

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- Развитые системы нумерации впервые появились в древнем Египте.
- Для записи чисел египтяне применяли иероглифы один, десять, сто, тысяча и т.д.
- Все остальные числа записывались с помощью этих иероглифов и операции сложения.
- Недостатки этой системы - невозможность записи больших чисел и громоздкость.



- Десятичная система счисления пришла из Индии, где она появилась не позднее VI в. н. э.
- В ней всего 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 но информацию несет не только цифра, но также и место позиция, на которой она стоит.
- В числе 444 три одинаковых цифры обозначают количество и единиц, и десятков, и сотен.
- А вот в числе 400 первая цифра обозначает число сотен, два 0 сами по себе вклад в число не дают, а нужны лишь для указания позиции цифры 4.



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

- **Система счисления** - это совокупность правил и приемов записи чисел с помощью набора цифровых знаков.
- Количество цифр, необходимых для записи числа в системе, называют **основанием системы счисления**. Основание системы записывается справа от числа в нижнем индексе.



- Различают два типа систем счисления:
 - **позиционные**, когда значение каждой цифры числа определяется ее позицией в записи числа;
 - **непозиционные**, когда значение цифры в числе не зависит от ее места в записи числа.



- Примером непозиционной системы счисления является римская: числа IX, IV, XV и т.д.
- Примером позиционной системы счисления является десятичная система, используемая повседневно.



- Любое целое число в позиционной системе можно записать в форме многочлена:

$$X_S = \{A_n A_{n-1} A_{n-2} \dots A_2 A_1\}_S = A_n \cdot S^{n-1} + A_{n-1} \cdot S^{n-2} + A_{n-2} \cdot S^{n-3} + \dots + A_2 \cdot S^1 + A_1 \cdot S^0$$



- ▣ **Пример.** Число 6293_{10} запишется в форме многочлена следующим образом:

$$6293_{10} = 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$



ВИДЫ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

- **Римская система счисления** является непозиционной системой. В ней для записи чисел используются буквы латинского алфавита.
- При этом буква **I** всегда означает единицу, буква - **V** пять, **X** - десять, **L** - пятьдесят, **C** - сто, **D** - пятьсот, **M** - тысячу и т.д. Например, число 264 записывается в виде **CCLXIV**.



- При записи чисел в римской системе счисления значением числа является алгебраическая сумма цифр, в него входящих.
- При этом цифры в записи числа следуют, как правило, в порядке убывания их значений, и не разрешается записывать рядом более трех одинаковых цифр.
- В том случае, когда за цифрой с большим значением следует цифра с меньшим, ее вклад в значение числа в целом является отрицательным.



- Недостатком римской системы является отсутствие формальных правил записи чисел и, соответственно, арифметических действий с многозначными числами.
- По причине неудобства и большой сложности в настоящее время римская система счисления используется там, где это действительно удобно: в литературе (нумерация глав), в оформлении документов (серия паспорта, ценных бумаг и др.), в декоративных целях на циферблате часов и в ряде других случаев.



- **Десятичная система счисления** – в настоящее время наиболее известная и используемая. Изобретение десятичной системы счисления относится к главным достижениям человеческой мысли.
- Без нее вряд ли могла существовать, а тем более возникнуть современная техника.



- Древнее изображение десятичных цифр не случайно: каждая цифра обозначает число по количеству углов в ней.
- Например, 0 - углов нет, 1 - один угол, 2 - два угла и т.д.
- Написание десятичных цифр претерпело существенные изменения. Форма, которой мы пользуемся, установилась в XVI веке.





- В вычислительных машинах используется **двоичная система счисления**, её основание - число 2.
- Для записи чисел в этой системе используют только две цифры - 0 и 1.
- Вопреки распространенному заблуждению, двоичная система счисления была придумана не инженерами-конструкторами ЭВМ, а математиками и философами задолго до появления компьютеров, еще в XVII - XIX веках.



- Первое опубликованное обсуждение двоичной системы счисления принадлежит испанскому священнику Хуану Карамюэлю Лобковицу (1670 г.).
- Всеобщее внимание к этой системе привлекла статья немецкого математика Готфрида Вильгельма Лейбница, опубликованная в 1703г. В ней пояснялись двоичные операции сложения, вычитания, умножения и деления.



- Лейбниц не рекомендовал использовать эту систему для практических вычислений, но подчёркивал её важность для теоретических исследований.



- Выбор двоичной системы для применения в вычислительной технике объясняется тем, что электронные элементы - триггеры, из которых состоят микросхемы ЭВМ, могут находиться только в двух рабочих состояниях.



- С помощью двоичной системы кодирования можно зафиксировать любые данные и знания.
- Двоичная система удобна для компьютера, но неудобна для человека: числа получаются длинными и их трудно записывать и запоминать.
- Конечно, можно перевести число в десятичную систему и записывать в таком виде, а потом, когда понадобится перевести обратно, но все эти переводы трудоёмки.



- Поэтому применяются системы счисления, родственные двоичной - **восьмеричная и шестнадцатеричная.**
- Для записи чисел в этих системах требуется соответственно 8 и 16 цифр. В 16-теричной первые 10 цифр общие, а дальше используют заглавные латинские буквы.
- Шестнадцатеричная цифра А соответствует десятичному числу 10, шестнадцатеричная В – десятичному числу 11 и т. д.
- Использование этих систем объясняется тем, что переход к записи числа в любой из этих систем от его двоичной записи очень прост.



Десятичная	Двоичная	Восьмеричная	Шестнадцатеричная
1	001	1	1
2	010	2	2
3	011	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10



АЛГОРИТМЫ РАБОТЫ С ЦЕЛЫМИ ЧИСЛАМИ

- Способ 1 (обычно его представляют в виде лестницы). Алгоритм перевода из 10 в другую систему.
- 1. целочисленно разделить исходное число $Z(10)$ на основание новой системы счисления (p) и найти остаток от деления - это будет цифра 0 -го разряда числа $Z(p)$.
- 2. частное от деления снова целочисленно разделить на (p) с выделением остатка, процедуру продолжать до тех пор, пока частное от деления не окажется меньше (p) .



3. образованные остатки от деления, поставленные в порядке, обратном их получения, и представляют $Z(p)$.

Примеры: $123(10)$ перевести в (5) , во (2) и т.п.



- Способ 2. Алгоритм перевода $Z(p)$ в $Z(10)$.
- Пусть p - основание системы счисления, k - общее число цифр числа, тогда любое число Z может быть представлено в виде многочлена со степенями p :

$$Z[p] = a[k-1] * p^{k-1} + a[k-2] * p^{k-2} + \dots + a[1] * p^1 + a[0] * p^0$$

Примеры: 443(5) перевести в (10), 1110(2) перевести (10) и т.п.



- Примеры: 443_5 перевести в (10) , 1110_2 перевести (10) и т.п.



ИЗ ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ:

- исходное число разбивается на тетрады (т.е. 4 цифры), начиная с младших разрядов. Если количество цифр исходного двоичного числа не кратно 4, оно дополняется слева незначащими нулями до достижения кратности 4;
- каждая тетрада заменяется соответствующей шестнадцатеричной цифрой в соответствии с таблицей



- Выполнить перевод числа 10011_2 в шестнадцатеричную систему счисления. Поскольку в исходном двоичном числе количество цифр не кратно 4, дополняем его слева незначащими нулями до достижения кратности 4 числа цифр. Имеем:
- В соответствии с таблицей $0011_2 = 11_2 = 3_{16}$ и $0001_2 = 1_2 = 1_{16}$.
- Тогда $10011_2 = 13_{16}$.



ИЗ ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДВОИЧНУЮ:

- каждая цифра исходного числа заменяется тетрадой двоичных цифр в соответствии с таблицей. Если в таблице двоичное число имеет менее 4 цифр, оно дополняется слева незначащими нулями до тетрады;
- незначащие нули в результирующем числе отбрасываются.



- Выполнить перевод числа 13_{16} в двоичную систему счисления.

По таблице имеем: $1_{16} = 1_2$ и после дополнения незначащими нулями $1_2 = 0001_2$; $3_{16} = 11_2$ и после дополнения незначащими нулями $11_2 = 0011_2$.

- Тогда $13_{16} = 00010011_2$.

- После удаления незначащих нулей имеем $13_{16} = 10011_2$



АЛГОРИТМЫ РАБОТЫ С ДРОБНЫМИ ЧИСЛАМИ

- Вещественное число, в общем случае содержит целую и дробную часть, всегда можно представить в виде суммы целого числа и правильной дроби.
- Рассмотрим алгоритм перевода правильных дробей.
- Введем следующие обозначения: правильную дробь в исходной системе счисления (p) будем записывать в виде $0, Y(p)$.



АЛГОРИТМ ПЕРЕВОДА ИЗ (10) В ДРУГУЮ СИСТЕМУ (P).

- умножить исходную дробь в 10-ной системе счисления на основание (p), выделить целую часть - она будет первой цифрой новой дроби, отбросить целую часть;



- для оставшейся дробной части операцию умножения с выделением целой и дробной части повторить, пока в дробной части не окажется 0 или не будет достигнута желаемая точность конечного числа.
- записать дробь в виде последовательности цифр после нуля с разделителем в порядке их появления.
- Примеры: выполнить преобразование $0,375_{(10)}$ перевести (2)



- Перевод $0, Y(p)$ в $0, Y(10)$ сводится к вычислению значения формы $(*)$ в десятичной системе счисления.
- !!! после перевода дроби, которая была конечной в исходной системе счисления, дробь может оказаться бесконечной в новой системе. Соответственно, рациональное число в исходной системе может после перехода превратиться в иррациональное. Справедливо и обратное.



ПРАВИЛА ПЕРЕВОДА ПРАВИЛЬНЫХ ДРОБЕЙ

- Результатом является всегда правильная дробь.
1. Из десятичной системы счисления - в двоичную и шестнадцатеричную:
- исходная дробь умножается на основание системы счисления, в которую переводится (2 или 16);
- в полученном произведении целая часть преобразуется в соответствии с таблицей в цифру нужной системы счисления и отбрасывается - она является старшей цифрой получаемой дроби;



- оставшаяся дробная часть вновь умножается на нужное основание системы счисления с последующей обработкой полученного произведения в соответствии с шагами а) и б).
- процедура умножения продолжается до тех пор, пока не будет получен нулевой результат в дробной части произведения или не будет достигнуто требуемое количество цифр в результате;
- формируется результат: последовательно отброшенные в шаге б) цифры составляют дробную часть результата, причем в порядке уменьшения старшинства.



- Выполнить перевод числа 0,847 в двоичную систему счисления. Перевод выполнить до четырех значащих цифр после запятой.

Имеем:

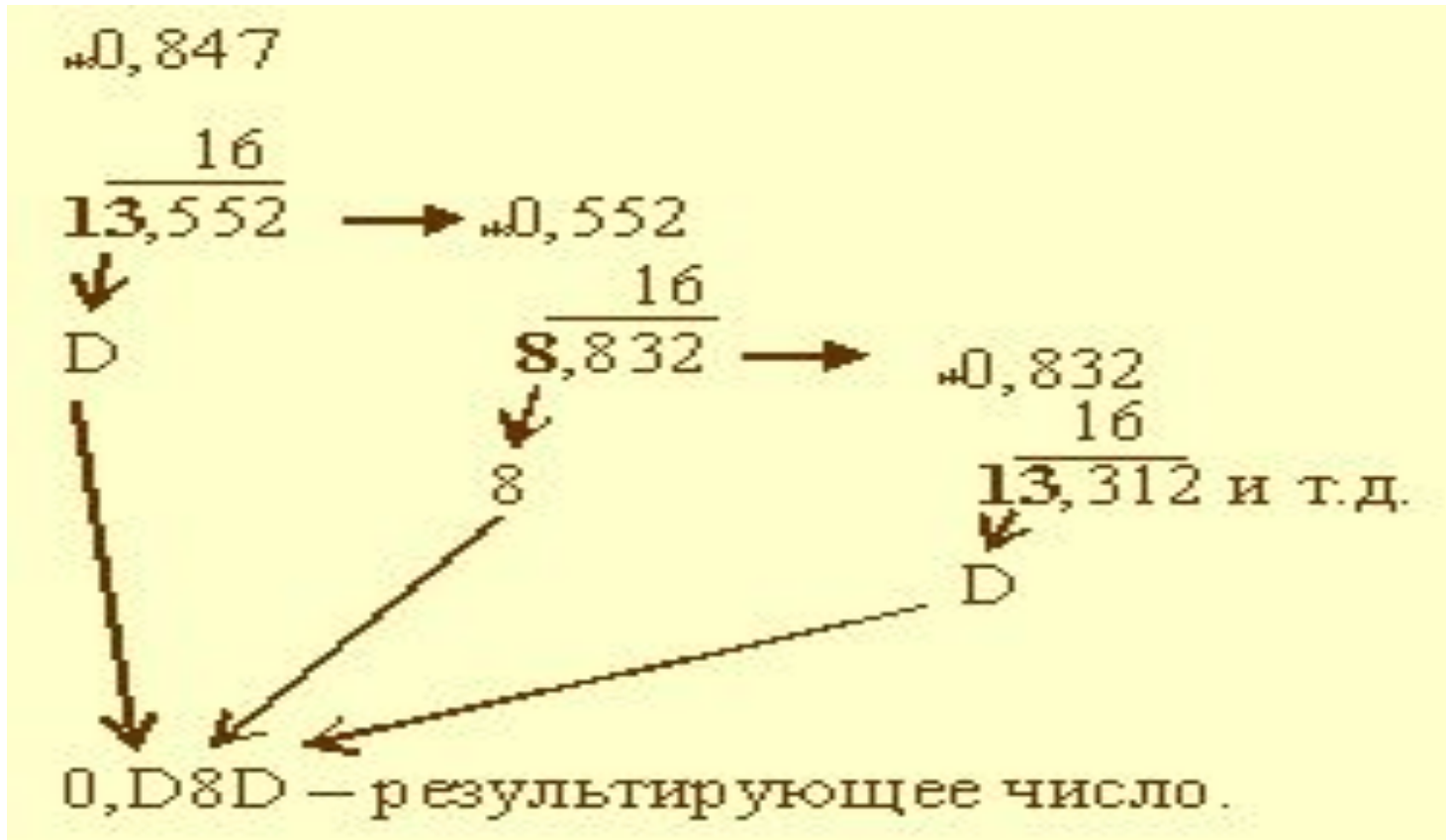


- В данном примере процедура перевода прервана на четвертом шаге, поскольку получено требуемое число разрядов результата. Очевидно, это привело к потере ряда цифр.

Таким образом, $0,847 = 0,1101_2$



- Выполнить перевод числа 0,847 в шестнадцатеричную систему счисления. Перевод выполнить до трех значащих цифр.



- В данном примере также процедура перевода прервана. Таким образом, $0,847 = 0,D8D_2$.



- Из двоичной и шестнадцатеричной систем счисления - в десятичную. В этом случае рассчитывается полное значение числа по формуле, причем коэффициенты a_i принимают десятичное значение в соответствии с таблицей.



- Выполнить перевод из двоичной системы счисления в десятичную числа $0,1101_2$. Имеем:
$$0,1101_2 = 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} + 1*2^{-4} = 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 0,8125.$$

Расхождение полученного результата с исходным для получения двоичной дроби числом вызвано тем, что процедура перевода в двоичную дробь была прервана.

Таким образом, $0,1101_2 = 0,8125$



- Выполнить перевод из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную числа $0,D8D_{16}$. Имеем:
$$0,D8D_{16} = 13 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} + 13 \cdot 16^{-3} = 13 \cdot 0,0625 + 8 \cdot 0,003906 + 13 \cdot 0,000244 = 0,84692.$$
- Расхождение полученного результата с исходным для получения двоичной дроби числом вызвано тем, что процедура перевода в шестнадцатеричную дробь была прервана.
Таким образом, $0,D8D_{16} = 0,84692.$



ИЗ ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ:

- исходная дробь делится на тетрады, начиная с позиции десятичной точки вправо. Если количество цифр дробной части исходного двоичного числа не кратно 4, оно дополняется справа незначащими нулями до достижения кратности 4;
- каждая тетрада заменяется шестнадцатеричной цифрой в соответствии с таблицей.



□ Выполнить перевод из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную числа $0,1101_2$. Имеем:
 $0,1101_2 = 0,1101_2$ В соответствии с таблицей $1101_2 = D_{16}$. Тогда имеем $0,1101_2 = 0,D_{16}$.

□ Выполнить перевод из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную числа $0,0010101_2$.
Поскольку количество цифр дробной части не кратно 4, добавим справа незначащий ноль: $0,0010101_2 = 0,00101010_2$. В соответствии с таблицей $0010_2 = 10_2 = 2_{16}$ и $1010_2 = A_{16}$. Тогда имеем $0,0010101_2 = 0,2A_{16}$



- Из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную:
 - каждая цифра исходной дроби заменяется тетрадой двоичных цифр в соответствии с таблицей;
 - незначащие нули отбрасываются.
- Выполнить перевод из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную числа $0,2A_{16}$.
- По таблице имеем $2_{16} = 0010_2$ и $A_{16} = 1010_2$. Тогда $0,2A_{16} = 0,00101010_2$.
- Отбросим в результате незначащий ноль и получим окончательный результат: $0,2A_{16} = 0,0010101_2$



ПРАВИЛО ПЕРЕВОДА ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ

- Отдельно переводится целая часть числа, отдельно - дробная. Результаты складываются.
- Выполнить перевод из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную числа 19,847. Перевод выполнять до трех значащих цифр после запятой.
Представим исходное число как сумму целого числа и правильной дроби:
 $19,847 = 19 + 0,847.$



□ Как следует из примера 3.2, $19 = 13_{16}$; а в соответствии с примером 3.9 $0,847 = 0,D8D_{16}$.

□ Тогда имеем:

$$19 + 0,847 = 13_{16} + 0,D8D_{16} = 13,D8D_{16}.$$

Таким образом, $19,847 = 13,D8D_{16}$



ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

□ Правила сложения

- Сложить двоичные числа 1101_2 и 11011_2 .

Запишем слагаемые в столбик и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:
номера разрядов:

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\ + \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

- $$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ + \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$$



- Сложить шестнадцатеричные числа $1C_{16}$ и $7B_{16}$.
Запишем слагаемые в столбик и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:

$$\begin{array}{r} 2\ 1 \\ +\ \underline{1\ C} \\ 7\ B \end{array}$$

Таким образом:

- $$\begin{array}{r} 1\ C \\ +\ \underline{7\ B} \\ 9\ 7 \end{array}$$



▣ *Правила вычитания*

Вычесть из двоичного числа 101_2 двоичное число 11_2 .

Запишем алгебраические слагаемые в столбик в порядке "уменьшаемое - вычитаемое" и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:

$$\begin{array}{r} \square \quad 3 \ 2 \ 1 \\ - \quad \underline{1 \ 0 \ 1} \\ \quad \quad 11 \end{array}$$

▣ Таким образом:

$$\begin{array}{r} \square \quad 1 \ 0 \ 1 \\ - \quad \underline{1 \ 1} \\ \quad \quad 1 \ 0 \end{array}$$



- Вычесть из шестнадцатеричного числа 97_{16} шестнадцатеричное число $7B_{16}$.



- Процесс образования результата по разрядам описан ниже:
- разряд 1 формируется следующим образом: поскольку 7 меньше В и непосредственное вычитание невозможно, занимаем для уменьшаемого единицу в старшем разряде 2. Тогда $17_{16} - B_{16} = 23 - 11 = 12 = C_{16}$;
- разряд 2 формируется следующим образом: поскольку единица была занята в предыдущем шаге, разряд 2 уменьшаемого стал равным 8_{16} . Тогда разряд 2 рассчитывается как $8_{16} - 7_{16} = 1_{16}$.
Таким образом:

- $$\begin{array}{r} 97 \\ - \underline{7B} \\ 1C \end{array}$$



ПРАВИЛА УМНОЖЕНИЯ

- Умножить двоичное число 101_2 на двоичное число 11_2 .
- Процесс образования результата по шагам умножения множимого на каждый разряд множителя с последующим сложением показан ниже:
- умножение множимого на разряд 1 множителя дает результат: $101_2 * 1_2 = 101_2$;
- умножение множимого на разряд 2 множителя дает результат: $101_2 * 10_2 = 1010_2$. Здесь значение разряда 2 множителя сформировано по принципам формирования значения числа в позиционных системах счисления;



- для получения окончательного результата складываем результаты предыдущих шагов: $101_2 + 1010_2 = 1111_2$
- Умножить шестнадцатеричное число $1C_{16}$ на шестнадцатеричное число $7B_{16}$



- умножение множимого на разряд 1 множителя дает результат: $1C_{16} * B_{16} = 28 * 11 = 308 = 134_{16}$;
- умножение множимого на разряд 2 множителя дает результат: $1C_{16} * 7_{16} = 28 * 112 = 3136 = C40_{16}$.
Здесь значение разряда 2 множителя сформировано по принципам формирования значения числа в позиционных системах счисления;
- для получения окончательного результата складываем результаты предыдущих шагов: $134_{16} + C40_{16} = D74_{16}$



ПРАВИЛА ДЕЛЕНИЯ

- Рассмотрим правила деления только для двоичных чисел, поскольку деление шестнадцатеричных чисел проще выполнять, переводя их предварительно в десятичную систему счисления.

Разделить двоичное число 1111_2 на двоичное число 11_2 .

Решение задачи представим схемой:

$$\begin{array}{r} 1111_2 \overline{) 1111_2} \\ \underline{11_2} \\ .0111_2 \\ \underline{11_2} \\ 0_2 \end{array}$$



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ В КОМПЬЮТЕРЕ

- Для целых чисел существуют два представления: беззнаковое (только для неотрицательных целых чисел) и со знаком.
- Очевидно, что отрицательные числа можно представлять только в знаковом виде.
- Целые числа в компьютере хранятся в **формате с фиксированной запятой**.



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ В БЕЗЗНАКОВЫХ ЦЕЛЫХ ТИПАХ

- Для беззнакового представления все разряды ячейки отводятся под представление самого числа.
- Например, в байте (8 бит) можно представить беззнаковые числа от 0 до 255.
- Поэтому, если известно, что числовая величина является неотрицательной, то выгоднее рассматривать её как беззнаковую.



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ В ЗНАКОВЫХ ЦЕЛЫХ ТИПАХ

- Для представления со знаком самый старший (левый) бит отводится под знак числа, остальные разряды - под само число.
- Если число положительное, то в знаковый разряд помещается 0, если отрицательное 1.
- Например, в байте можно представить знаковые числа от -128 до 127.



ПРЯМОЙ КОД ЧИСЛА

- Представление числа в привычной форме "знак"-"величина", при которой старший разряд ячейки отводится под знак, а остальные - под запись числа в двоичной системе, называется **прямым кодом** двоичного числа.
- Например, прямой код двоичных чисел 1001 и -1001 для 8-разрядной ячейки равен 00001001 и 10001001 соответственно.



- Положительные числа в ЭВМ всегда представляются с помощью прямого кода.
- Прямой код числа полностью совпадает с записью самого числа в ячейке машины.
- Прямой код отрицательного числа отличается от прямого кода соответствующего положительного числа лишь содержимым знакового разряда.
- Но отрицательные целые числа не представляются в ЭВМ с помощью прямого кода, для их представления используется так называемый **дополнительный код**.



ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ КОД ЧИСЛА

- **Дополнительный код** положительного числа равен прямому коду этого числа.
- **Дополнительный код** отрицательного числа m равен $2^k - |m|$, где k - количество разрядов в ячейке.



- При представлении неотрицательных чисел в беззнаковом формате все разряды ячейки отводятся под само число.
- Например, запись числа $243=11110011$ в одном байте при беззнаковом представлении будет выглядеть следующим образом:

11110011



- При представлении целых чисел со знаком старший (левый) разряд отводится под знак числа, и под собственно число остаётся на один разряд меньше.
- Поэтому, если приведённое выше состояние ячейки рассматривать как запись целого числа со знаком, то для компьютера в этой ячейке записано число -13 ($243+13=256=2^8$).



- Но если это же отрицательное число записать в ячейку из 16-ти разрядов, то содержимое ячейки будет следующим:

1111111111110011



- **Дополнительный код** используется для упрощения выполнения арифметических операций.
- Если бы вычислительная машина работала с прямыми кодами положительных и отрицательных чисел, то при выполнении арифметических операций следовало бы выполнять ряд дополнительных действий.
- Например, при сложении нужно было бы проверять знаки обоих операндов и определять знак результата.



- Если знаки одинаковые, то вычисляется сумма операндов и ей присваивается тот же знак.
- Если знаки разные, то из большего по абсолютной величине числа вычитается меньшее и результату присваивается знак большего числа.
- То есть при таком представлении чисел (в виде только прямого кода) операция сложения реализуется через достаточно сложный алгоритм. Если же отрицательные числа представлять в виде дополнительного кода, то операция сложения, в том числе и разного знака, сводится к из поразрядному сложению.



- Для компьютерного представления целых чисел обычно используется один, два или четыре байта, то есть ячейка памяти будет состоять из восьми, шестнадцати или тридцати двух разрядов соответственно.



АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО КОДА ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА.

Для получения дополнительного k -разрядного кода отрицательного числа

- необходимо модуль отрицательного числа представить прямым кодом в k двоичных разрядах;
- значение всех бит инвертировать: все нули заменить на единицы, а единицы на нули (таким образом, получается k -разрядный обратный код исходного числа);
- к полученному обратному коду прибавить единицу.



Пример:

Получим 8-разрядный дополнительный код числа -52:

- 00110100 - число $|-52|=52$ в прямом
коде 11001011 - число -52 в обратном
коде 11001100 - число -52 в дополнительном коде



- Можно заметить, что представление целого числа не очень удобно изображать в двоичной системе, поэтому часто используют шестнадцатеричное представление:

1100 1100

C C



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕЩЕСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ В КОМПЬЮТЕРЕ

- Для представления вещественных чисел в современных компьютерах принят способ представления **с плавающей запятой**.
- Этот способ представления опирается на нормализованную (экспоненциальную) запись действительных чисел.



- Как и для целых чисел, при представлении действительных чисел в компьютере чаще всего используется двоичная система, следовательно, предварительно десятичное число должно быть переведено в двоичную систему.



НОРМАЛИЗОВАННАЯ ЗАПИСЬ ЧИСЛА

- **Нормализованная запись** отличного от нуля действительного числа - это запись вида $a = m \cdot R^q$, где q - целое число (положительное, отрицательное или ноль), а m - правильная R -ичная дробь, у которой первая цифра после запятой не равна нулю, то есть

$$\frac{1}{R} \leq m < 1$$

- При этом m называется **мантиссой** числа, q - **порядком** числа.



- Примеры:
- $3,1415926 = 0,31415926 * 10^1$;
- $1000 = 0,1 * 10^4$;
- $0,123456789 = 0,123456789 * 10^0$;
- $0,0000107_8 = 0,1078 * 8^{-4}$; (порядок записан в 10-й системе)
- $1000,0001_2 = 0,100000012 * 2^4$.



- Так как число ноль не может быть записано в нормализованной форме в том виде, в каком она была определена, то считаем, что нормализованная запись нуля в 10-й системе будет такой:
 $0 = 0,0 * 10^0$.



- **Нормализованная экспоненциальная запись** числа - это запись вида $a = m \cdot R^q$, где q - целое число (положительное, отрицательное или ноль), а m - R -ичная дробь, у которой целая часть состоит из одной цифры.
- При этом (m -целая часть) называется **мантиссой** числа, q - **порядком** числа.



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

- При представлении чисел с плавающей запятой часть разрядов ячейки отводится для записи порядка числа, остальные разряды - для записи мантиссы.
- По одному разряду в каждой группе отводится для изображения знака порядка и знака мантиссы.
- Для того, чтобы не хранить знак порядка, был придуман так называемый **смещённый порядок**, который рассчитывается по формуле $2^{a-1} + \text{ИП}$, где a - количество разрядов, отводимых под порядок.



□ Пример:

Если истинный порядок равен -5, тогда смещённый порядок для 4-байтового числа будет равен $127-5=122$.



АЛГОРИТМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЛА С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

Перевести число из r -ичной системы счисления в двоичную;

- представить двоичное число в нормализованной экспоненциальной форме;
- рассчитать смещённый порядок числа;
- разместить знак, порядок и мантиссу в соответствующие разряды сетки.



□ Пример:

Представить число $-25,625$ в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

1.
$$\begin{array}{r} 25_{10} \mid 2 \\ \underline{24} \quad \underline{12} \quad \underline{2} \\ 1 \quad \underline{12} \quad \underline{6} \quad \underline{2} \\ \quad \quad \quad \underline{6} \quad \underline{3} \quad \underline{2} \\ \quad \quad \quad \quad \underline{6} \quad \underline{2} \quad \underline{1} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{0} \quad \underline{2} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{0} \end{array}$$

$$25_{10} = 100011_2$$

$$\begin{array}{r} 0 \mid 625 \\ \times \quad \underline{2} \\ 1 \mid 250 \\ \times \quad \underline{2} \\ 0 \mid 500 \\ \times \quad \underline{2} \\ 1 \mid 000 \end{array}$$

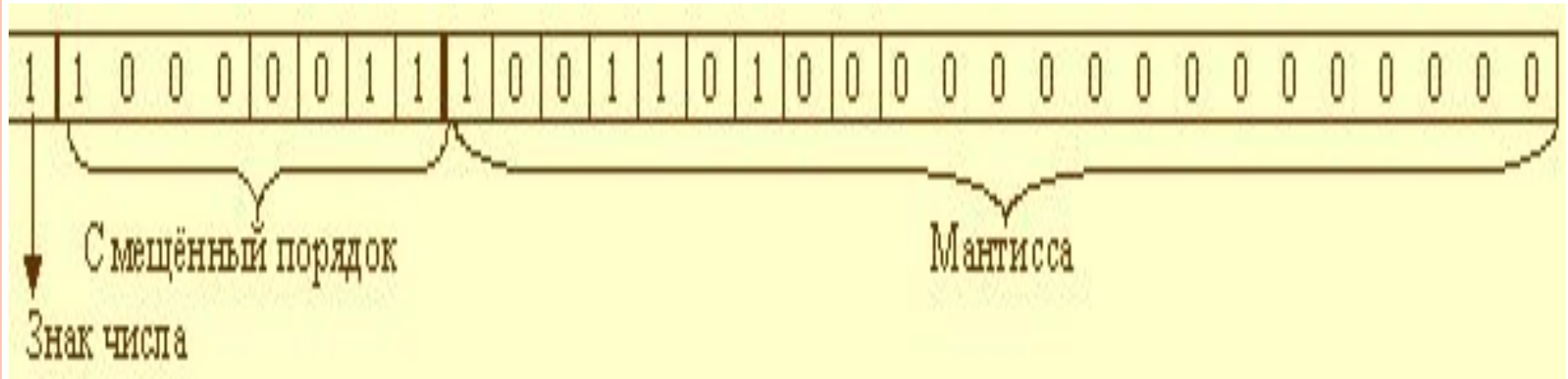


$$\begin{aligned} \square & 25_{10} = 100011_2 \\ & 0,625_{10} = 0,101_2 \\ & -25,625_{10} = -100011,101_2 \end{aligned}$$

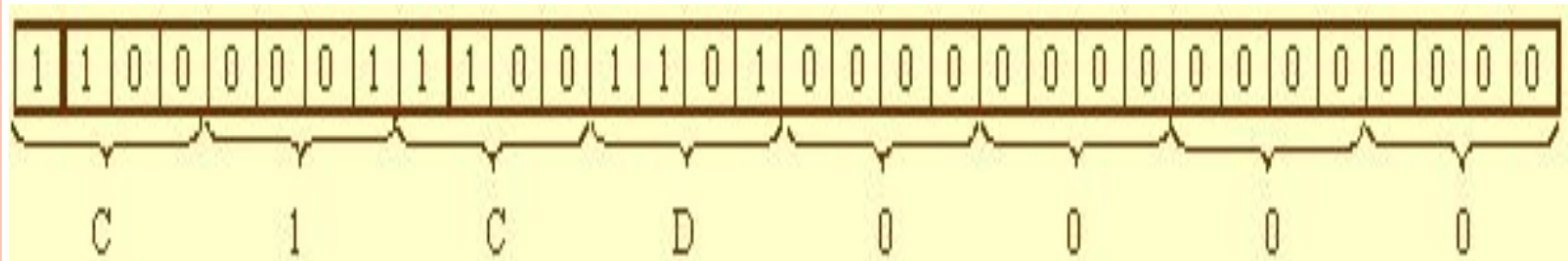
$$\square -100011,101_2 = -1,00011101_2 * 2^4$$

$$\square \text{СП} = 127 + 4 = 131$$





- Можно заметить, что представление действительного числа не очень удобно изображать в двоичной системе, поэтому часто используют шестнадцатеричное представление:



- $157(8) - 111(10)$
- $A6F(16) - 2671(10)$
- $110,001(2) - 6,125(10)$
- $A,B(16) - 10,6875(10)$
- $12,8(10) - 1100,1100(2)$
- $29,25(10) - 35,2(8)$

