

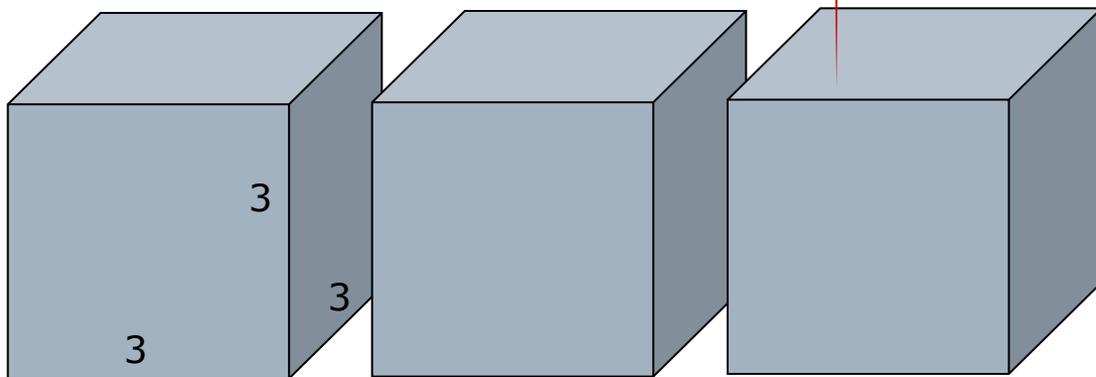
Степень с рациональным показателем

Демонстрационный материал

11 класс

Определение степени с натуральным показателем

$$V = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ раза}} = 3$$



Определение степени с натуральным показателем

The diagram illustrates the definition of a power with a natural exponent. It shows the expansion of 3^4 as $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ and the general case a^n as $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$. Red brackets and labels indicate the number of factors: "4 раза" (4 times) for the specific case and "n раз" (n times) for the general case. A question mark is placed next to the exponent n in the general case.

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \equiv 3^4$$

4 раза

$$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

n раз

В общем случае:

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1 , называется произведение n множителей, каждый из которых равен a

$$a^1 = a$$

Определение степени с целым отрицательным показателем

Если $a \neq 0$ и n – целое отрицательное число, то

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

Диаметр молекулы оливкового масла:

$$1,7 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 1,7 \cdot \frac{1}{10^9} \text{ м} = 0,00000000171 \text{ м}$$

Масса атома водорода: $1,674 \cdot 10^{-24} \text{ г}$

$$1,674 \cdot 10^{-24} \text{ м} = 1,674 \cdot \frac{1}{10^{24}} \text{ м} = 0,000\dots01674 \text{ м}$$

Определение степени с рациональным показателем

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$, где m – целое число, а n – натуральное ($n > 1$), называется число $\sqrt[n]{a^m}$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Замечания:

1 $0^r = 0$ для любого $r > 0$

2 $a^{\frac{mk}{nk}} = \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

3 При $a < 0$ рациональная степень числа a не определяется

Свойства степени с рациональным показателем

Основные свойства степени для любых показателей справедливы и для степени с рациональным показателем:

Для любых $a > 0, b > 0$ и любых рациональных r и s :

1

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

2

$$a^r : a^s = a^{r-s}$$

3

$$(a^r)^s = a^{rs}$$

Свойства степени с рациональным показателем

4 $(ab)^r = a^r b^r$

5 $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

6 $0 < a < b$ $a^r < b^r$ > 0 ,
 $a^r > b^r$ < 0 .

7 $r > s$ $a^r > a^s$ > 1 ,
 $a^r < a^s$ $0 < a < 1$.

