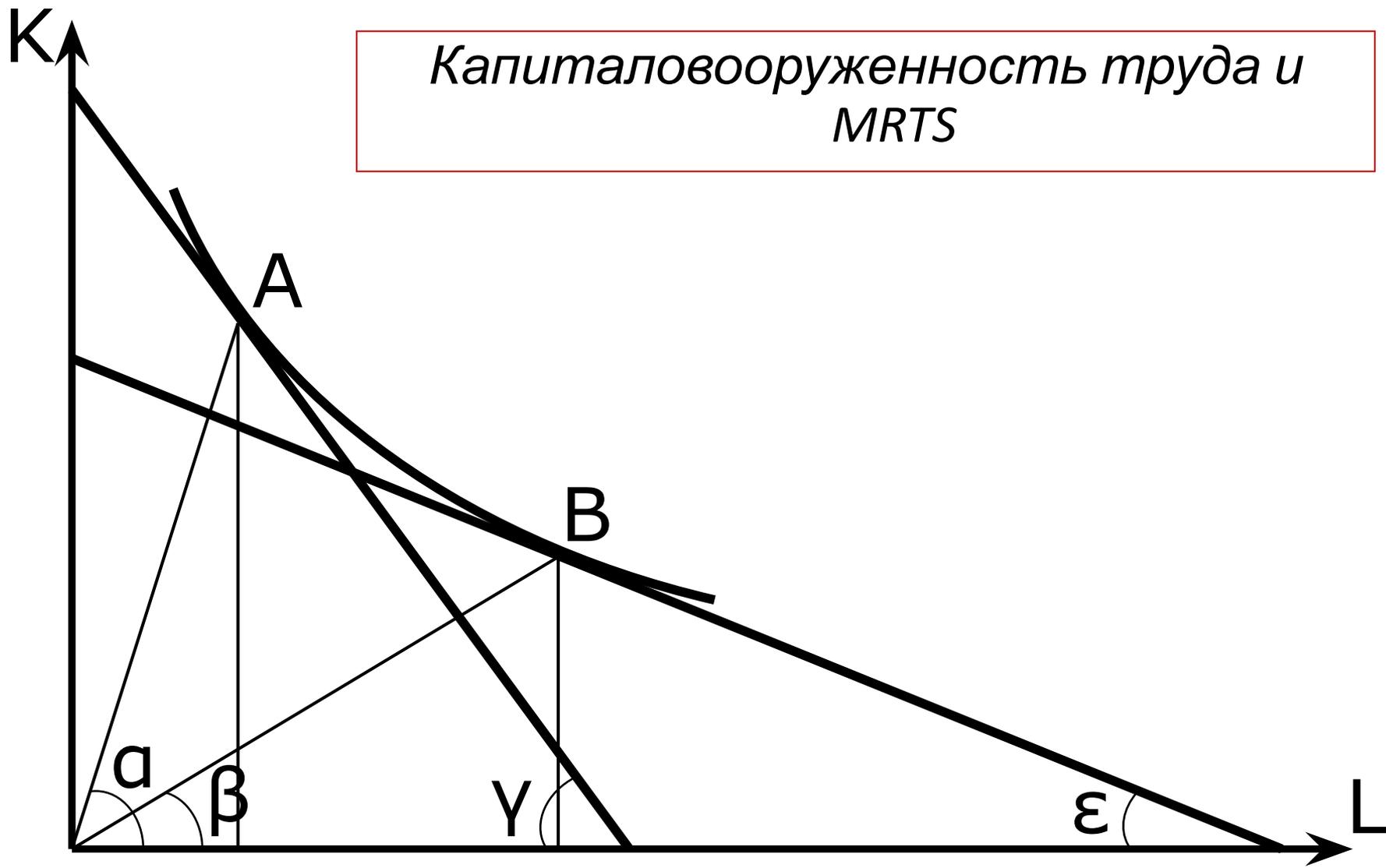
# Коэффициент эластичности замещения

- **Коэффициент эластичности замещения** показывает, на сколько процентов должна измениться капиталовооруженность труда ( $K/L$ ), чтобы при постоянном выпуске MRTS изменилась на 1%

$$\delta = \frac{\Delta K / \Delta L}{\Delta MRTS_{L,K}} \frac{MRTS_{L,K}}{K/L}$$

$$\delta = \frac{\partial(K/L)}{\partial MRTS_{L,K}} \frac{MRTS_{L,K}}{K/L}$$

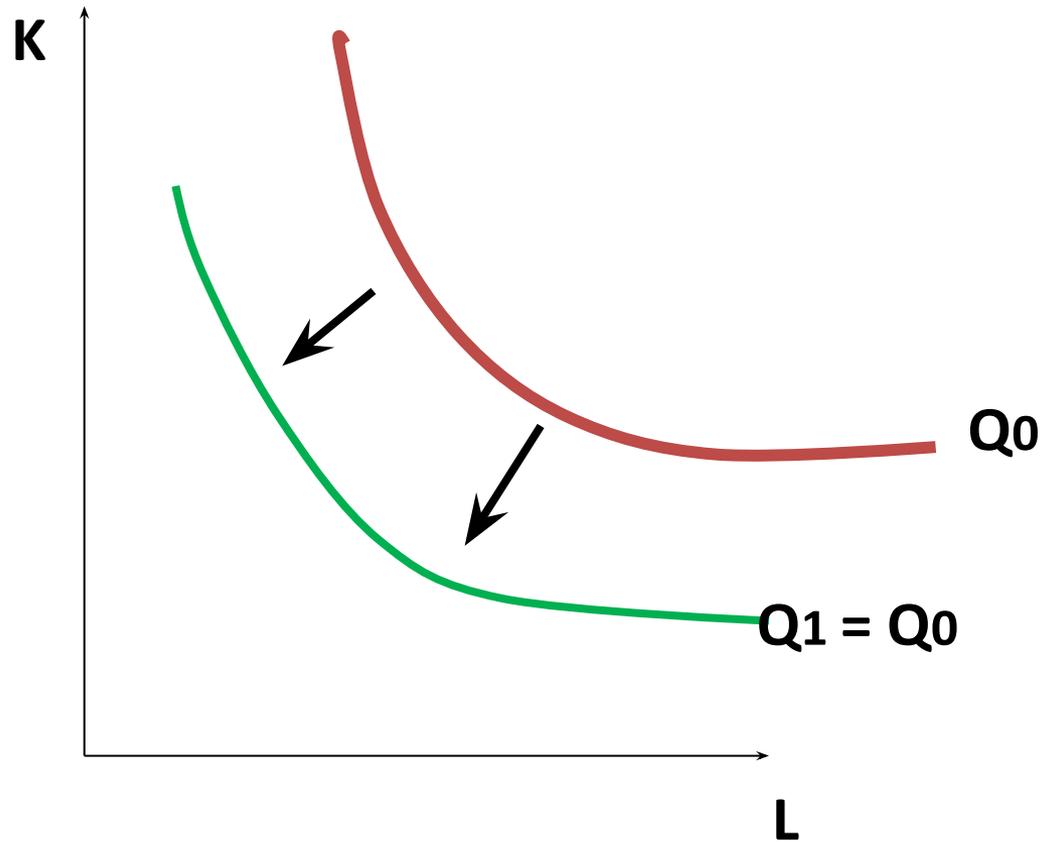
# Производственная функция



# Технический прогресс

- **Технический прогресс** – появление новых, технически более эффективных видов производства.
- **Технический прогресс**, стимулирующий увеличение объема выпуска, графически может быть изображен **сдвигом вниз изокванты**, которая будет показывать то же количество продукции, что и первоначальная изокванта, но теперь это количество выпускается с применением меньшего объема факторов  $K$  и  $L$ .

# Технический прогресс



# Технический прогресс

$$\text{MRTSLK} = \text{MP}_L / \text{MP}_K$$

**Капиталоинтенсивный** технический прогресс:

угол  $\alpha >$  угла  $\beta$  при  $K/L = \text{const}$ ,  $\text{MP}_K$  растёт,  
 $\text{MRTSLK}$  уменьшается

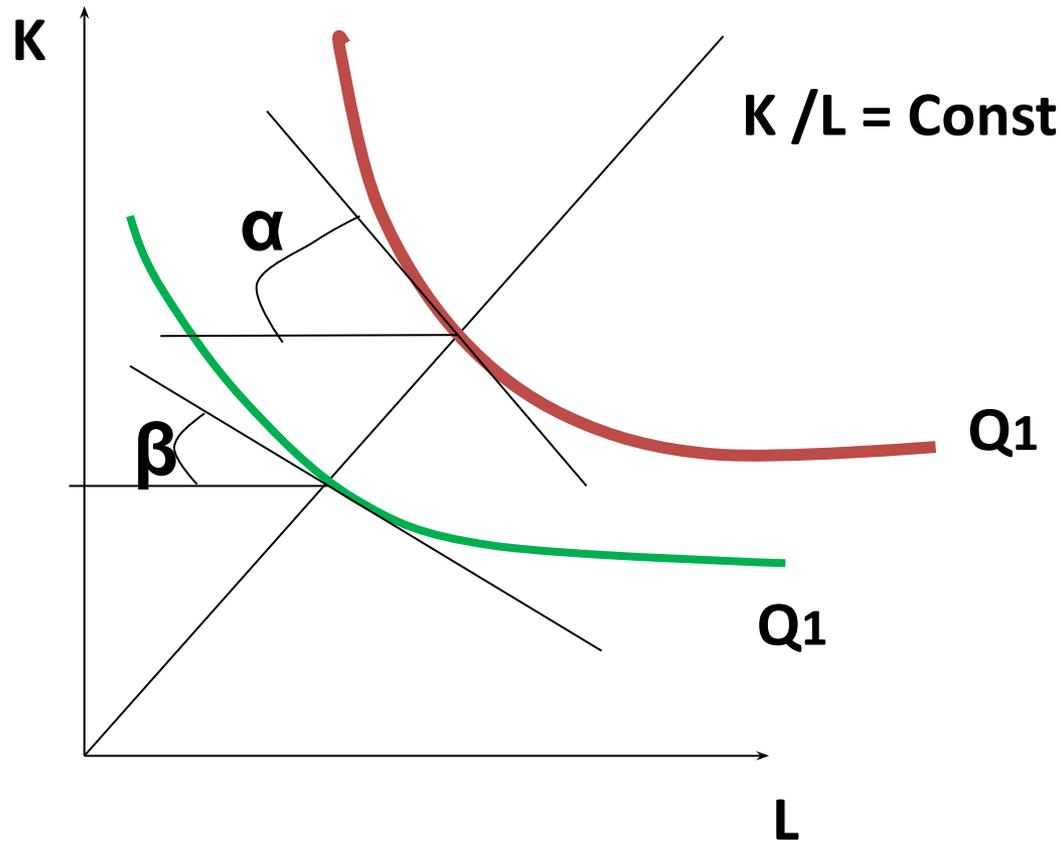
**Трудоинтенсивный** технический прогресс:

угол  $\alpha <$  угла  $\beta$  при  $K/L = \text{const}$ ,  $\text{MP}_L$  растёт,  
 $\text{MRTSLK}$  увеличивается

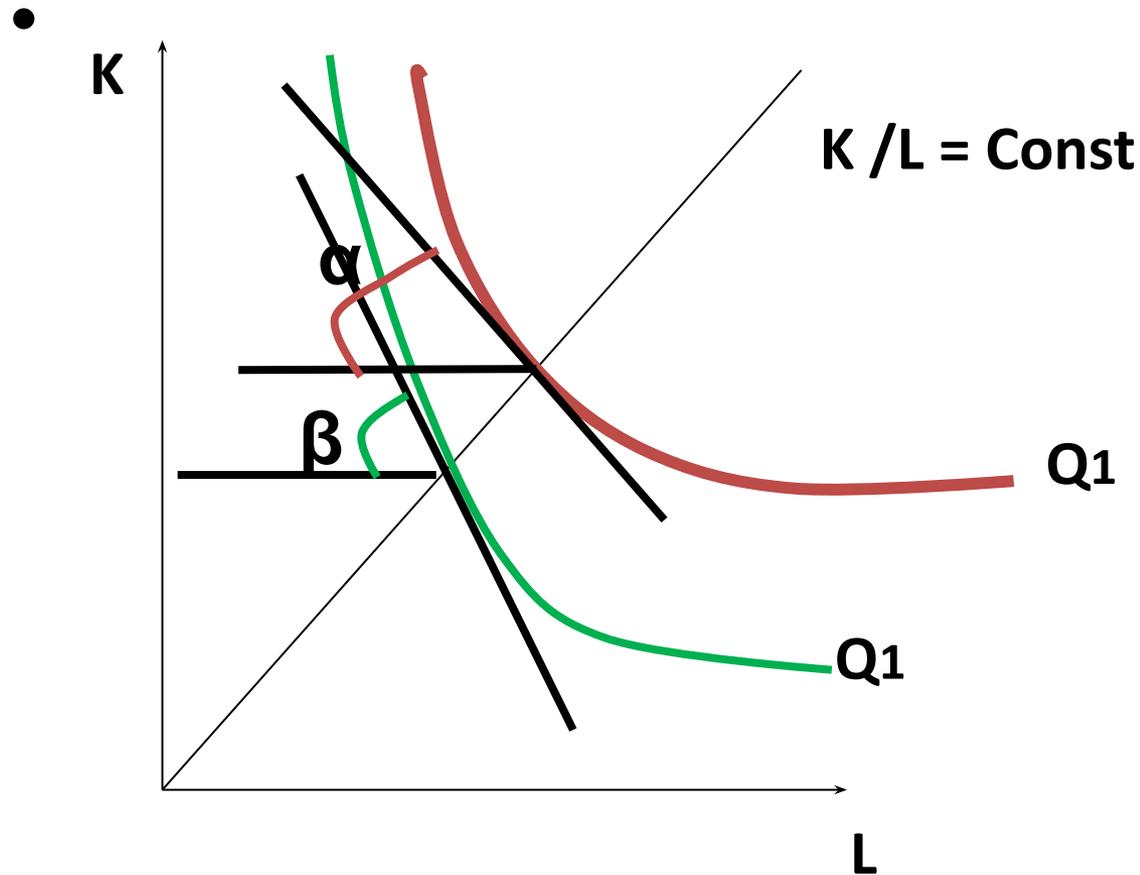
**Нейтральный** технический прогресс:

угол  $\alpha =$  углу  $\beta$  при  $K/L = \text{const}$

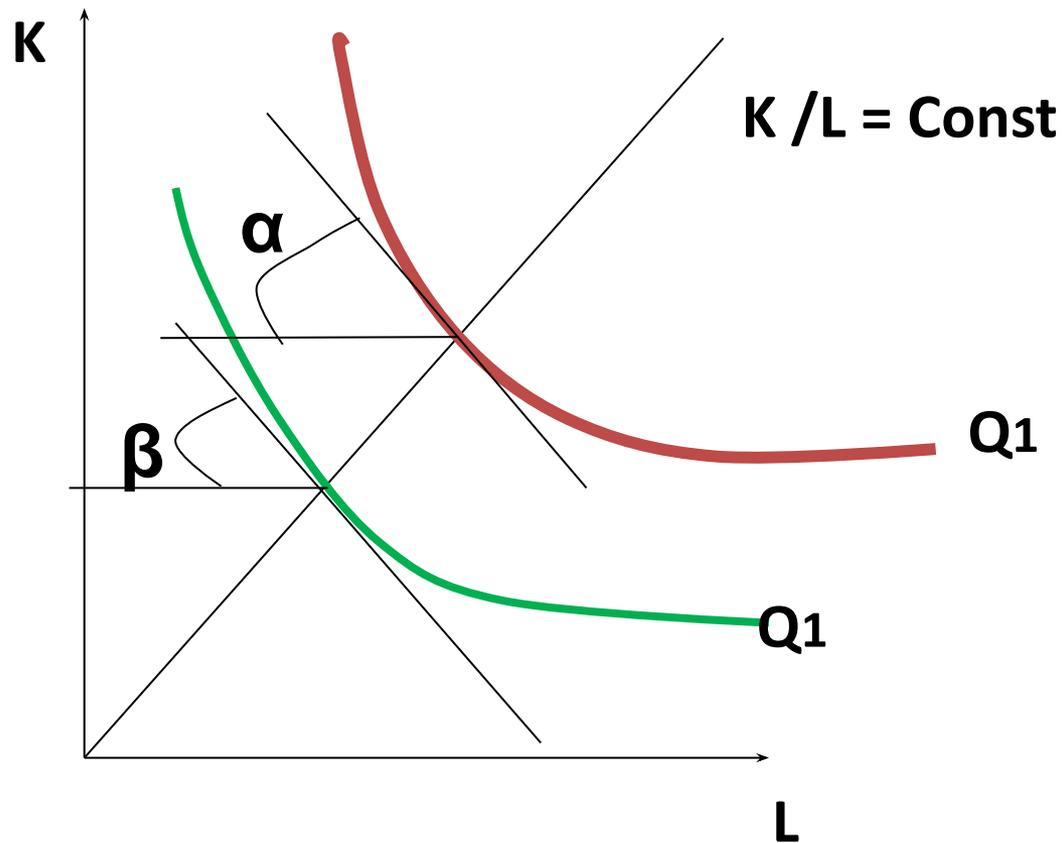
# Капиталоинтенсивный тип технического прогресса



# Трудоинтенсивный тип технического прогресса



# Нейтральный тип технического прогресса



# Издержки производства

- **Бухгалтерские издержки** включают затраты на ресурсы по фактической стоимости их приобретения.
- **Экономические издержки** включают все явные и неявные выплаты (упущенные выгоды).
- **Упущенные выгоды** – потери прибыли (выручки), которую мог бы получить предприниматель при альтернативном способе использования собственного ресурса.

# Прибыль бухгалтерская и экономическая

- **Бухгалтерская прибыль** – разница между выручкой от реализации продукции и бухгалтерскими издержками:
  - $PR = TR - \text{бухг. издержки}$ .
- **Экономическая прибыль** – разница между выручкой от реализации продукции и экономическими издержками:
  - $PR = TR - \text{экон. издержки}$ .

# Общие издержки

- Общие издержки:

$$TC = rK + wL$$

$$K = \frac{TC}{r} - \frac{w}{r}L$$

- $r$  – арендная плата (реальная или условная) за час работы капитала
- $w$  – часовая ставка заработной платы

# Издержки в краткосрочном и долгосрочном периодах

- В краткосрочном периоде выделяем постоянные (FC) и переменные издержки (VC).
- **Постоянные издержки** не зависят от объема производства.
- **Переменные издержки** зависят от объема производства.

# Средние издержки

- **Средние издержки** – это общие издержки на единицу продукции:

$$AC = TC / Q.$$

**Средние постоянные издержки** – это постоянные издержки на единицу продукции:

$$AFC = FC / Q.$$

**Средние переменные издержки** – это переменные издержки на единицу продукции:

$$AVC = VC / Q$$

# Предельные издержки

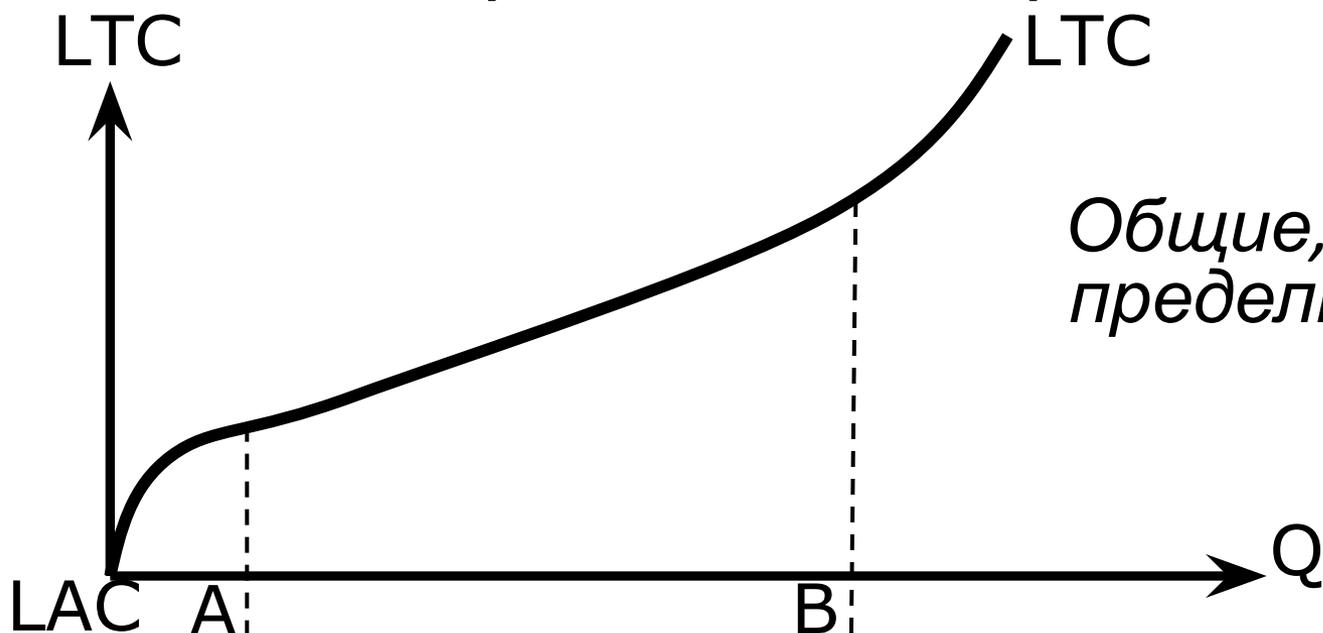
- **Предельные издержки** – это дополнительные издержки, связанные с производством еще одной единицы продукции:

$$MC = \Delta TC / \Delta Q$$

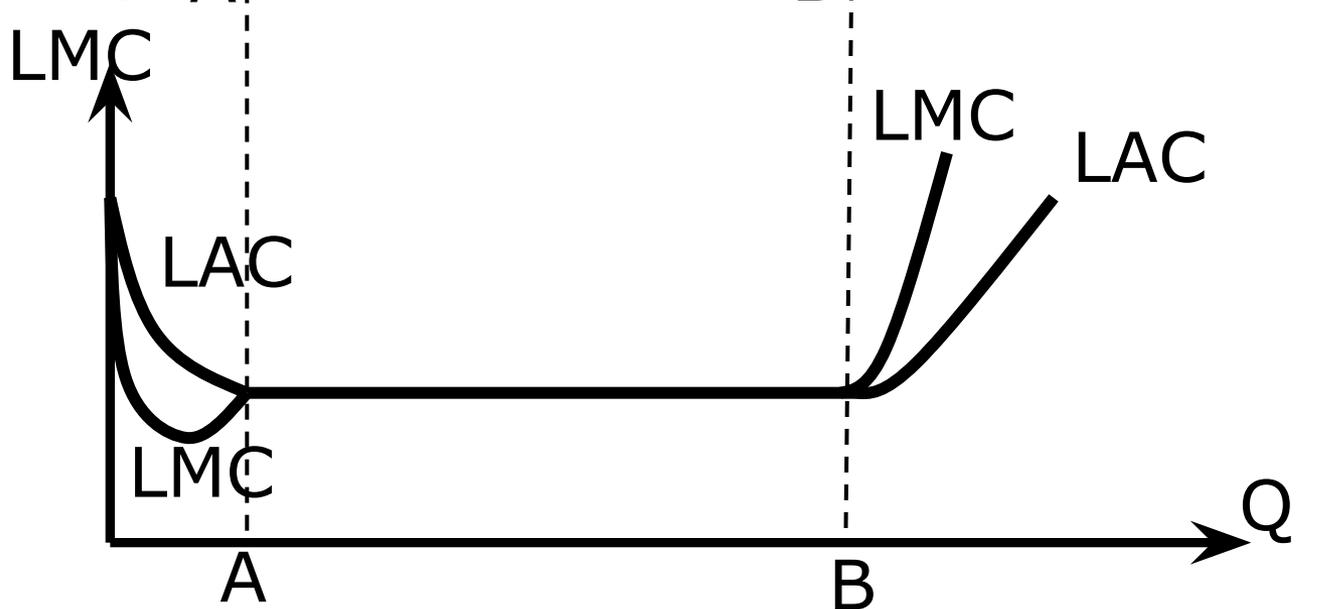
или при бесконечно малом изменении Q

$$MC = dTC / dQ$$

# Издержки в долгосрочном периоде



*Общие, средние и  
предельные издержки*



# Издержки в коротком периоде

$$STC = FC + VC$$

- FC – постоянные издержки
- VC – переменные издержки

$$Q = f(\bar{K}, L)$$

$$STC = r\bar{K} + wL$$

- Средние постоянные издержки:

$$AFC = \frac{FC(r, \bar{K})}{Q}$$

# Издержки в коротком периоде

- Средние переменные издержки:

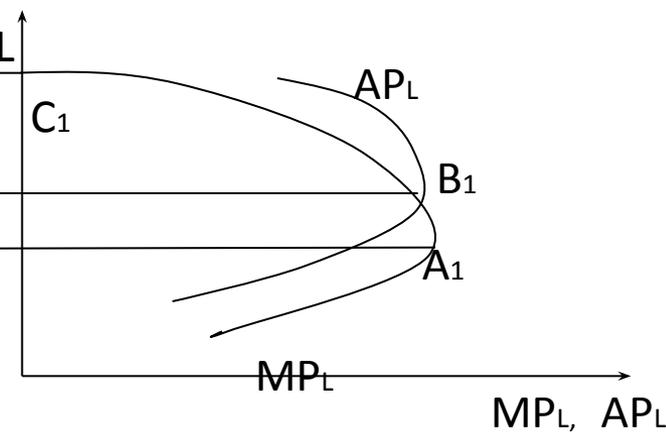
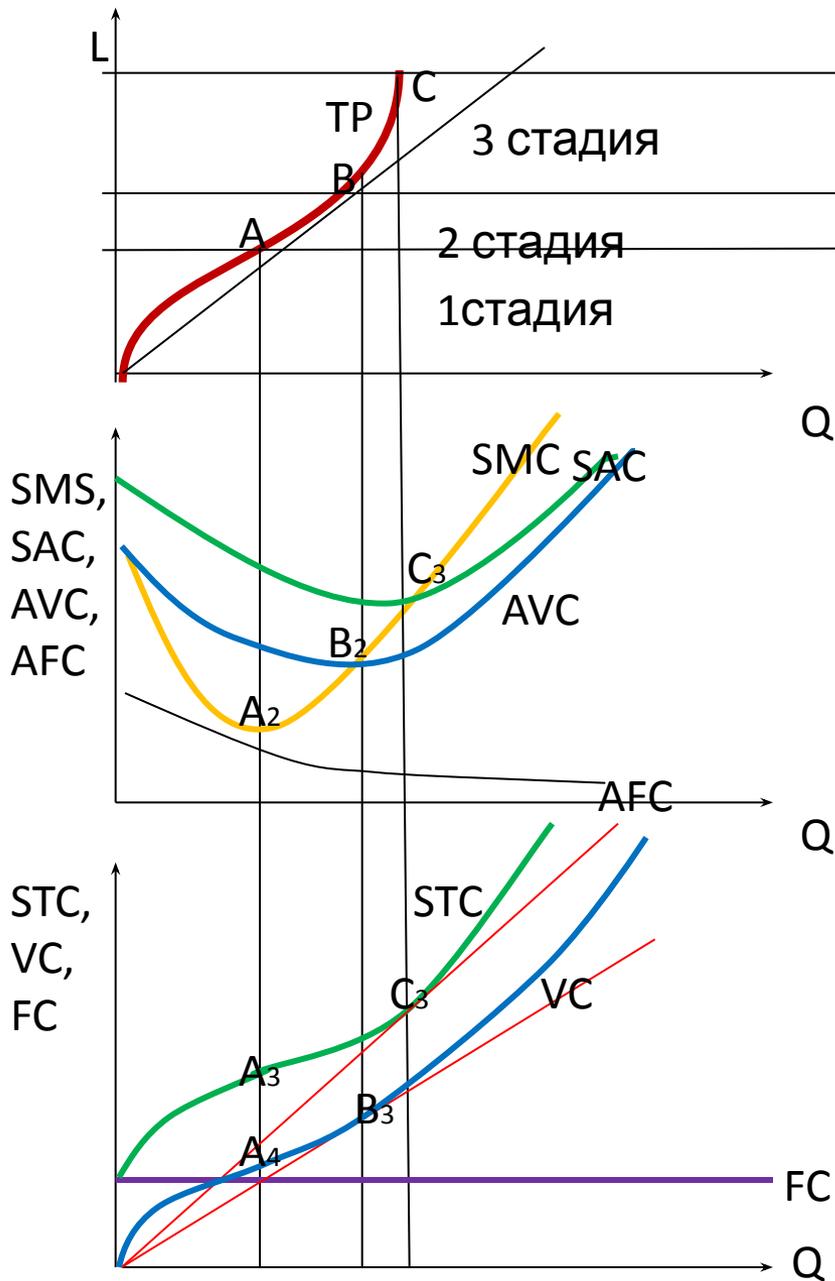
$$AVC = \frac{VC(r, w, Q)}{Q}$$

- Средние общие издержки:

$$SATC = \frac{STC(r, w, Q)}{Q}$$

- Предельные издержки:

$$SMC = \frac{\partial STC(r, w, Q)}{\partial Q} = \frac{\partial (FC + VC)}{\partial Q} = \frac{\partial VC}{\partial Q}$$



**Производительность и издержки в краткосрочном периоде.**

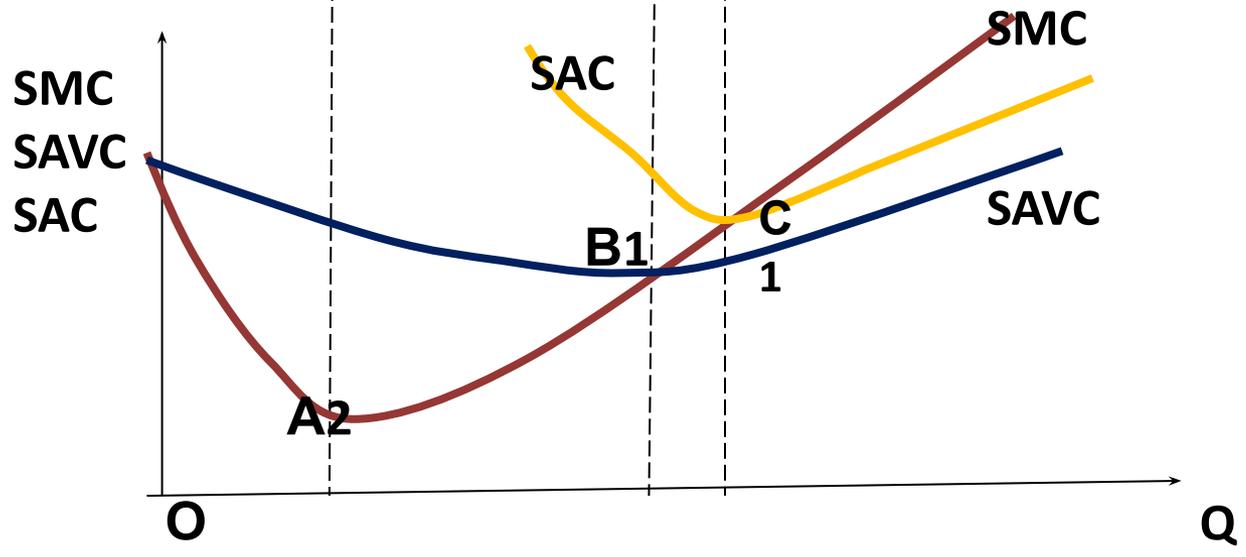
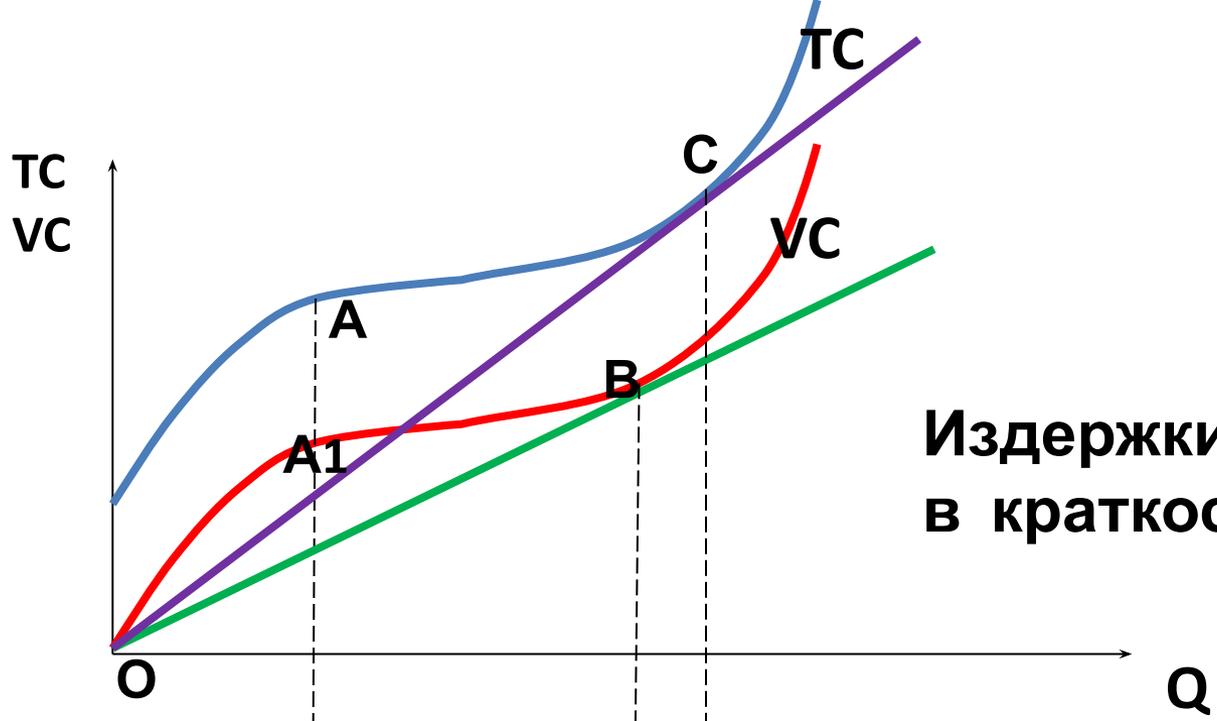
# Комментарий к графику «Производительность и издержки в краткосрочном периоде»

**1 стадия** – участок возрастающей предельной отдачи; **2 и 3 стадии** – действует закон убывающей предельной отдачи от переменного фактора  $L$  (труда).

**Точка А** - точка перегиба графика функции  $TP$ , соответствует точкам **A1** (максимум предельного продукта труда  $MPL$ ), **A2** (минимум предельных издержек  $SMC$ ), **A3**, **A4** (точкам перегиба функций  $STC$  и  $VC$  соответственно).

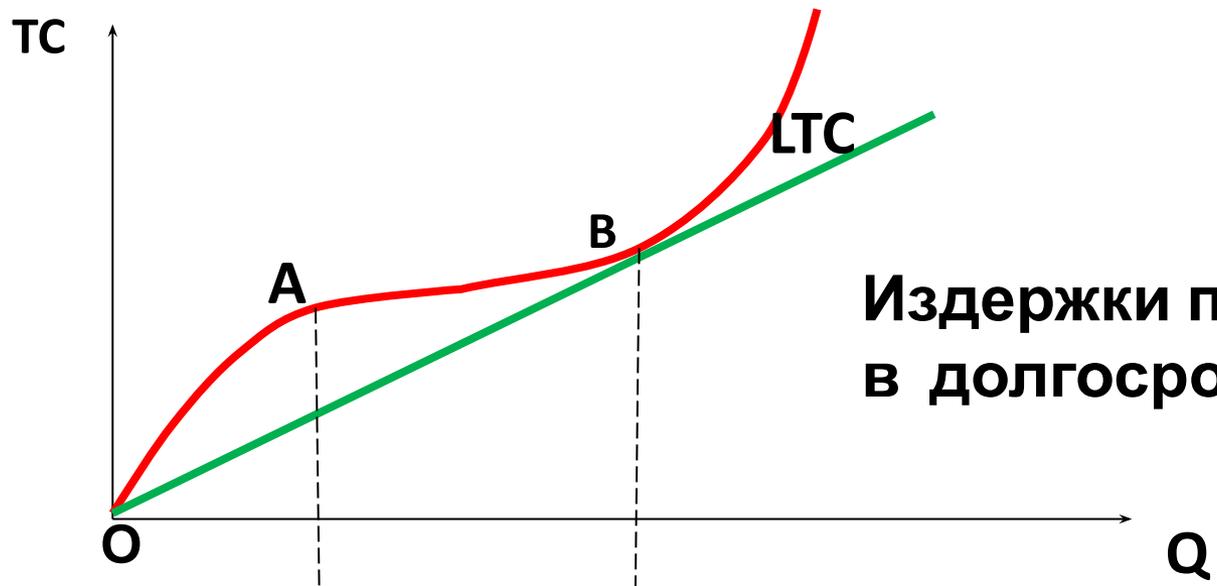
**Точка В** (в которой касательная к графику функции  $TP$  совпадает с лучом) соответствует точкам **B1** (в которой  $MPL = APL$  в точке максимума  $APL$ ), **B2** (в которой  $SMC = AVC$  в точке минимума  $AVC$ ), **B3** (в которой касательная к графику функции  $VC$  совпадает с лучом).

**Точка С** (в которой общий продукт  $TP$  достигает максимума) соответствует точкам **C1** (в которой  $MPL = 0$ ), **C2** (в которой  $SMC = SAC$  в точке минимума  $SAC$ ), **C3** (в которой касательная к графику функции  $STC$  совпадает с лучом).

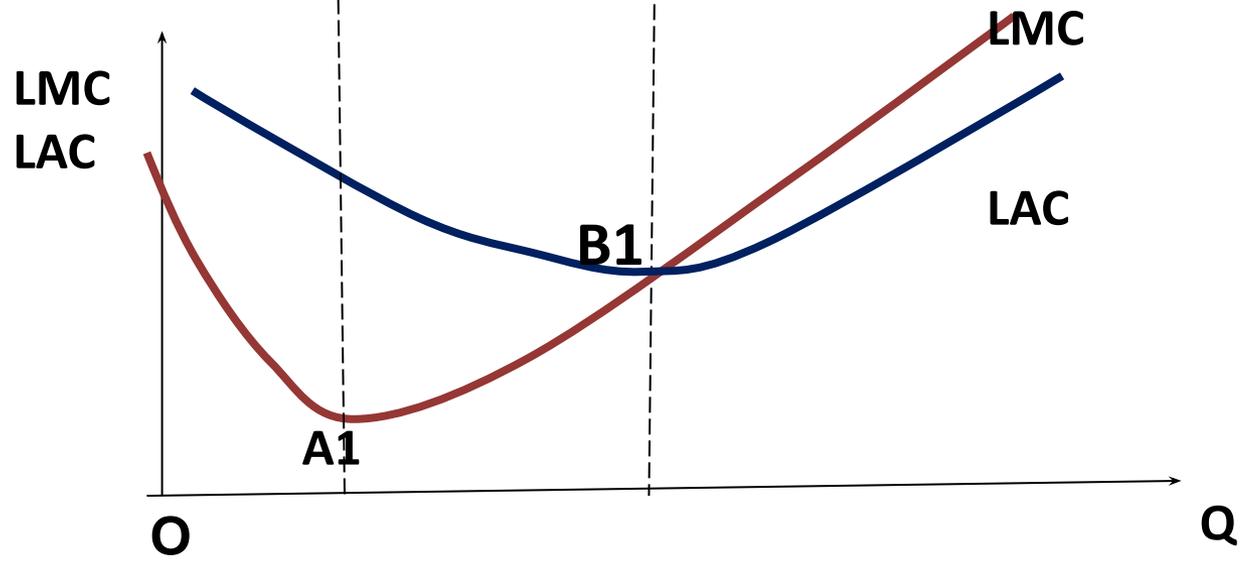


# Комментарий к графику

- **Точка А и А1** – точки перегиба функции. В этих точках касательная пересекает график. **Отрезок ОА1** – положительная отдача от масштаба в предельном и среднем смыслах: предельные и средние издержки убывают. **В точке А2** предельные издержки достигают минимума.
- **Отрезок АС** – положительная отдача от масштаба только в среднем смысле: убывают средние и средние переменные издержки. **Точка В:** к этой точке касательная и луч (зеленый луч и касательная одновременно) совпадают. **В точке В1**  $S_{AVC}$  достигают минимума и равны предельным издержкам.
- **Точка С:** к этой точке касательная и луч (фиолетовый луч и касательная одновременно) совпадают. **В точке С1**  $S_{AC}$  достигают минимума и равны предельным издержкам.



Издержки производства  
в долгосрочном периоде



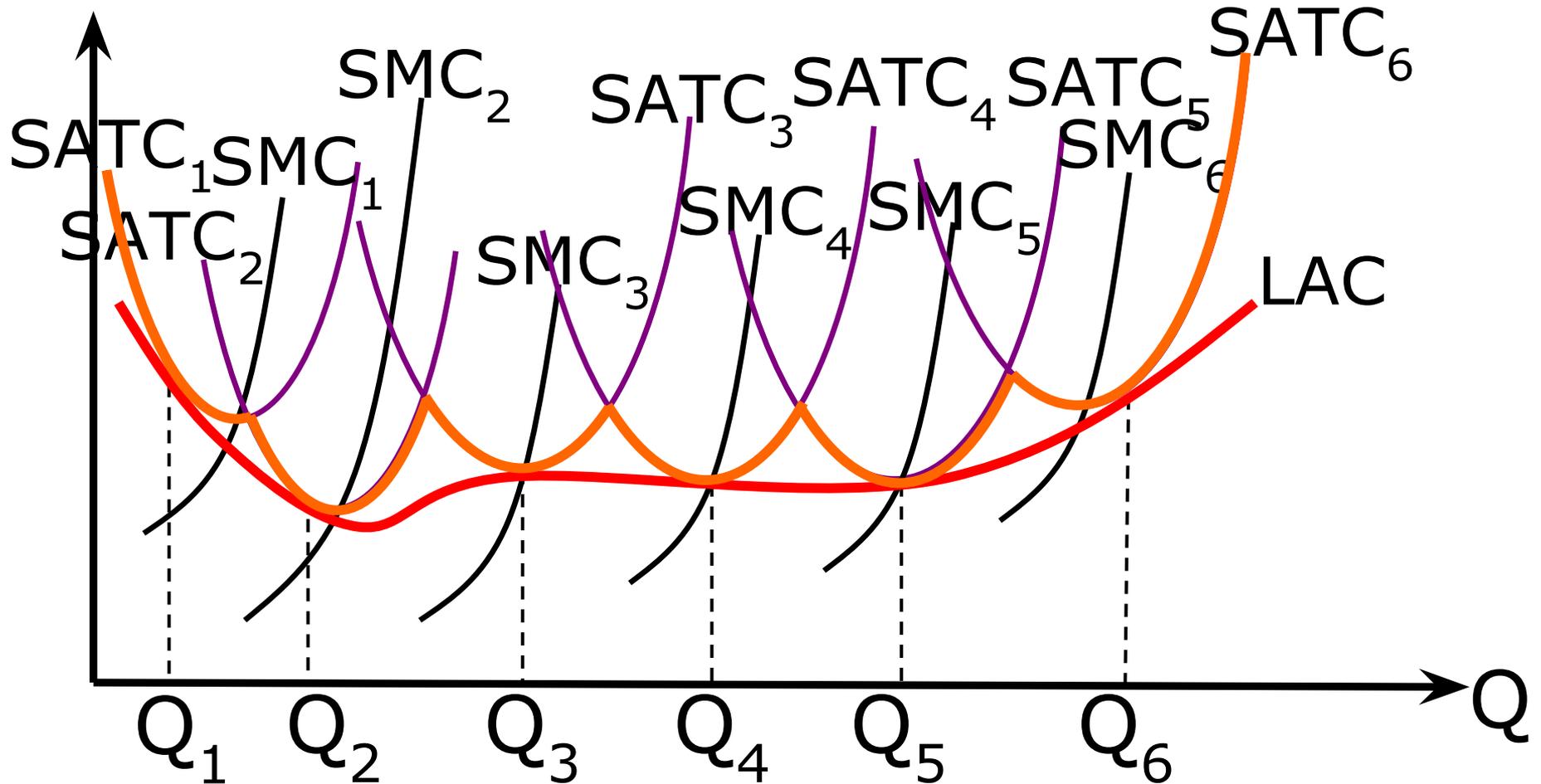
# Комментарий к графику

- **Точка А** – точка перегиба функции. В этой точке касательная пересекает график. Отрезок **ОА** – положительная отдача от масштаба в предельном и среднем смыслах: предельные и средние издержки убывают. В точке **А1** предельные издержки достигают минимума.
- **Отрезок АВ** – положительная отдача от масштаба только в среднем смысле: убывают средние издержки. **Точка В**: к этой точке касательная и луч (зеленый луч и касательная одновременно) совпадают. В точке **В1** ЛАС достигают минимума и равны предельным издержкам.

# Взаимосвязь между долгосрочными и краткосрочными издержками

*Средние и предельные долгосрочные и краткосрочные издержки*

LTC,  
STC



# **Долгосрочные средние и предельные издержки**

- **Кривая долгосрочных средних издержек (LATC)** – это кривая, огибающая множество кривых краткосрочных средних издержек, которые соприкасаются с ней в точках их минимума.
- **Долгосрочные предельные издержки (LMC)** показывают изменение общих издержек при изменении продукции на одну единицу.

# Положительный эффект масштаба

- **Положительный эффект масштаба** производства – объем производства растет быстрее, чем растут издержки, след., LАТС падают.
- **Факторы снижения издержек:**
  - 1) рост специализации труда;
  - 2) рост специализации управленческого труда;
  - 3) эффективное использование капитала:
  - 4) экономия от использования вторичных ресурсов.

# Отрицательный эффект масштаба

- **Отрицательный эффект масштаба** производства – издержки растут быстрее, чем объем производства, след., LАТС увеличиваются.

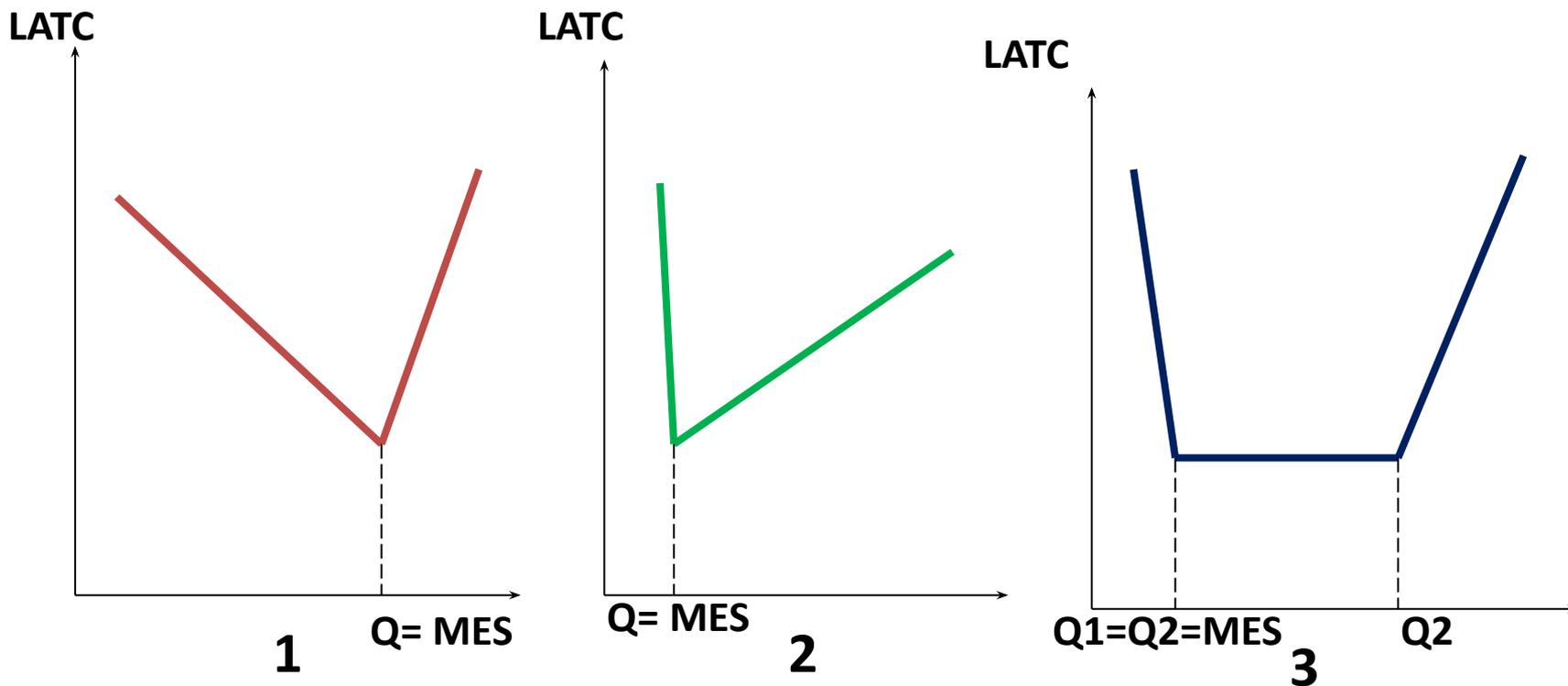
# Постоянный эффект масштаба

- **Постоянный эффект масштаба** имеет место тогда, когда издержки и объем производства растут одинаковыми темпами, следовательно, LАТС остаются постоянными при всех объемах производства.

# **Минимальный эффективный выпуск**

- **Минимальный эффективный масштаб предприятия – уровень выпуска продукции, начиная с которого прекращается действие эффекта экономии, обусловленной ростом масштабов производства; уровень выпуска продукции, при котором средние издержки достигают минимума.**

# Типы кривых долгосрочных средних издержек



# Типы кривых долгосрочных средних издержек

- **График 1** – кривая долгосрочных средних издержек имеет продолжительный первый нисходящий отрезок, на котором действует положительный эффект масштаба.
- **График 2** – быстро начинается отрицательный эффект масштаба.
- **График 3** - кривая долгосрочных средних издержек имеет продолжительный промежуточный отрезок, на котором  $LATC = Const$