

Научно-педагогическая практика

Занятие 2

Содержательная постановка задачи

- **Дано:** В ходе занятия n студентов должны усвоить K понятий, причем в распоряжении преподавателя имеется m методов подачи материала, относящегося к каждому понятию. Предполагается, что преподаватель может прогнозировать времена усвоения каждым студентом каждого понятия при использовании каждого метода подачи материала применительно к оценкам «3», «4» и «5».
- **Требуется:** Так выбрать стратегию подачи материала, чтобы суммарное прогнозируемое время его усвоения аудиторией не превышало величины T , а средний балл был бы максимальным.

Обозначения и определения

- $z(i,j,k,q)$ – булева переменная, равная единице, если для формирования k -го понятия у j -го студента преподаватель пользуется i -м методом, позволяющее прогнозировать оценку, равную q , и равная нулю в противном случае.
- $t(i, j, k, q)$ – прогнозируемое время формирования k -го понятия у j -го студента i -м методом на оценку, равную q .
- m – число используемых преподавателем методов обучения;
- n – число студентов (учеников);
- K – число формируемых понятий.

Формальная постановка задачи

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \rightarrow \max; \\ \sum_k \max_i \max_j \sum_q z(i, j, k, q) \cdot t(i, j, k, q) \leq T; \\ \forall k, \forall j: \sum_i \sum_q z(i, j, k, q) = 1; \\ \forall k, \exists i: \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{q=3}^{q=5} z(i, j, k, q) = n; \\ \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \geq S \cdot n \cdot K; \\ \forall i, \forall j, \forall k, \forall q: z(i, j, k, q) = 1, 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Форма представления исходных данных задачи 2

Для каждого k -го понятия формируется матрица M_k , строки которой отвечают различным методам обучения, которые могут быть использованы преподавателем при формировании k -го понятия, а столбцы – ученикам. В каждой ячейке $M_k(i,j)$ содержатся три числа: первое отражает прогнозируемое время формирования k -го понятия i -м методом у j -го ученика на тройку, второе – на четверку, третье – на пятерку.

	5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
	4,5,6	11,13,16	3,4,8	7,9,12
$M_k =$	6,8,10	9,10,11	5,8,11	10,13,15
	7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15
	8,11,14	16,19,22	2,5,8	20,22,24

Использование преподавателем гарантирующих стратегий для получения нижней границы времени изучения k -го понятия

				T	S
$M_k =$	5,7, 9	7,8, 11	1,3, 5	12 ,13,16	12 4,5
	4,5, 6	11 ,13,16	3,4, 8	7, 9 ,12	11 4,25
	6,8, 10	9, 10 ,11	5, 8 ,11	10 ,13,15	10 4,0
	7,9, 14	14 ,15,16	4,7, 10	5, 10 ,15	14 4,25
	8,11, 14	16, 19 ,22	2,5, 8	20 ,22,24	20 4,25

Нижняя граница прогнозируемого времени усвоения всеми студентами k – го понятия равна **10**, соответствующий средний балл равен **4,0**, верхняя граница – **24**, соответствующий средний балл равен **5,0**.

Содержательное описание алгоритма 1 поиска решения

- Шаг 0. Ввод величины T , величина $S=0$.
- Шаг 1. $T1$ = нижняя граница времени формирования k -го понятия, полученная с помощью гарантирующей стратегии.
- Шаг 2. Подставляя в (3) вместо T величину $T1$, выделяем значения $z(i,j,k,q)$, удовлетворяющие системе (3) и, одновременно, максимизирующие сумму баллов $S1$.
- Шаг 3. Если $S1 > S$, то перейти к шагу 4, в противном случае – к шагу 5.
- Шаг 4. $S := S1$.
- Шаг 5. Если T меньше верхней границы, то перейти к шагу 6, в противном случае – к шагу 7.
- Шаг 6. $T := T + 1$, перейти к шагу 2.
- Шаг 7. Печать вектора Z , « T равно»; T ; “ $S=$ ”; $S1$.
- Шаг 8. Конец алгоритма.

Иллюстрирующий пример (T_{max}=13)

T = 10; S1 = 4.

5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
4,5,6	11,13,16	3,4,8	7,9,12
6,8,10	9,10,11	9,10,11	10,13,15
7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15
8,11,14	16,19,22	2,5,8	20,22,24

T=11, S1= 4,5.

5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
4,5,6	11,13,16	3,4,8	7,9,12
6,8,10	9,10,11	5,8,11	10,13,15
7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15
8,11,14	16,19,22	2,5,8	20,22,24

T = 12; S1 = 4,5.

5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
4,5,6	11,13,16	3,4,8	7,9,12
6,8,10	9,10,11	5,8,11	10,13,15
7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15
8,11,14	16,19,22	2,5,8	20,22,24

T = 13; S1 = 4,7,5

5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
4,5,6	11,13,16	3,4,8	7,9,12
6,8,10	9,10,11	5,8,11	10,13,15
7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15
8,11,14	16,19,22	2,5,8	20,22,24

ПРИМЕЧАНИЕ

- При формировании в течение времени T двух и более понятий осуществляется перебор всех распределений T между этими понятиями, причем для каждого случая такого распределения для каждого понятия используется алгоритм 1.

Определить оптимальные стратегии формирования двух понятий за время, не превышающее 20, если средний суммарный балл S должен быть максимальным.

- $k=1; m=3; n=4.$

10,11,14	8,12,13	4,7,9	15,16,18	13,14,15	8,10,12	11,13,14	5,8,9
7,9,11	12,13,15	9,10,12	3,5,8	11,12,13	19,20,21	2,4,6	10,13,16
5,7,9	6,8,10	2,5,9	7,12,16	9,11,12	4,6,7	12,14,16	7,8,9

- $k=2; m=3; n=4.$

- $i_{opt} = ?$

- $i_{opt} = ?$

Формирование первого понятия при $7 \leq T1 \leq 9$.

10,11,14 8,12,13 4,7,9 15,16,18

7,9,11 12,13,15 9,10,12 3,5,8

5,7,9 6,8,10 2,5,9 7,12,16

$T1=7$; $S1=3,5$. $T2=20-7=13$; $S2=?$

10,11,14 8,12,13 4,7,9 15,16,18

7,9,11 12,13,15 9,10,12 3,5,8

5,7,9 6,8,10 2,5,9 7,12,16

$T1=8$; $S1=3,7,5$; $T2=12$; $S2=?$

10,11,14 8,12,13 4,7,9 15,16,18

7,9,11 12,13,15 9,10,12 3,5,8

5,7,9 6,8,10 2,5,9 7,12,16

$T1=9$; $S1=4,2,5$; $T2=11$; $S2=?$

Формирование второго понятия при $11 \leq T2 \leq 13$.

13,14,15	8,10,12	11,13,14	5,8,9
11,12,13	19,20,21	2,4,6	10,13,16
9,11,12	4,6,7	12,14,16	7,8,9

$T2=13$; $S2=4,5$; $S=0,5(S1+S2)=4,0$.

13,14,15	8,10,12	11,13,14	5,8,9
11,12,13	19,20,21	2,4,6	10,13,16
9,11,12	4,6,7	12,14,16	7,8,9

$T2=12$; $S2=4,5$; $S=4,125$.

13,14,15	8,10,12	11,13,14	5,8,9
11,12,13	19,20,21	2,4,6	10,13,16
9,11,12	4,6,7	12,14,16	7,8,9

$T2=11$; $S2=-\infty$ - нет решения. Таким образом, для формирования каждого понятия используется 3-й метод, максимальный средний балл = 4,125, время формирования – 20 мин.

определить оптимальные стратегии формирования двух понятий за время, не превышающее T , если средний суммарный балл S должен быть максимальным. Число используемых методов обучения $m=4$, число учеников $n = 4$. Величина T равна целой части от одной трети суммы максимальных чисел в двух Ваших таблицах приведенных

Каждая 4X4 таблица применительно к первому понятию (k=1) отображает сочетание «студент-метод-время усвоения-оценка»

№ 1

5,6,8	8,9,11	11,12,14	12,13,14
4,5,7	11,12,13	3,4,8	7,8,9
6,7,9	9,10,11	5,7,9	16,17,18
7,8,9	14,16,18	4,7,11	5,6,8

№ 3

3,4,5	4,7,8	13,15,19	10,11,12
4,8,12	8,10,11	10,11,13	7,13,17
10,13,16	4,8,9	3,5,10	7,10,12
7,8,9	14,15,17	14,17,18	10,12,15

№ 5

15,16,17	8,9,11	1,3,15	12,15,16
14,15,16	11,14,17	3,5,14	7,14,20
16,18,20	9,11,14	5,10,15	10,12,14
17,18,19	14,15,18	4,11,19	5,10,19

№ 7

25,27,29	8,11,21	10,20,31	12,21,24
14,15,20	11,17,21	21,22,23	7,9,21
16,17,19	19,20,21	14,15,19	8,10,20
17,18,19	14,17,20	12,18,24	5,14,23

№ 9

40,41,45	27,31,38	35,39,41	12,27,39
27,31,34	11,21,32	34,39,43	37,39,41
36,37,40	27,31,39	23,35,45	10,20,40
17,27,37	14,24,33	24,35,44	17,34,45

№ 2

15,16,17	8,9,12	10,11,12	11,12,13
4,6,8	11,12,14	3,10,12	7,9,12
16,17,18	9,10,11	5,6,7	10,12,14
7,8,9	14,15,17	4,7,12	15,16,17

№ 4

5,10,15	8,10,18	13,15,20	12,14,16
14,15,17	11,12,16	3,8,15	7,12,17
6,12,22	9,13,16	5,12,17	10,15,19
17,18,19	14,17,20	4,10,16	5,7,15

№ 6

15,16,17	8,9,15	12,19,31	10,12,27
14,17,19	11,15,23	23,24,25	7,12,16
6,12,18	9,15,20	25,27,29	10,20,27
24,25,27	14,22,29	4,14,23	15,23,31

№ 8

12,25,35	23,25,28	11,21,31	12,23,31
14,21,31	11,19,29	,12,22,33	13,23,17
30,34,36	12,19,29	25,26,27	10,15,25
23,25,27	14,25,31	27,30,34	15,18,29

№ 10

15,25,35	18,30,48	20,30,51	12,25,39
34,44,54	11,35,51	27,37,43	24,37,45
56,59,62	39,45,52	25,35,45	40,45,51
34,46,57	14,23,43	34,41,53	45,46,49

Каждая 4X4 таблица применительно ко второму понятию (k=2) отображает сочетание «студент-метод-время-оценка»

№ 1

15,16,17	8,10,11	10,11,14	10,12,13
14,15,16	10,12,14	13,14,15	7,18,19
5,7,8	8,10,12	15,17,19	6,7,8
5,17,19	4,6,8	2,6,12	4,5,8

№ 3

13,14,15	14,17,18	3,5,9	10,12,14
3,7,12	5,7,11	8,11,12	7,10,14
10,11,12	3,18,19	3,15,17	7,9,11
7,18,29	10,12,16	4,7,8	1,2,5

№ 5

5,6,7	8,9,21	11,13,15	12,14,16
12,14,17	10,14,18	3,10,14	7,14,19
12,15,19	9,10,14	5,12,15	7,12,13
11,15,19	8,13,16	3,7,9	5,8,9

№7

15,17,19	12,15,21	10,20,21	12,13,14
10,15,20	11,19,21	11,14,23	7,9,12
16,17,19	11,13,14	14,15,19	8,10,14
12,15,19	14,17,18	11,18,20	5,6,13

№ 9

10,11,15	17,21,28	15,29,31	12,17,19
17,21,34	11,21,22	14,29,33	17,29,31
16,17,24	17,21,39	13,25,35	10,20,30
7,17,37	14,24,33	24,25,27	17,24,25

№ 2

5,6,7	4,19,21	9,12,14	12,14,16
3,7,9	8,9,14	3,9,12	5,8,11
4,17,18	5,10,11	3,6,11	8,11,15
17,18,21	4,12,18	14,13,15	2,8,16

№ 4

7,10,14	8,11,13	13,14,17	11,13,19
12,14,16	11,12,13	3,7,10	7,11,14
6,11,12	9,10,15	5,9,17	4,15,17
12,14,19	12,17,18	4,8,14	5,11,15

№ 6

4,6,9	7,9,11	3,7,13	4,12,16
10,11,14	9,10,13	12,13,17	8,11,15
6,12,14	8,12,18	11,17,18	10,12,14
12,13,17	14,16,19	4,10,15	15,16,18

№ 8

12,25,35	23,25,28	11,12,31	12,23,18
14,17,21	11,18,19	12,14,16	13,15,17
10,14,16	12,16,29	15,16,17	20,23,25
13,15,17	14,22,31	17,20,34	15,28,29

№ 10

15,16,25	18,20,21	20,30,31	12,13,19
14,24,34	11,25,31	7,17,23	14,17,25
16,19,22	9,15,22	15,25,35	10,15,21
15,16,17	14,17,23	14,20,23	15,16,19

САМОСТОЯТЕЛЬНО

- **Дать пошаговое описание алгоритма поиска оптимальной стратегии формирования K понятий у группы студентов в течение одного занятия, включающего приведенный выше алгоритм. Цель – максимальный прогнозируемый средний балл.**

Самостоятельно дать формальную постановку задачи:

- **Дано:** В ходе занятия n студентов должны усвоить K понятий, причем в распоряжении преподавателя имеется m методов подачи материала, относящегося к каждому понятию. Предполагается, что преподаватель может прогнозировать времена усвоения каждым студентом каждого понятия при использовании каждого метода подачи материала применительно к оценкам «3», «4» и «5».
- **Требуется:** Выбрать одного студента и стратегию подачи ему материала таким образом, чтобы:
 - 1) суммарное прогнозируемое время усвоения всех понятий этим студентом не превышало величины T ;
 - 2) сумма набранных им баллов была бы максимальной.

САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Предложить алгоритм решения задачи, сформулированной на предыдущем слайде.
2. Пользуясь предложенным алгоритмом, решить задачу, сформулированную на слайде № 17 применительно к данным, приведенным на слайдах № 13 – 15.