

Metoda coardelor (secantei)

Metoda coardelor

1. Metoda este utilizată pentru găsirea rădăcinii aproximative ξ a ecuației $f(x)=0$ izolate într-un interval $[a, b]$ în cazul în care $f(a)*f(b)<0$ cu aproximarea ϵ prestabilită.
2. Se consideră ecuația $f(x)=0$. Funcția $f(x)$ este continuă pe $[a, b]$. Presupunem că în urma unui proces de separare a rădăcinilor ecuația $f(x)=0$ are cel mult o rădăcină în $[a, b]$.
3. Prin ξ - notăm rădăcina ecuației pe $[a, b]$.

Metoda coardelor

Intervalele succesive $[a_1, b_1], [a_2, b_2] \dots [a_i, b_i]$ se obțin prin împărțirea intervalului anterior în raportul

$$f(a_{i-1})/f(b_{i-1})$$

Metoda secantei este echivalentă cu înlocuirea $f(x)$, prin coarda care trece prin punctele $(a_i, f(a_i))$ și $(b_i, f(b_i))$

Metoda coardelor

Din ecuația coardei

$$\frac{x - a_i}{b_i - a_i} = \frac{y - f(a_i)}{f(b_i) - f(a_i)}$$

se poate obține coordonata punctului de intersecție x_i al coardei cu axa absciselor

$$x_i = \frac{a_i f(b_i) - b_i f(a_i)}{f(b_i) - f(a_i)}$$

După un anumit număr de pași se obține, fie o rădăcină exactă $\xi = x_i$, astfel încât $f(x_i) = 0$, fie o secvență de intervale

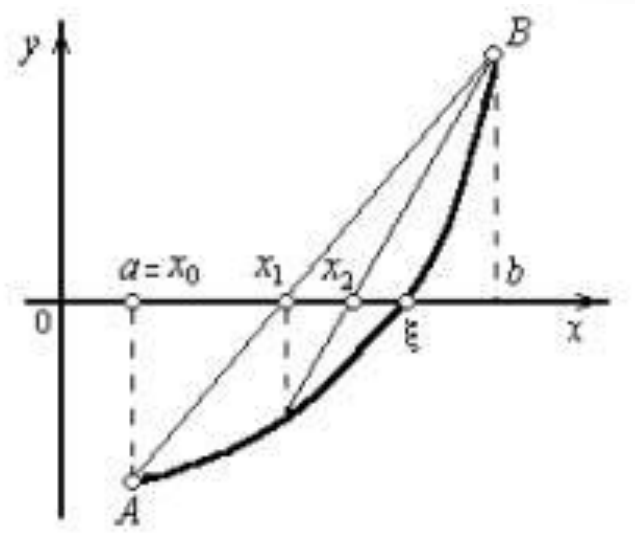
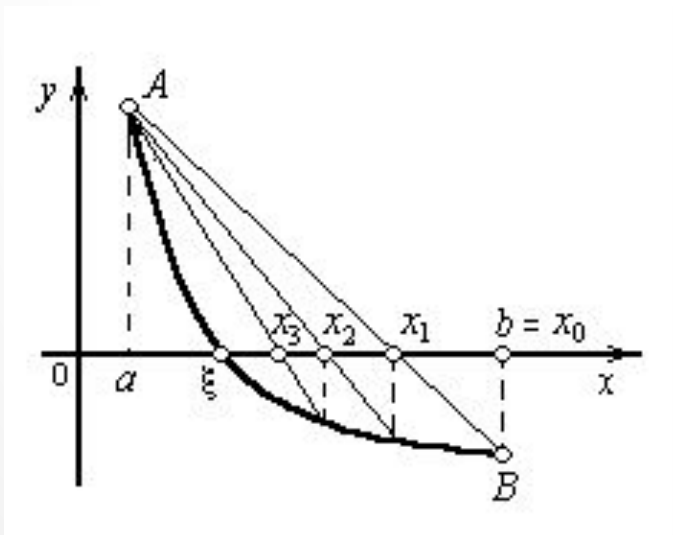
$[a_0, b_0], [a_1, b_1], \dots, [a_i, b_i], \dots$

Cu $a_{i+1} = a_i, b_{i+1} = x_i$, dacă $f(a_i) * f(b_i) < 0$

$a_{i+1} = x_i, b_{i+1} = b_i$, dacă $f(a_i) * f(x_i) > 0$.

Metoda coardelor

Fie $f''(x) > 0$, unde $a < x < b$ (cazul $f''(x) < 0$ se reduce la cazul analizat dacă ecuația este rescrisă în formă $-f(x) = 0$). Atunci curba $y = f(x)$ este concavă și se află mai jos de coarda sa AB . Sunt posibile două situații: 1) $f(a) > 0$ (Fig. 2, a) și 2) $f(a) < 0$ (Fig. 2, b).



Metoda coardelor

În primul caz capătul a al segmentului rămîne nemișcat, dar iterațiile consecutive:

$$x_0 = b;$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f(x_i) - f(a)} (x_i - a), \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

Formează un șir mărginit, monoton descrescător cu proprietate:

În cazul al doilea, capătul b , dar iterațiile consecutive:

$$x_0 = a;$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f(b) - f(x_i)} (b - x_i)$$

Generalizând, conchidem:

1. Nemișcat este acel capăt al intervalului pentru care semnul funcției $f(x)$ coincide cu semnul derivatei de ordinul doi $f''(x)$;
2. Aproximări consecutive x_n se află în acea parte de rădăcină ξ unde funcția $f(x)$ are semnul opus semnului derivatei de ordinul doi $f''(x)$.

Exerciții

Determinați soluțiile ecuațiilor, utilizând metoda coardelor:

a. $x^3 - 0.2x^2 + 0.2x + 1.2 = 0$ pe $[1, 2]$

b. $5x^3 - 20x + 3 = 0$ pe $[0, 1]$

c. $e^x - x^2 = 0$ pe $[-1, 0]$