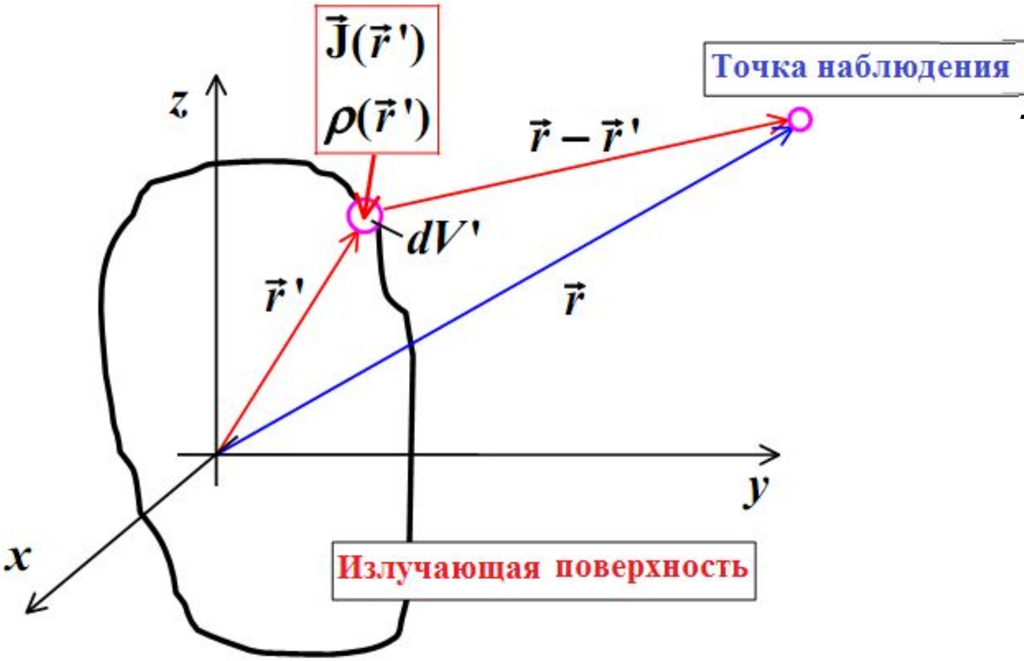
Тема 2. ИЗЛУЧЕНИЕ ЭМВ В СВОБОДНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Лекция №5 (5). Электромагнитные поля элементарных источников

1. Общие характеристики ЭМП элементарных источников.
2. Поля элементарных электрического и магнитного вибраторов. Диаграмма направленности.
3. Сферические волны. Поле электрического и магнитного вибраторов.
4. Цилиндрические волны. Структура поля линейного электрического и магнитного излучателей.

1 Общие характеристики ЭМП элементарных источников



Решение задачи об излучении:

- *электрического типа*

$$\vec{A}_m^{\text{э}}(\vec{r}) = \tilde{\mu}_a \int_V \overrightarrow{j_m^{\text{э.ст}}}(\vec{r}\,') \boxed{\frac{\exp(-i\tilde{k}r)}{4\pi r}} dv$$

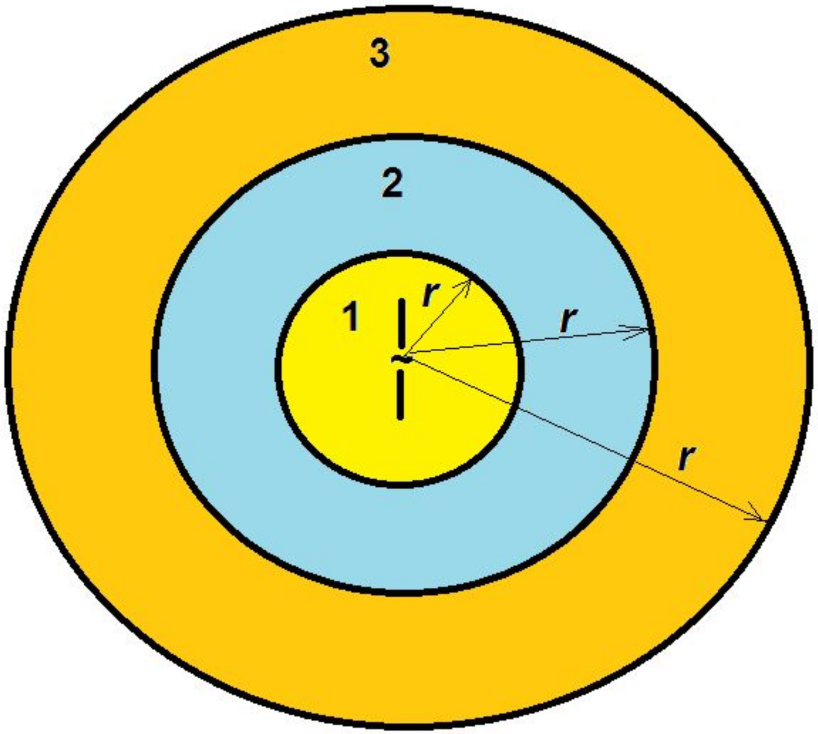
- *магнитного типа*

$$\vec{A}_m^{\text{м}}(\vec{r}) = \tilde{\varepsilon}_a \int_V \overrightarrow{j_m^{\text{м.ст}}}(\vec{r}\,') \boxed{\frac{\exp(-i\tilde{k}r)}{4\pi r}} dv$$

$$G(\vec{r},\vec{r}\,') = \frac{\exp(-i\tilde{k}r)}{4\pi r}$$ - ***функция Грина.***

Функция Грина – истокообразная, т.е. описывающая возбуждение поля. Математически данное явление соответствует обращению в нуль знаменателя (случай, когда расстояние между точкой наблюдения и точкой источника совпадает).

Структура поля излучателя – распределение по зонам.



1. Ближняя зона

$$r = \left|\vec{r} - \vec{r}'\right| << \lambda$$

2. Зона Френеля

$$r = \left|\vec{r} - \vec{r}'\right| \approx \lambda$$

3. Зона излучения, зона Фраунгофера

$$r = \left|\vec{r} - \vec{r}'\right| >> \lambda$$

В задачах ЭД решение осуществляется по зонам.

Ближняя зона рассматривается при решении задач по электромагнитной совместимости, эффекты взаимной связи.

Дальняя зона – при решении задач об излучении.

2 Поля элементарных электрического и магнитного вибраторов. Диаграмма направленности

Элементарным электрическим излучателем называют элемент электрического линейного тока, характеризуемый следующими особенностями:

1) его длина весьма мала по сравнению с длиной волны создаваемого им поля $\ell << \lambda$, а радиус меньше длины $a << \ell$,

2) в каждый момент времени ток имеет одно и то же значение $I(z,t) = const$.

Элементарный магнитный излучатель – это воображаемый «проводник» длиной $\ell << \lambda$, по которому протекает фиктивный магнитный ток .

Примеры реализации: диполь Герца (электрический тип), рамка с током, щель в экране (магнитный тип).

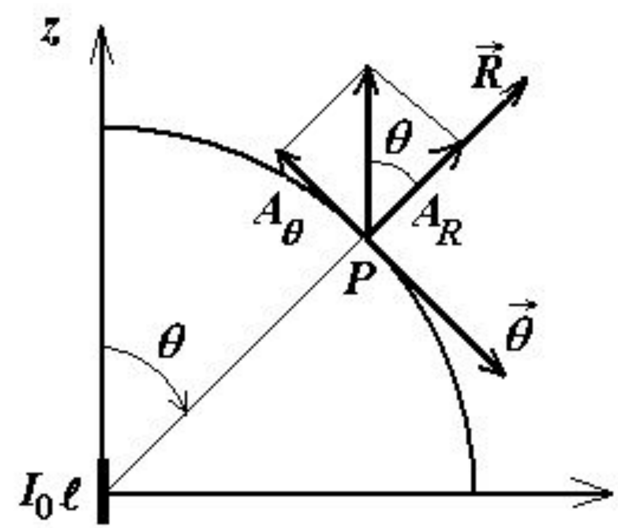
Нахождение структуры поля элементарного электрического излучателя.

Замечания по геометрии:

1) ***Об используемой системе координат***: Используется та система координат, в которой одна из координатных поверхностей совпадает с поверхностью излучателя (для разделения компонент ЭМП).
2) ***Ориентация излучателя***: образующая излучателя должна совпадать с осью $0z$.
3) ***Отсчет углов***: от оси вибратора.

Нахождение структуры поля элементарного электрического излучателя

1) Решение задачи в декартовой системе координат.



Распределение стороннего тока в излучателе:

$$\vec{j}^{\,э}(\vec{r}\,') = \vec{z} I_0 \delta(x-0)\delta(y-0)\delta(z-0)$$

Электродинамический потенциал с учетом свойств дельта-функции

$$\vec{A}^{\,э}(\vec{r}) = \vec{z}\,\frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} I_0 \ell$$

2) Переход в сферическую систему координат :

$$A_R^э = \left|\vec{A}^{\,э}\right| \cos\theta = \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} I_0 \ell \cos\theta \qquad A_\varphi^э = 0$$

$$A_\theta^э = -\left|\vec{A}^{\,э}\right| \sin\theta = -\frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} I_0 \ell \sin\theta$$

Нахождение структуры поля элементарного электрического излучателя

3) Нахождение компонент ЭМП с помощью уравнений связи:

$$H_R = 0, \qquad H_\theta = 0 \qquad H_\varphi = \frac{I_0 \ell}{4\pi r^2}(1 + ikr)\sin\theta \exp(-ikr)$$

$$E_R = \frac{I_0 \ell}{2\pi\omega\varepsilon_a r^3}(1 + ikr)\cos\theta \exp(-ikr)$$

$$E_\theta = \frac{I_0 \ell}{4\pi\omega\varepsilon_a r^3}(1 + ikr - k^2 r^2)\sin\theta \exp(-ikr) \qquad E_\varphi = 0$$

Анализ структуры поля

Ближняя зона. Пренебрегаем вкладом слагаемых, у которых есть множители r^{-1}, Получаем три отличные от нуля компоненты

$$H_\varphi = \frac{I_0 \ell}{4\pi r^2}\sin\theta \qquad E_R = \frac{-iI_0 \ell}{2\pi\omega\varepsilon_a r^3}\cos\theta \qquad E_\theta = \frac{-iI_0 \ell}{4\pi\omega\varepsilon_a r^3}\sin\theta$$

Анализ структуры поля

Дальняя зона. Пренебрегаем вкладом слагаемых, у которых множители имеют порядок, больший чем r^{-1}. От нуля будут отличны только две компоненты:

$$E_\theta = \frac{I_0 \ell k^2}{4\pi\omega\varepsilon_a} \sin\theta \, \frac{\exp(-ikr)}{r} \qquad H_\varphi = \frac{I_0 \ell}{4\pi} \sin\theta \, \frac{\exp(-ikr)}{r}$$

Для поля элементарного магнитного излучателя используем принцип двойственности. В результате получаем:

$$H_\theta = \frac{I^{м}{}_0 \ell k^2}{4\pi\omega\mu_a} \sin\theta \, \frac{\exp(-ikr)}{r} \qquad E_\varphi = -\frac{I^{м}{}_0 \ell}{4\pi} \sin\theta \, \frac{\exp(-ikr)}{r}$$

Структура поля – сферические волны, уходящие от источника (множитель $\exp(-ikr)/r$).

В дальней зоне поле квазиплоское (отсутствует *R*-компонента).

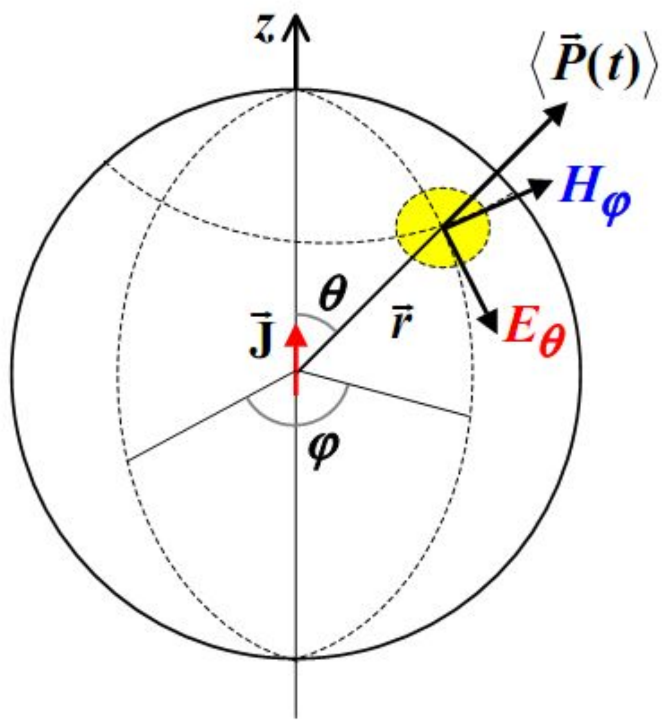
Соотношение между компонентами – величина постоянная:

$$\boxed{\frac{E_\theta}{H_\varphi} = -\frac{E_\varphi}{H_\theta} = W_0 = 120\pi \quad Ом}$$

- ***волновое число свободного пространства***

Структура поля – сферические волны, уходящие от источника (множитель $\exp(-ikr)/r$).

В дальней зоне поле квазиплоское (отсутствует *R*-компонента).



Соотношение между компонентами – величина постоянная:

$$\boxed{\frac{E_\theta}{H_\varphi} = -\frac{E_\varphi}{H_\theta} = W_0 = 120\pi \quad Ом}$$

- ***волновое число свободного пространства***

Диаграмма направленности.

Распределение поля излучения в пространстве при *R=const* характеризуется при помощи функции, называемой ***характеристикой направленности:***

$$F(\theta,\varphi)=\frac{\left|U(\theta,\varphi)\right|}{\left|U(\theta,\varphi)\right|_{\max}}$$

Традиционно для излучателей электрического типа используется характеристика направленности, полученная относительно распределения электрического поля ($U = E$),

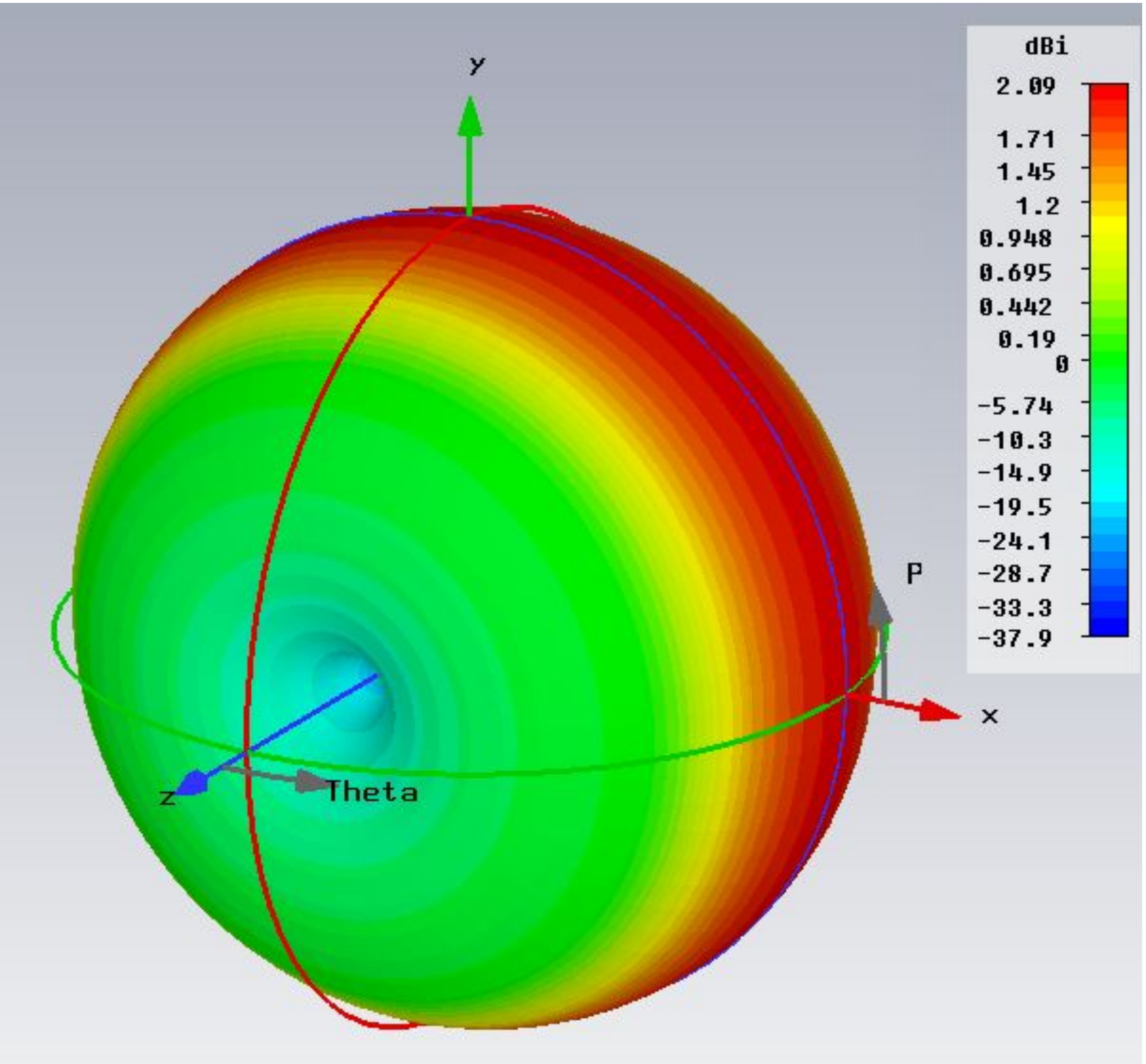
а для излучателей магнитного типа – относительно распределения магнитного поля ($U = H$).

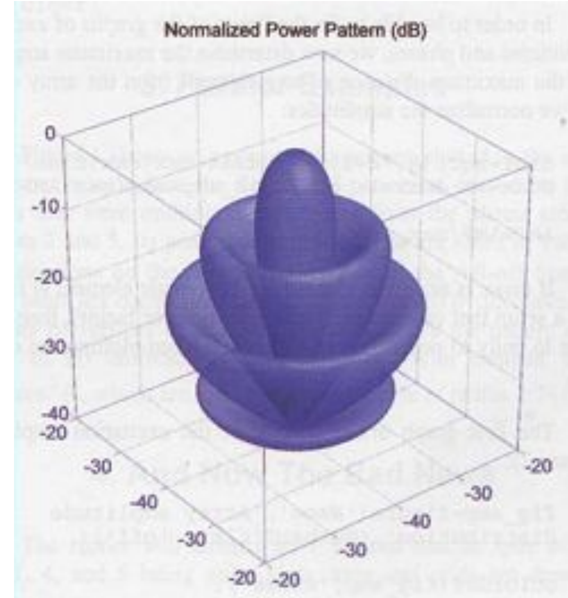
Для элементарных электрического и магнитного излучателей характеристика направленности имеет вид:

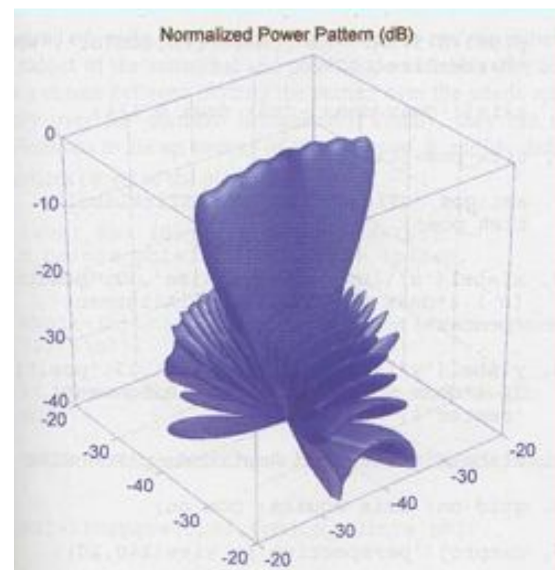
$$F(\theta,\varphi)=\left|\sin\theta\right|$$

График функции направленности называется ***диаграммой направленности.***

Диаграмма направленности диполя

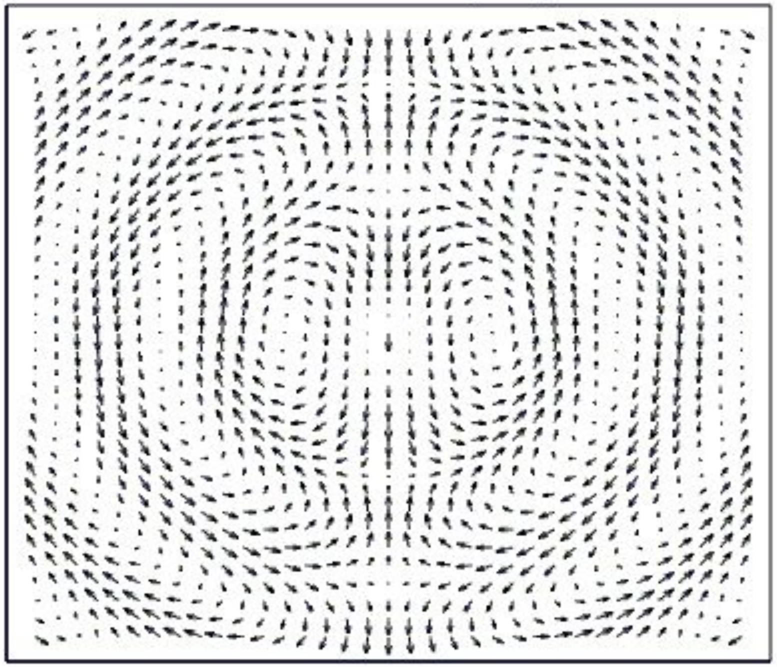






Поле диполя

Normalized E field in the y = 0 plane.



$z_{end} = 1.500 \quad (\lambda_0)$

Time (in periods, T_p)

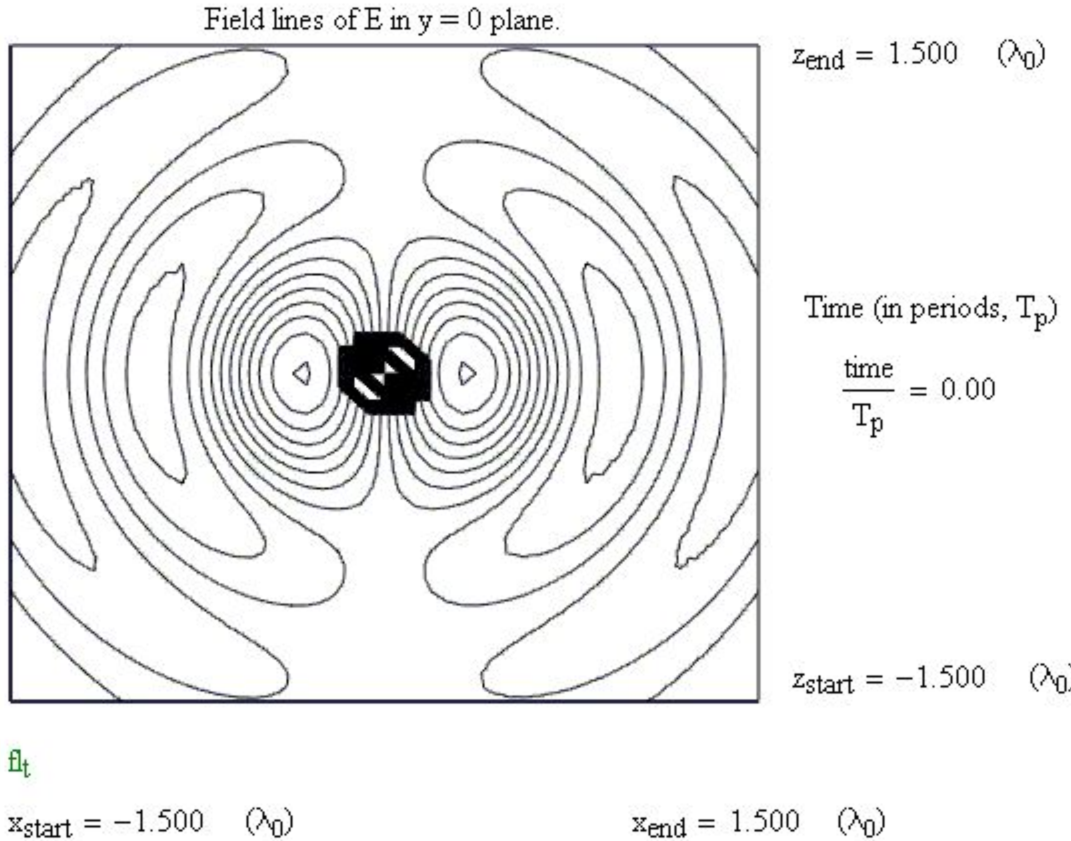
$$\frac{time}{T_p} = 0.00$$

$z_{start} = -1.500 \quad (\lambda_0)$

(e_{norm_x}, e_{norm_z})

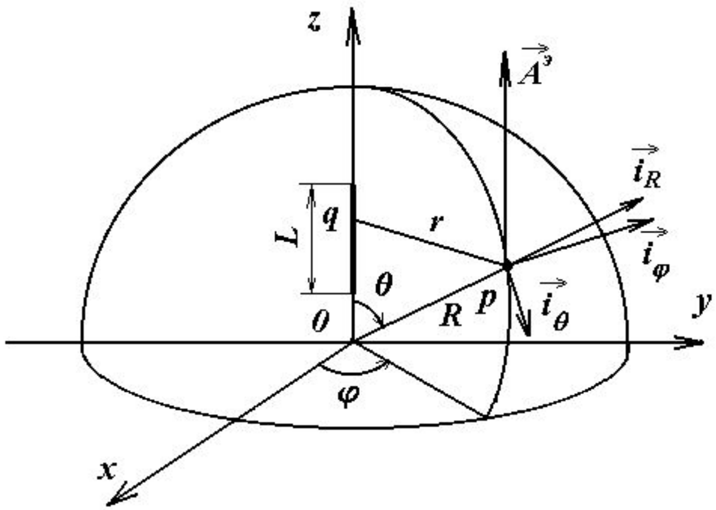
$x_{start} = -1.500 \quad (\lambda_0)$ $x_{end} = 1.500 \quad (\lambda_0)$

Поле диполя


Field lines of E in y = 0 plane.
z_{end} = 1.500 (λ_0)
Time (in periods, T_p)
$\frac{time}{T_p}$ = 0.00
z_{start} = −1.500 (λ_0)
fl_t
x_{start} = −1.500 (λ_0)
x_{end} = 1.500 (λ_0)

3 Сферические волны. Поле электрического и магнитного вибраторов

Геометрия задачи



Распределение тока

$$\vec{j}^{\,э\,ст}(z) = \vec{i}_z \begin{cases} I^{э}(z)\exp[i\psi(z)], & z \in L, \\ 0 & z \notin L \end{cases}$$

Выражение для потенциала

$$\vec{A}^{э} = \vec{i}_x \frac{1}{4\pi} \int\limits_L I^{э}(z')\exp[i\psi(z')] \frac{\exp(-ikr)}{r}\, dz'$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}$$

Компоненты ЭМП:

$$H_R = 0, \qquad H_\theta = 0 \qquad H_\varphi = -\frac{\exp(-ikr)}{r}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left(r\sin\theta\, A_z^{э}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\cos\theta\, A_z^{э}\right)\right\}$$

$$E_R = \frac{\exp(-ikr)W}{kr\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\, H_\varphi) \qquad E_\varphi = 0$$

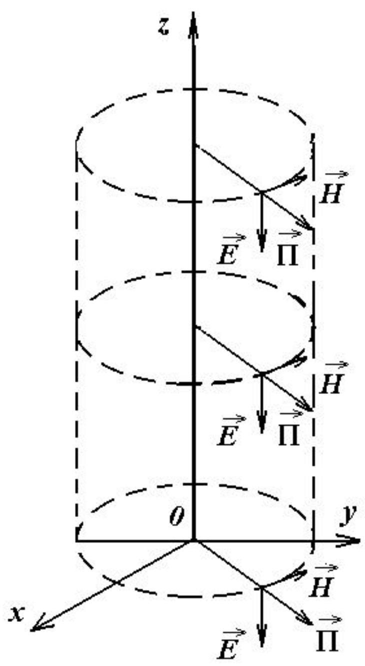
$$E_\theta = \frac{\exp(-ikr)W}{kr}\frac{\partial}{\partial r}(r\, H_\varphi)$$

При $kr\to\infty$ (в ***дальней зоне***) поле имеет две поперечные относительно направления распространения синфазные составляющие.

Фронт волны (поверхность фаз) представляет собой сферу (сомножитель $\exp(-ikr)$) . Однако поле зависит еще и от угловой координаты θ. Такая волны называется ***неоднородной сферической волной***.

4 Цилиндрические волны. Структура поля линейного электрического и магнитного излучателей

Источник является протяженным – линейным излучателем (например, бесконечно длинный провод с радиусом, намного меньше длины волны)).



Распределение стороннего тока:

$$\vec{j}^{\,cm}(\vec{r}\,') = \dot{i}_z\, I_0^{э}\, \delta(r-a)\delta(\varphi-0)$$

Векторный потенциал в цилиндрической системе координат:

$$\vec{A}^{э}(\vec{r}) = \dot{i}_z \frac{I_0^{э}}{4i} H_0^{(2)}(kr)$$

где $H_0^{(2)}(\cdot)$ - функция Ганкеля 2-го рода нулевого порядка.

Компоненты ЭМП: $H_\varphi = \frac{I_0^э}{4i} k H_1^{(2)}(kr)$ $E_z = -\frac{I_0^э}{4i} k W_0 H_0^{(2)}(kr)$

В дальней зоне: $H_\varphi = \sqrt{\frac{k}{8\pi r}} \exp[-ikr + i\pi/4]$ $E_z = -H_\varphi W_0$

ЭМП распространяется в направлениях, перпендикулярных нити. Имеет две поперечные относительно направления распространения синфазные составляющие (E_z и H_ϕ,) - *T*-волна. Фаза меняется по *r* при $kr \to \infty$ по закону бегущей волны.

Фронт волны представляет собой бесконечный цилиндр с осью, совпадающей с нитью тока. Амплитуды составляющих векторов поля убывает с ростом *r* по закону, определяемому функцией $\sqrt{\frac{1}{r}}$

Составляющие векторов поля однородны по азимутальному углу ϕ и по координате *z*. Волну этого типа называют ***однородной цилиндрической волной***.

Для магнитного излучателя:

$$E_\varphi = -\frac{I_0^м}{4i} H_1^{(2)}(kr) \qquad H_z = -\frac{I_0^м k}{4W} H_0^{(2)}(kr)$$