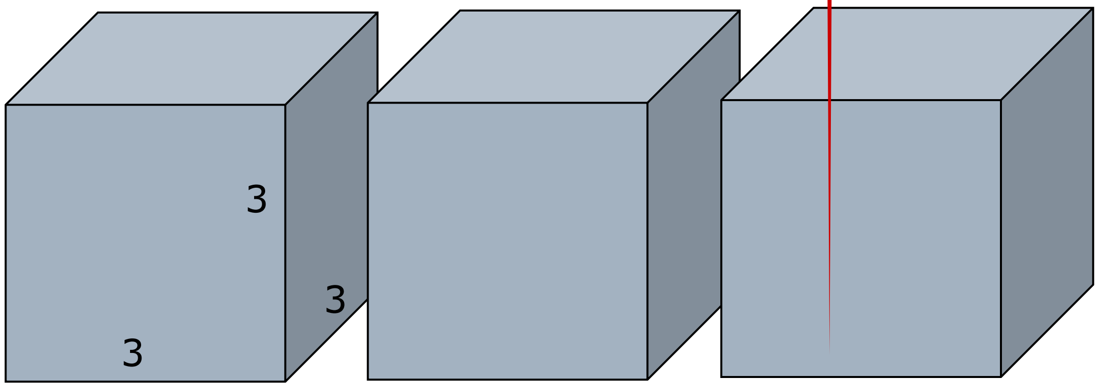
Степень с рациональным показателем

Демонстрационный материал

11 класс

Определение степени с натуральным показателем

$$V = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4\ \text{раза}} = 3$$



Определение степени с натуральным показателем

$$\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{4\ \text{раза}} = 3^4$$

4 раза

В общем случае: $\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{n\ \text{раз}} = a^{n}$

Степенью числа a с натуральным показателем n, большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a

$$a^1 = a$$

Определение степени с целым отрицательным показателем

Если $a \neq 0$ и n – целое отрицательное число, то $a^n = \dfrac{1}{a^{-n}}$

Диаметр молекулы оливкового масла:

$$1{,}7 \cdot 10^{-9}\ \text{м} = 1{,}7 \cdot \frac{1}{10^9}\ \text{м} = 0{,}00000000171\ \text{м}$$

Масса атома водорода: $1{,}674 \cdot 10^{-24}$ г

$$1{,}674 \cdot 10^{-24}\ \text{м} = 1{,}674 \cdot \frac{1}{10^{24}}\ \text{м} = 0{,}000\ldots01674\ \text{м}$$

Определение степени с рациональным показателем

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$,
где m – целое число, а n – натуральное ($n>1$),
называется число $\sqrt[n]{a^m}$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Замечания:

1 $0^r = 0$ для любого $r > 0$

2 $a^{\frac{mk}{nk}} = \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

3 При $a < 0$ рациональная степень числа a не определяется

Свойства степени с рациональным показателем

Основные свойства степени для любых показателей справедливы и для степени с <u>рациональным</u> показателем:

Для любых $a > 0, b>0$ и любых рациональных r и s :

1 $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

2 $a^r : a^s = a^{r-s}$

3 $(a^r)^s = a^{rs}$

Свойства степени с рациональным показателем

4. $(ab)^r = a^r b^r$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

6. $0 < a < b$ $\quad a^r < b^r$ при $> 0,$

$a^r > b^r$ при $< 0.$

7. $r > s$ $\quad a^r > a^s$ при $> 1,$

$a^r < a^s$ при $0 < a < 1.$