Подобные треугольники

Пропорциональные отрезки

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **A_1B_1** и **C_1D_1**,

если $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Пример

Отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1,

2 1 3 1,5

$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

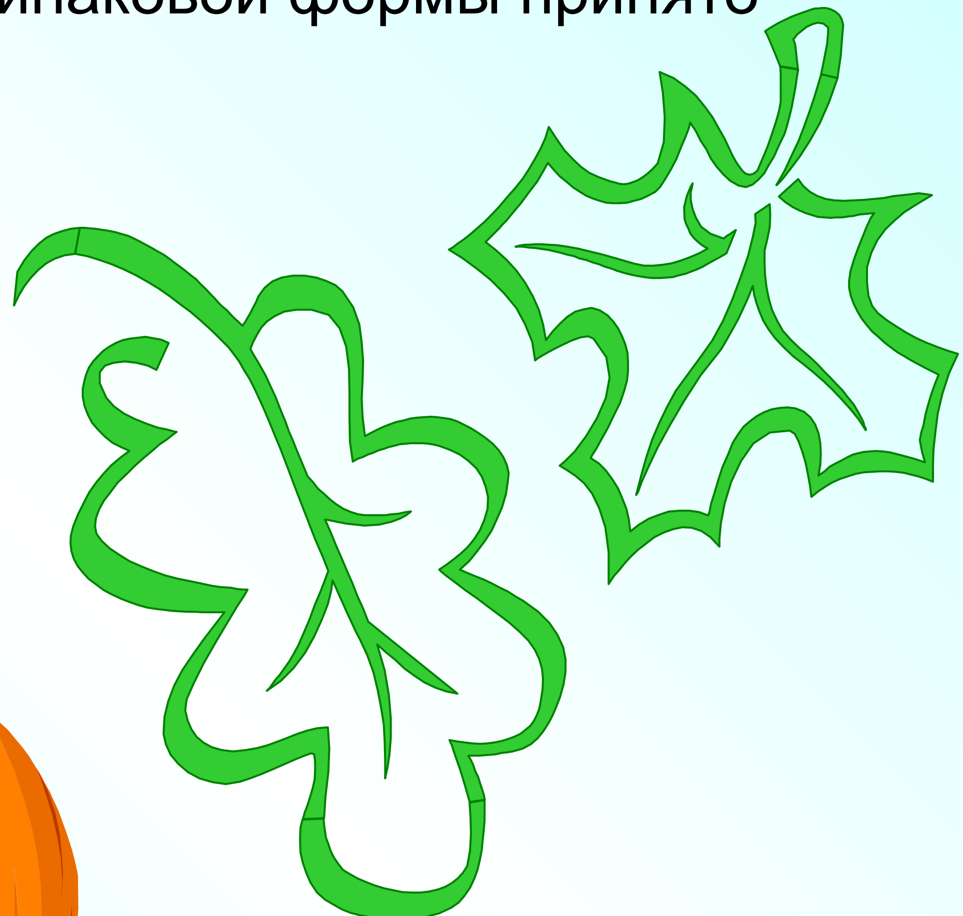
Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков.

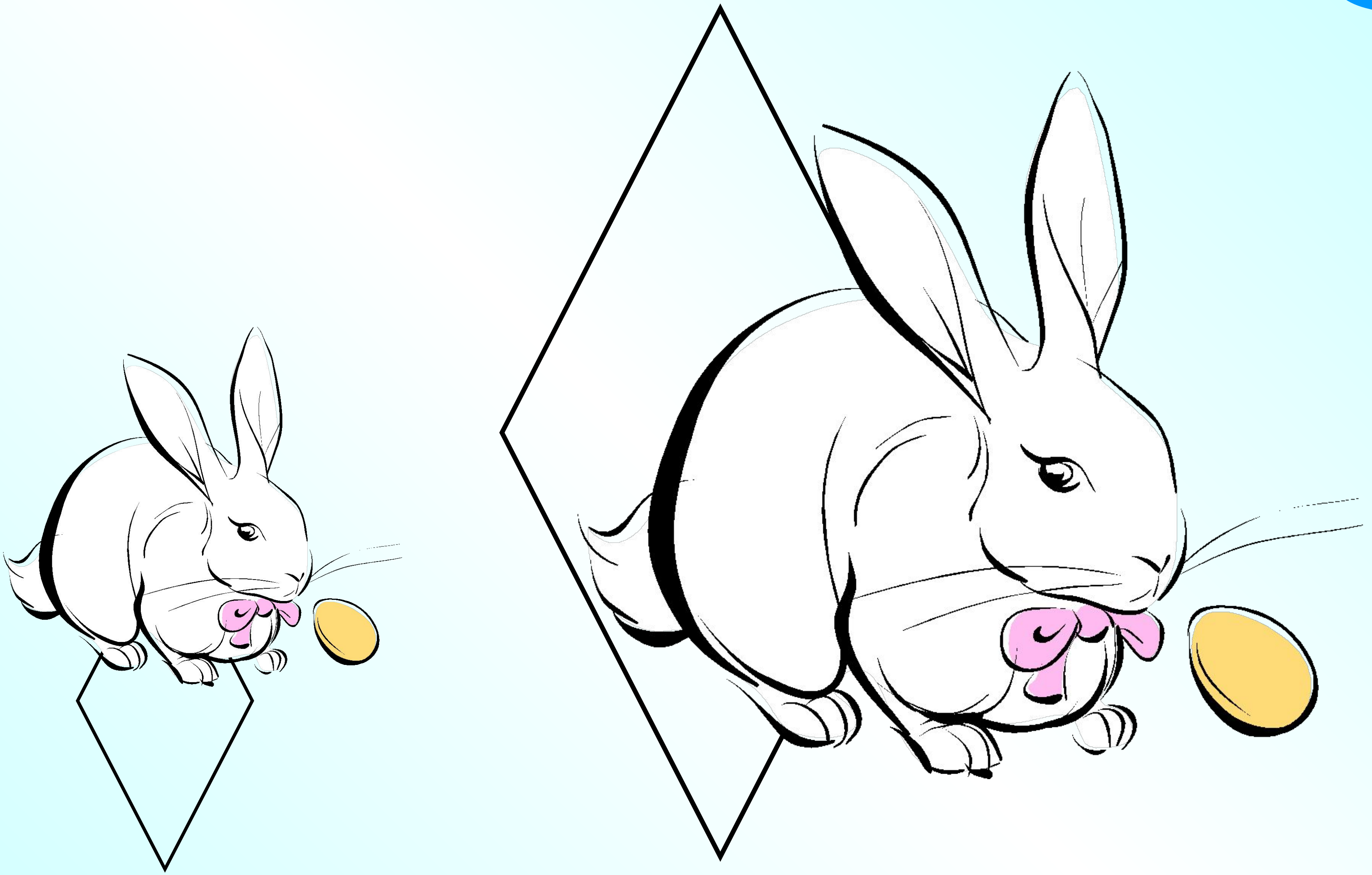
Отрезки

AB, CD и EF пропорциональны отрезкам A_1B_1, C_1D_1 и E_1F_1,

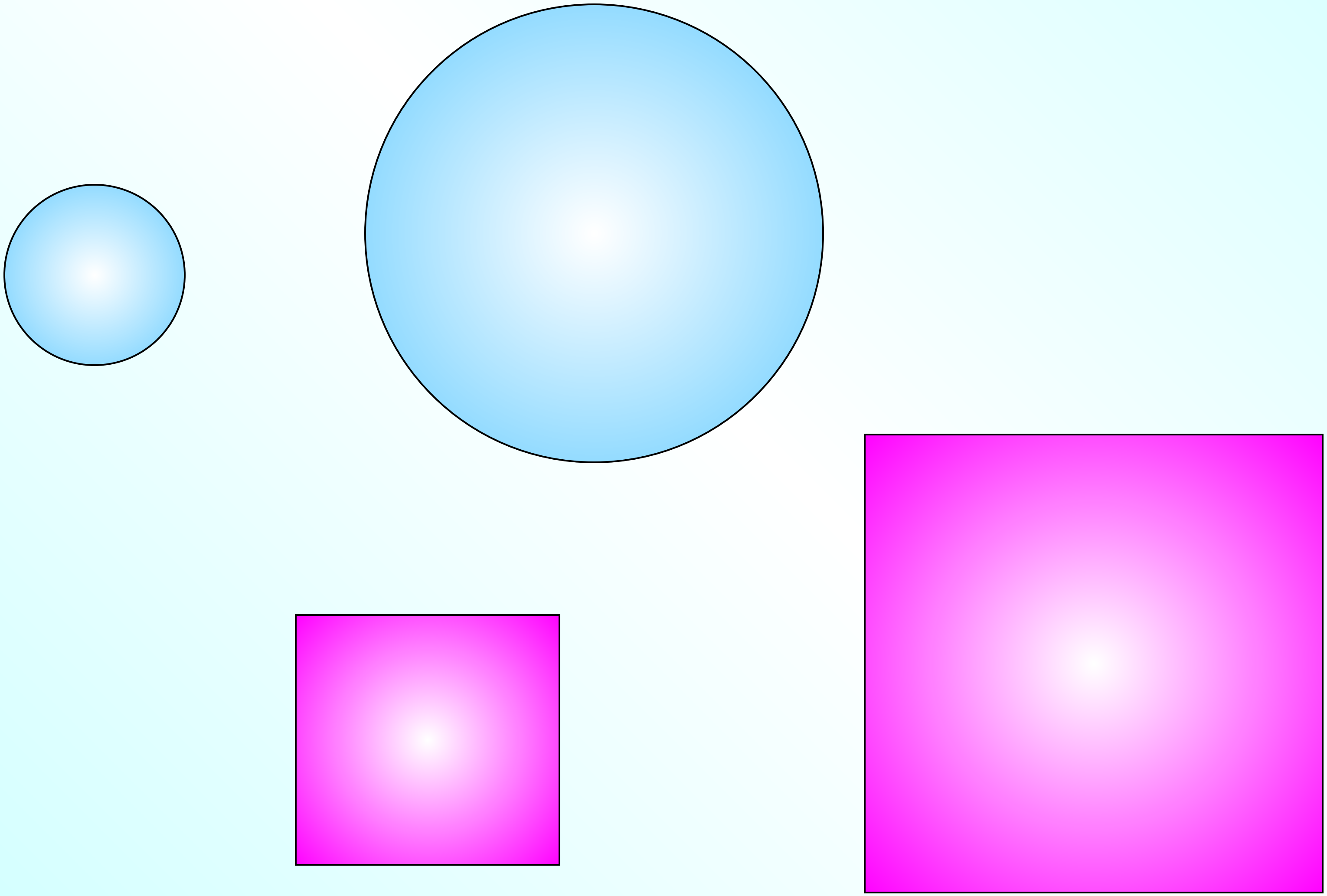
если ___ = ___ = ___

В геометрии фигуры одинаковой формы принято называть подобными.

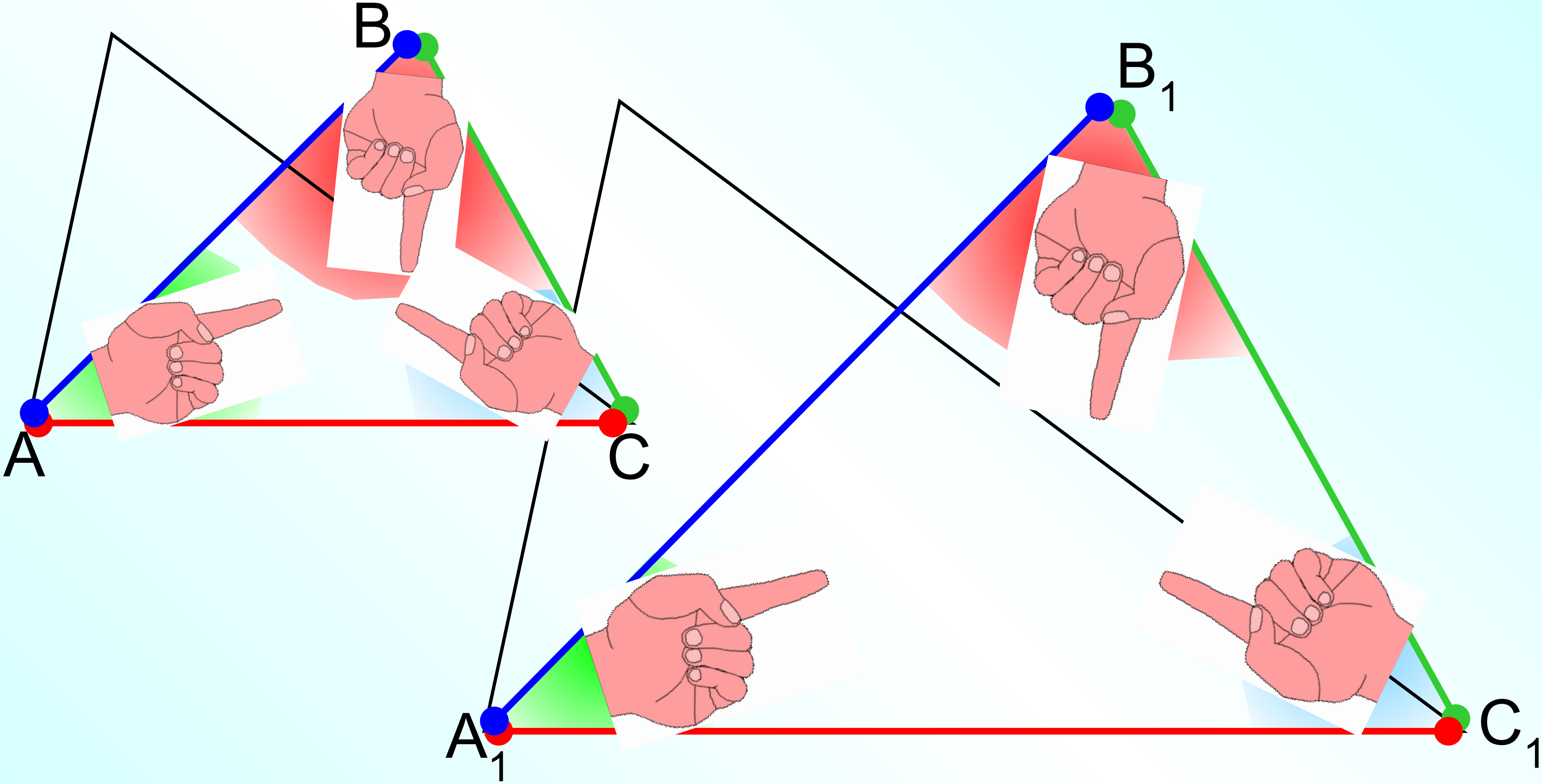




Подобными являются любые два круга, два квадрата.



Пусть у двух треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны $\angle A = \angle A_1, \ \angle B = \angle B_1, \ \angle C = \angle C_1$

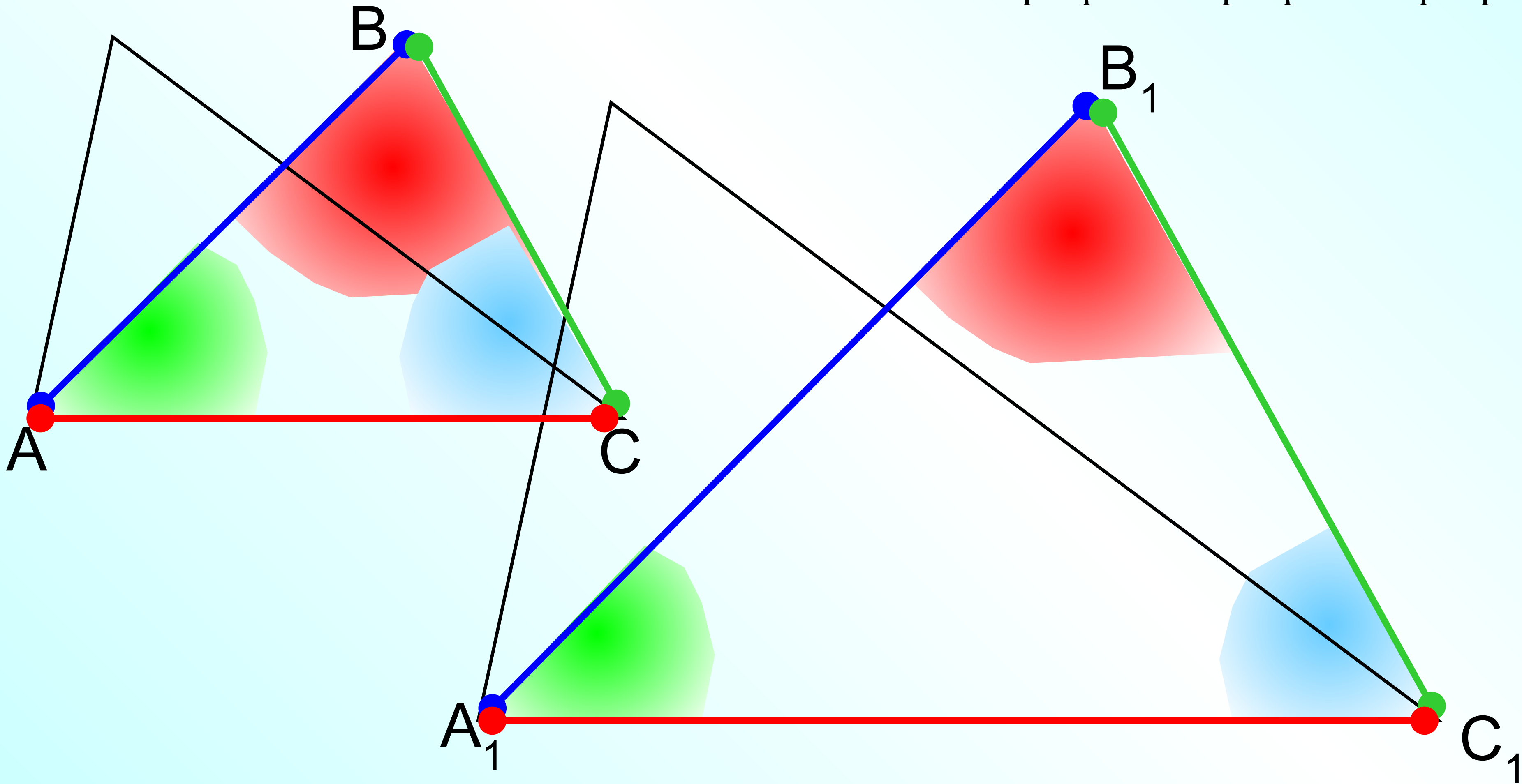


Стороны, лежащие против равных углов, AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, CA и C_1A_1 называются **сходственными.**

Два треугольника называются <u>подобными,</u> если:
1) их <u>углы</u> соответственно <u>равны</u> ;
2) стороны одного треугольника <u>пропорциональны</u> <u>сходственным</u> сторонам другого треугольника.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

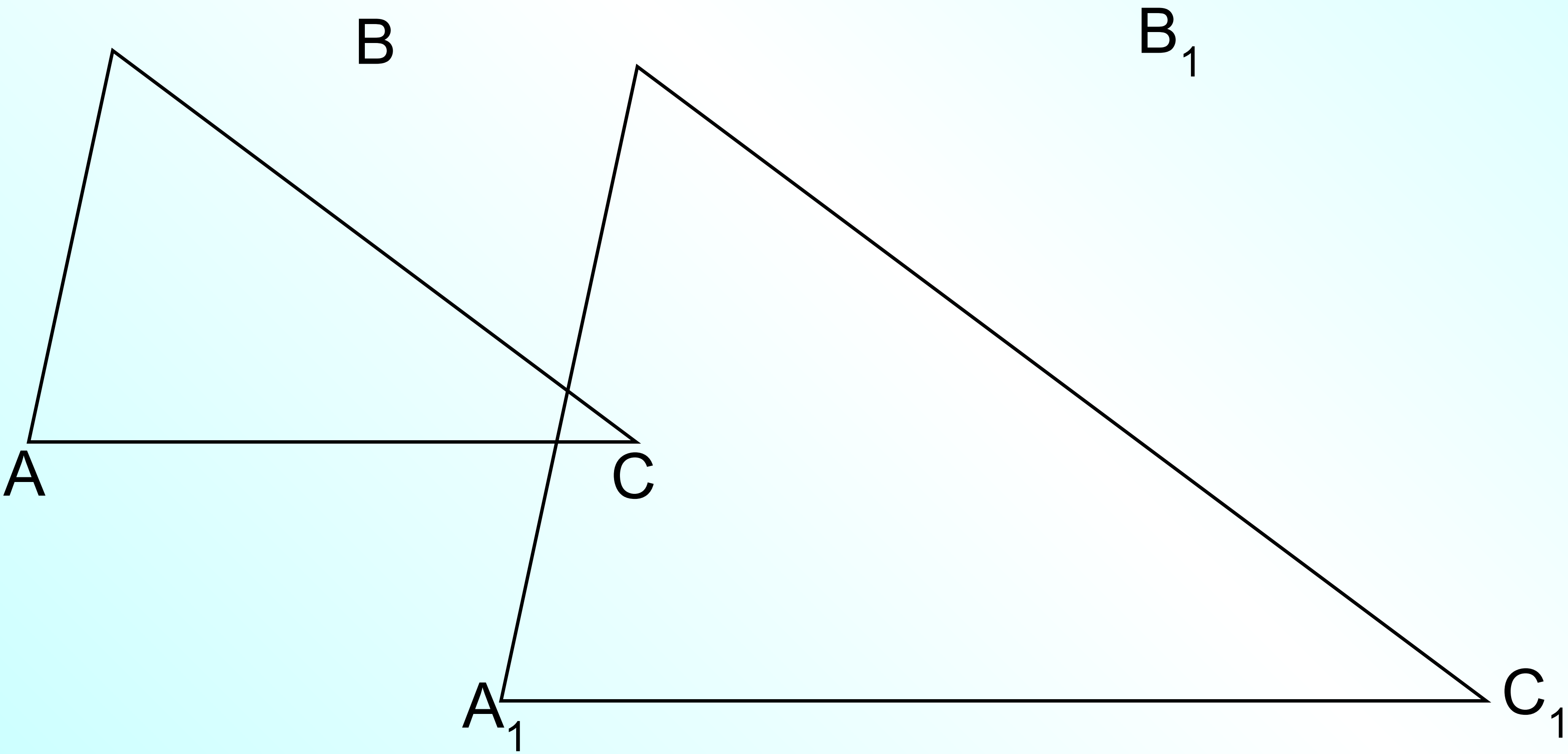
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Число k, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=\mathbf{k}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$



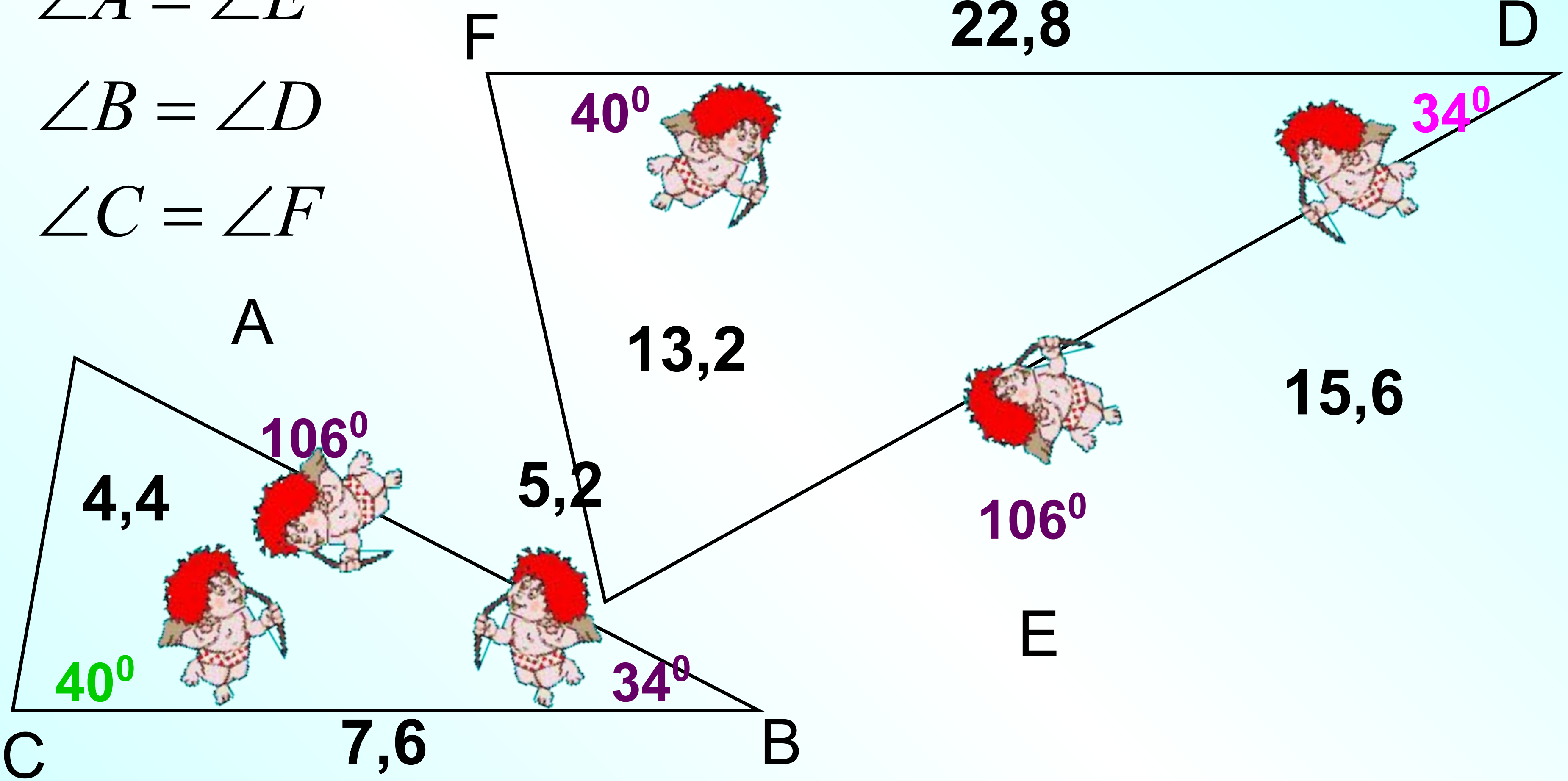
№ 541

Доказать: $\Delta ABC \backsim \Delta EFD$

$\angle A = \angle E$

$\angle B = \angle D$

$\angle C = \angle F$

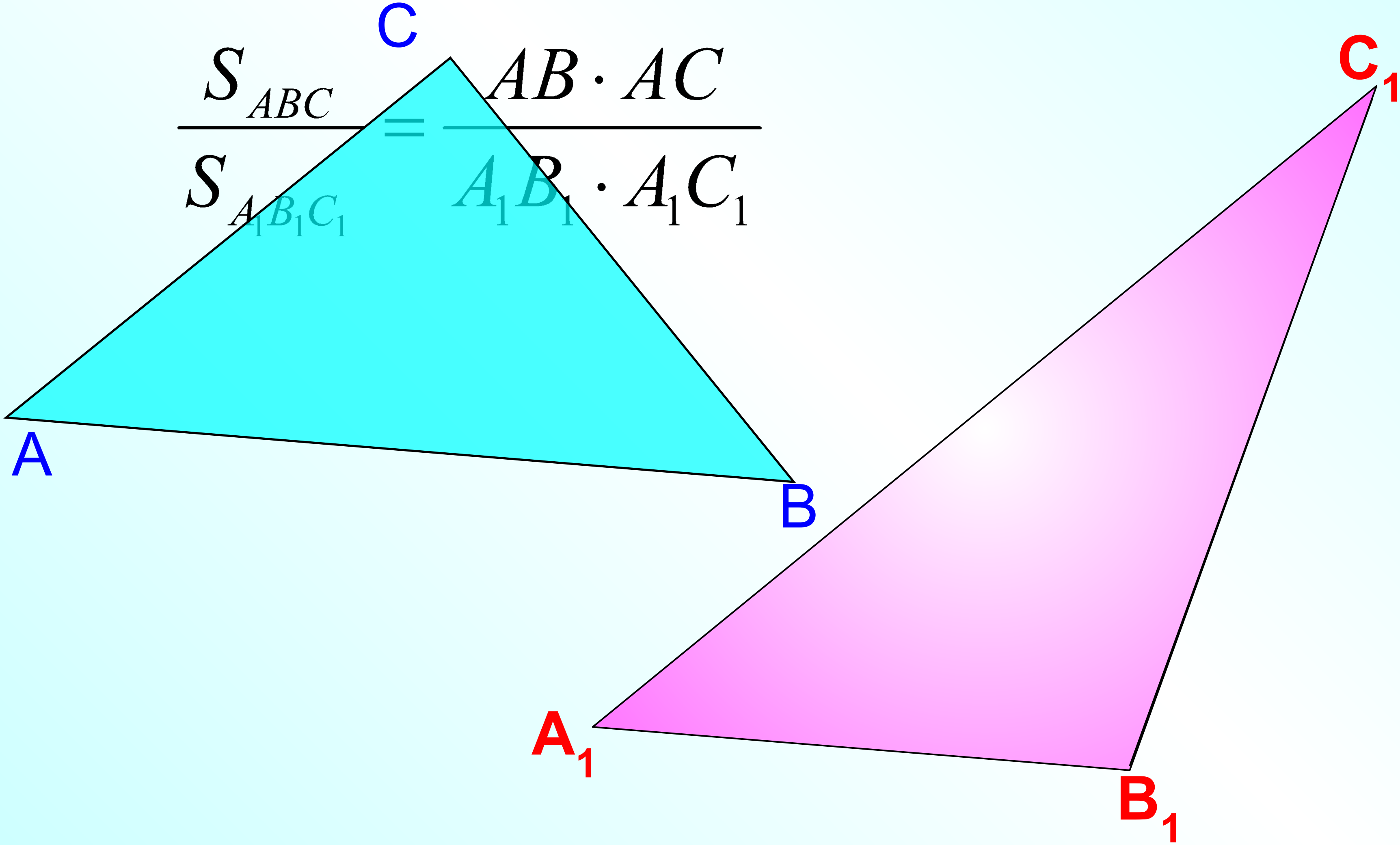


$$\frac{4,4}{13,2} = \frac{5,2}{15,6} = \frac{7,6}{22,8}$$ **Верно**

Повторение.

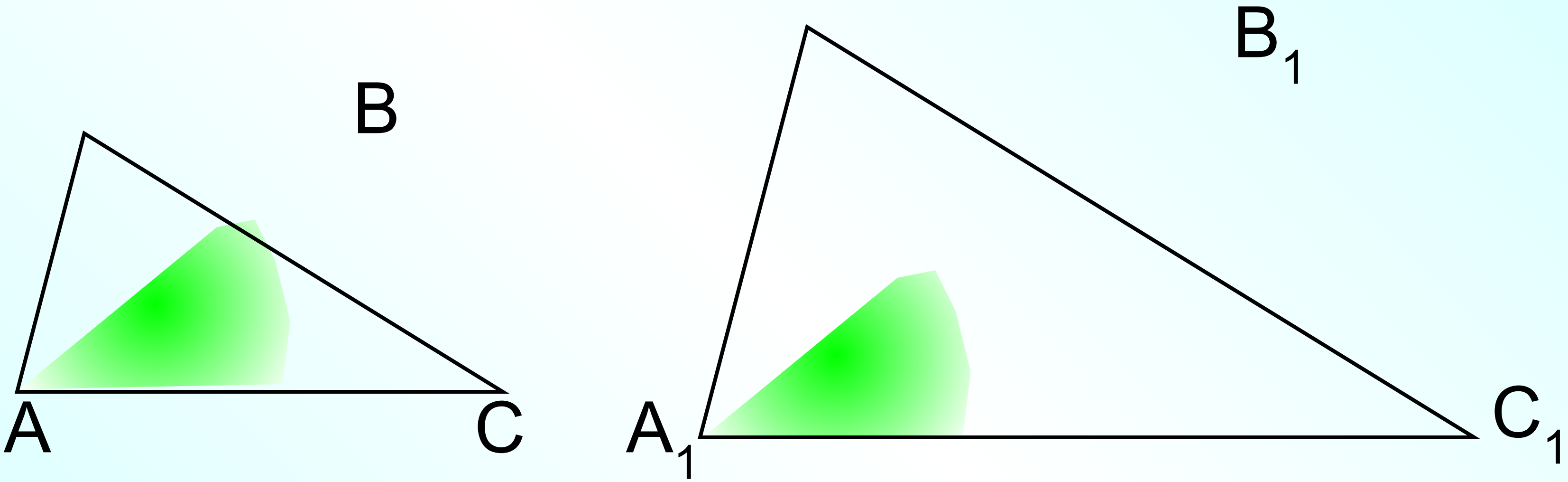
Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$



Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ $\quad k$ – коэффициент подобия



Доказать: $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$

$\angle A = \angle A_1,$ $\quad \dfrac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \dfrac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} = \mathbf{k^2}$

№547.

Отношение периметров двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

k — коэффициент подобия

Доказать: $\dfrac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = k \qquad AB = k \cdot A_1B_1$$

$$+$$

$$\frac{AC}{A_1C_1} = k \qquad AC = k \cdot A_1C_1$$

$$\frac{BC}{B_1C_1} = k \qquad BC = k \cdot B_1C_1$$

$$P_{ABC} = k \cdot A_1B_1 + k \cdot A_1C_1 + k \cdot B_1C_1$$

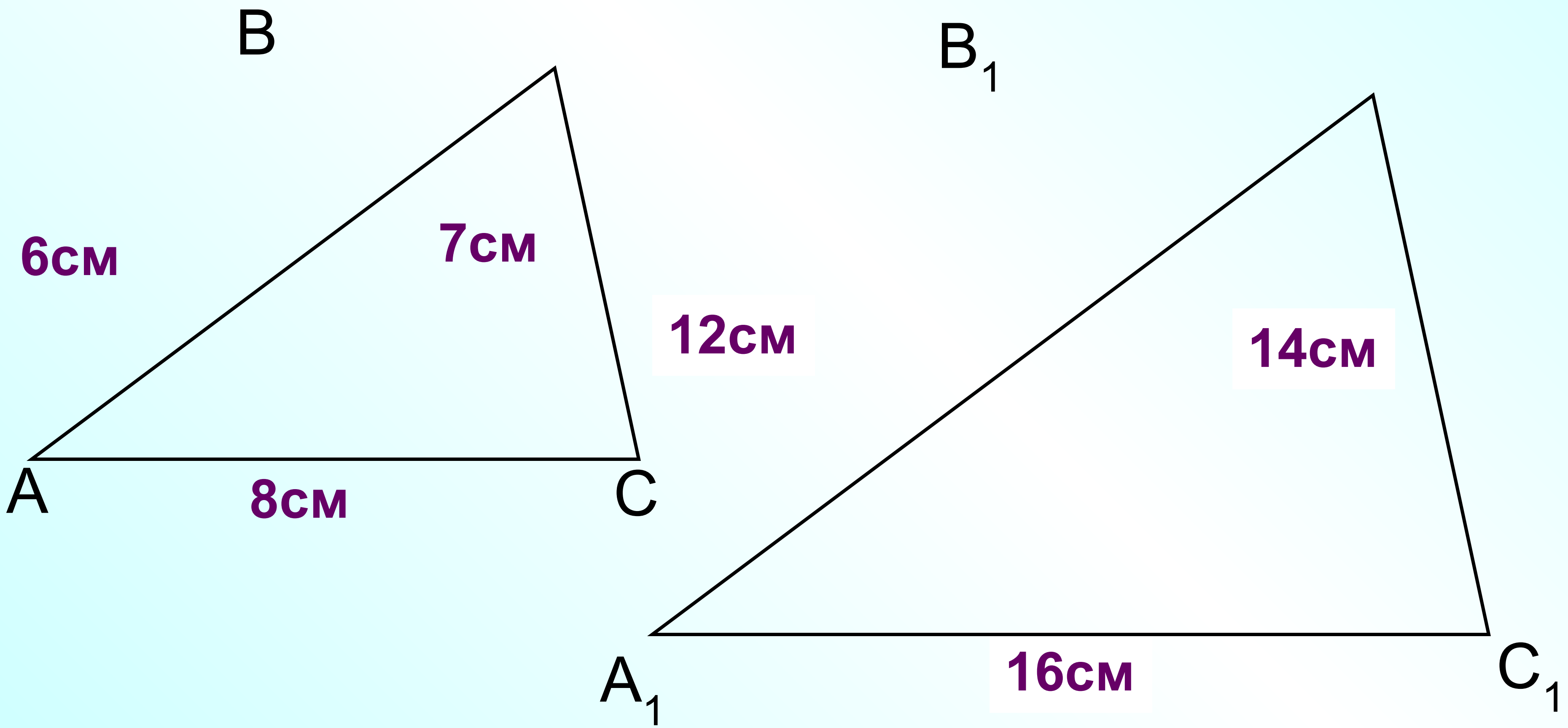
$$P_{ABC} = k \cdot (A_1B_1 + A_1C_1 + B_1C_1)$$

$$P_{ABC} = k \cdot P_{A_1B_1C_1} \quad / : P_{A_1B_1C_1}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$$

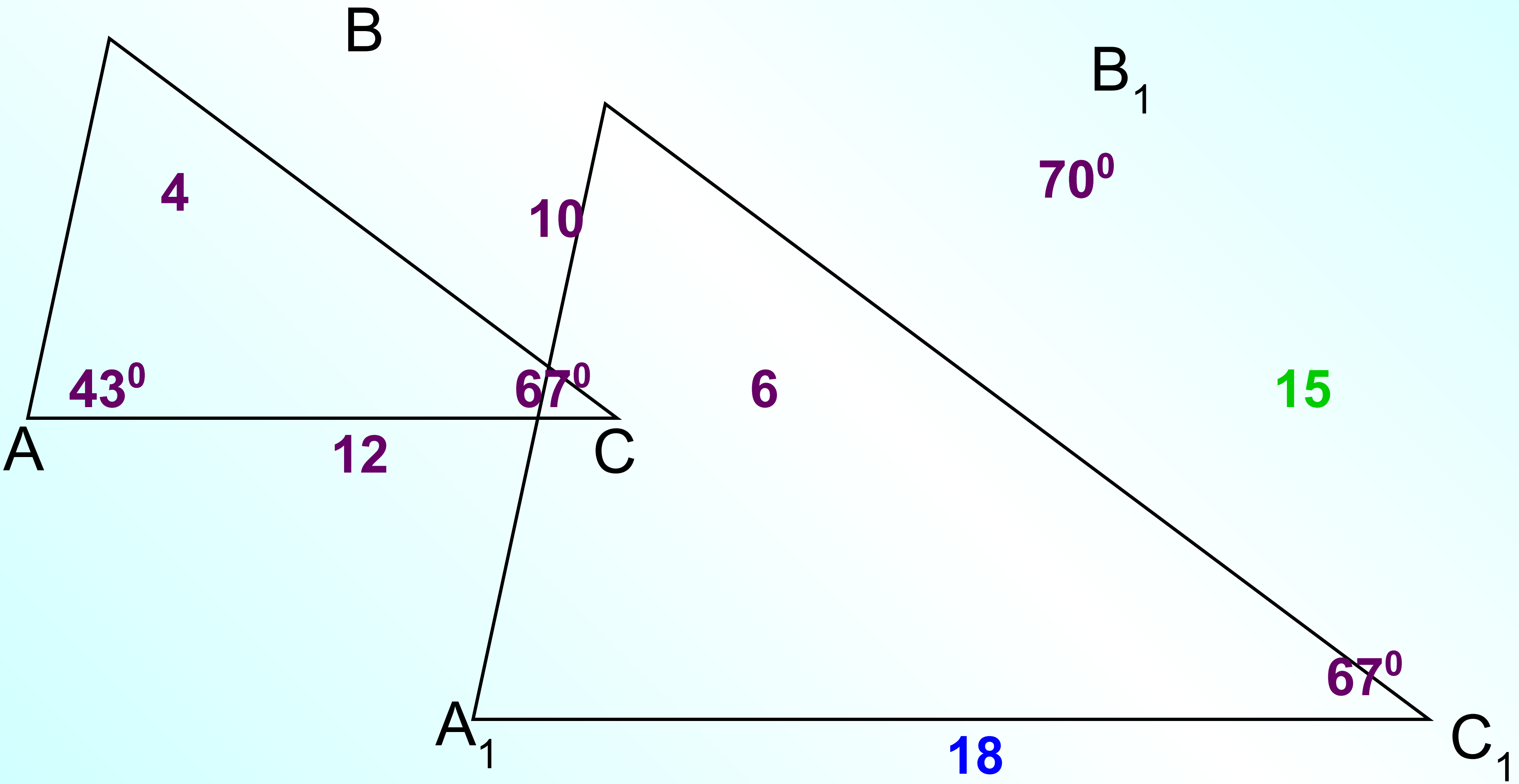
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y, z.

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



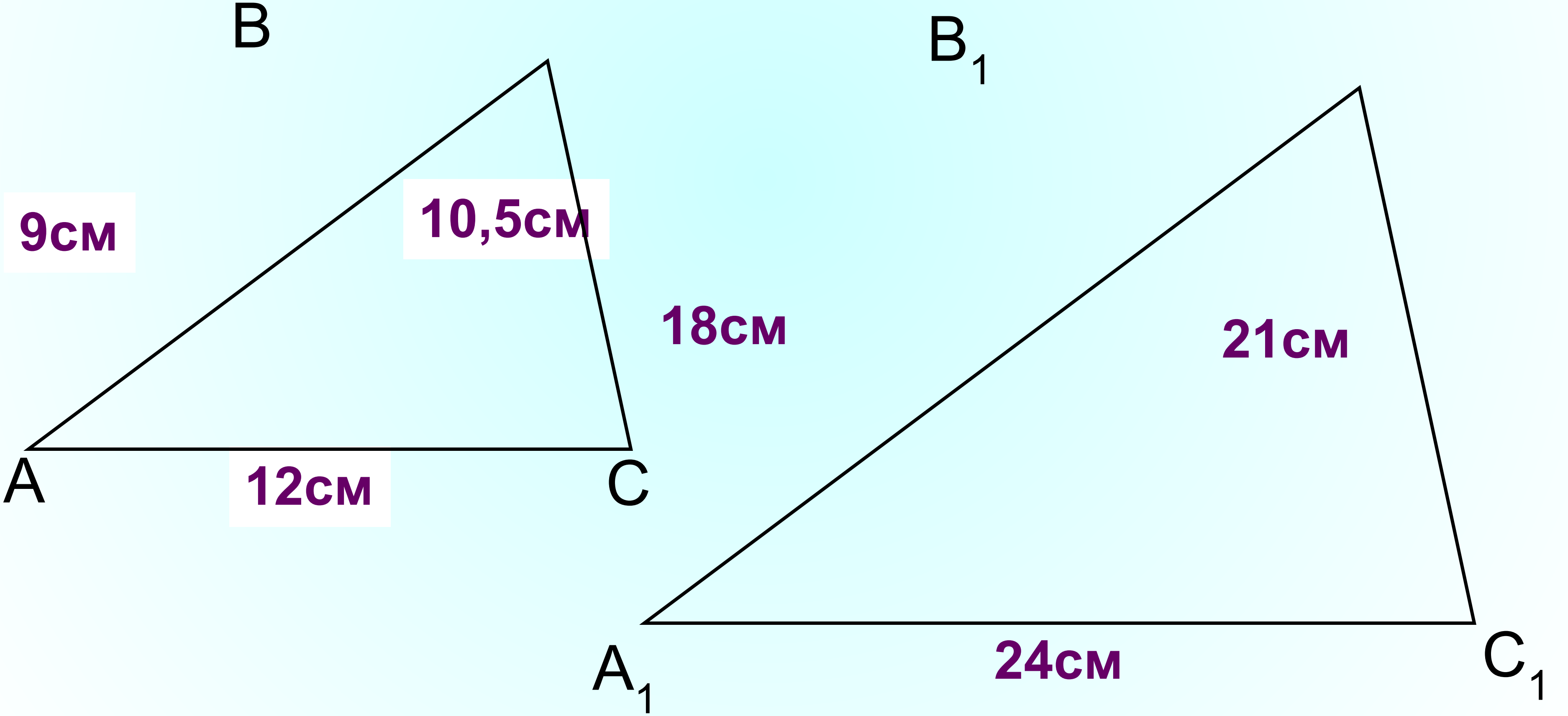
Найти неизвестные стороны и углы подобных треугольников.

Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

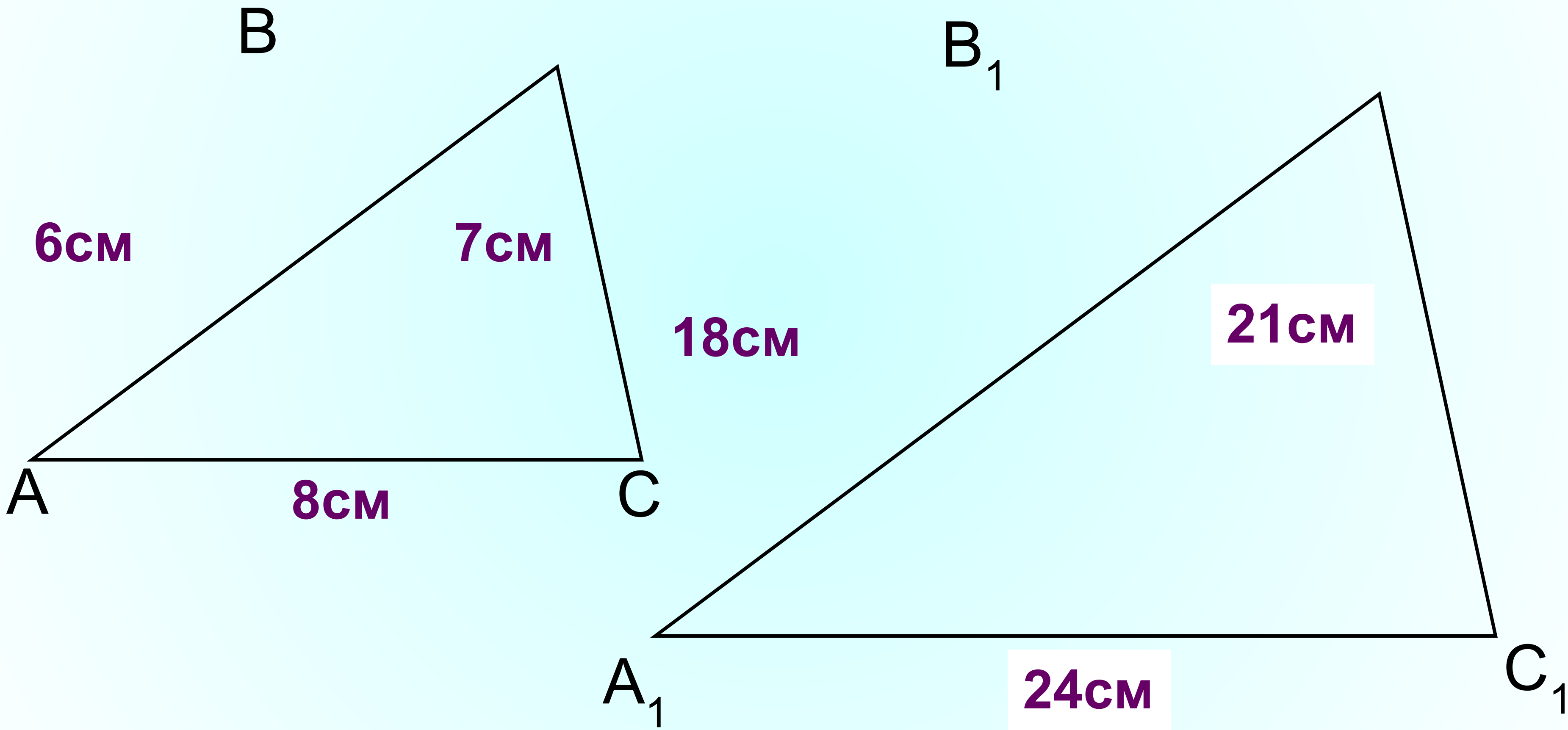


Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y, z.

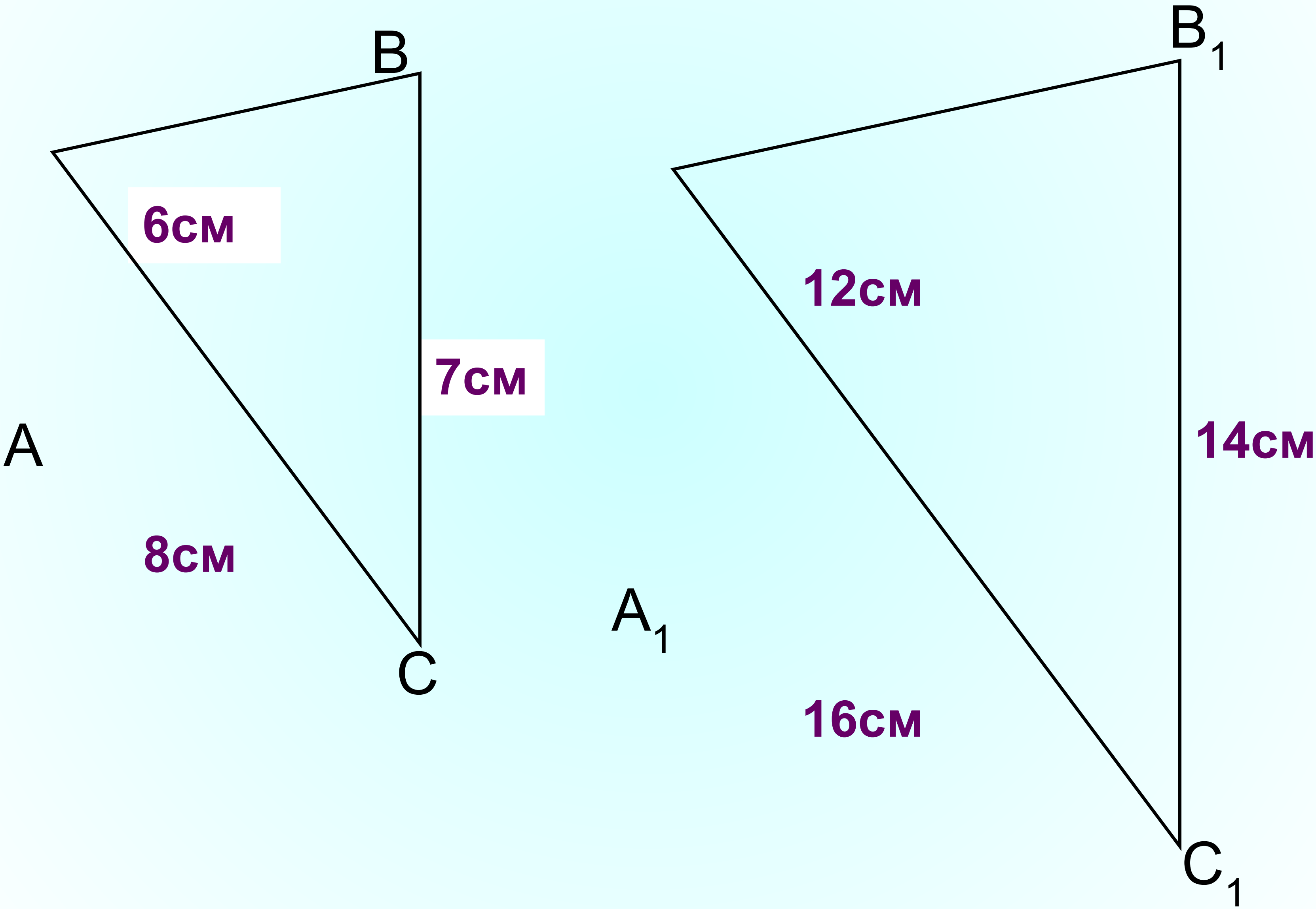
$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



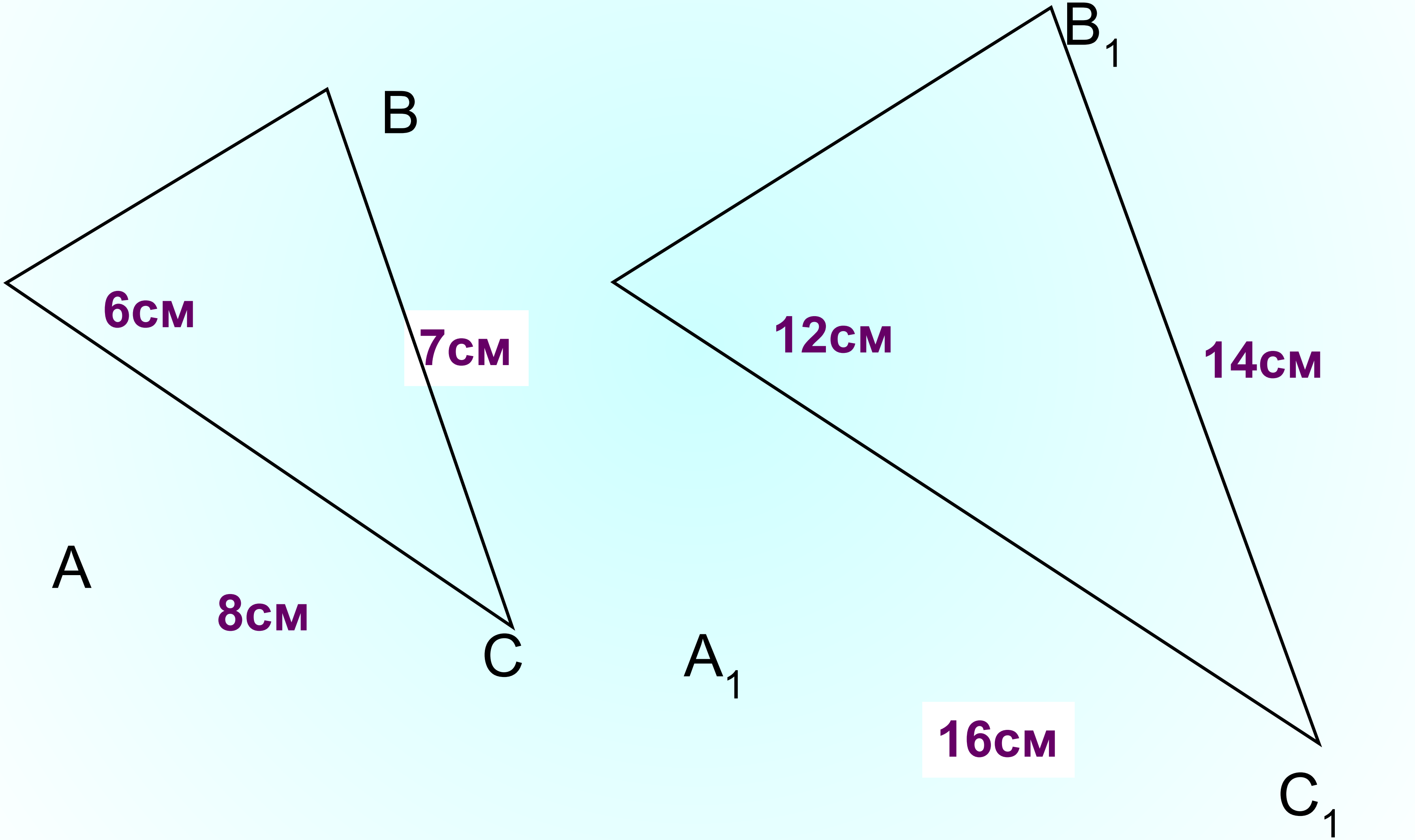
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y.



Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y.

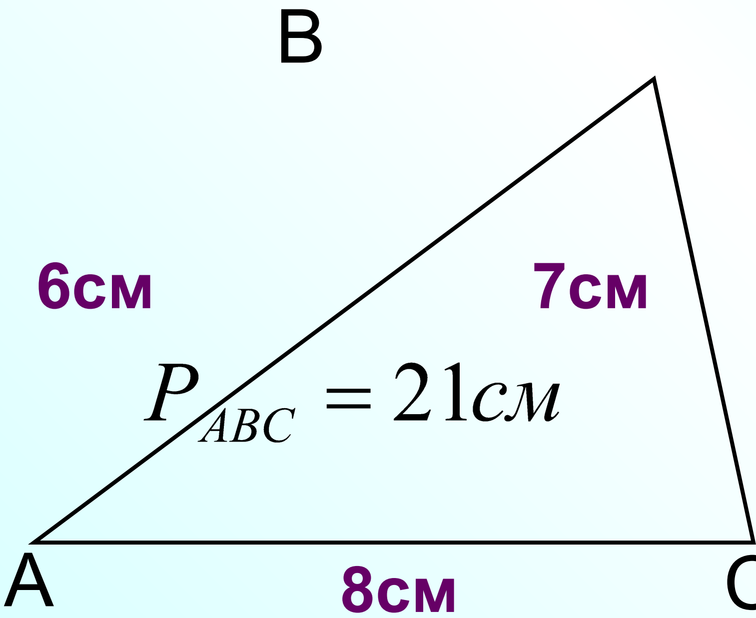


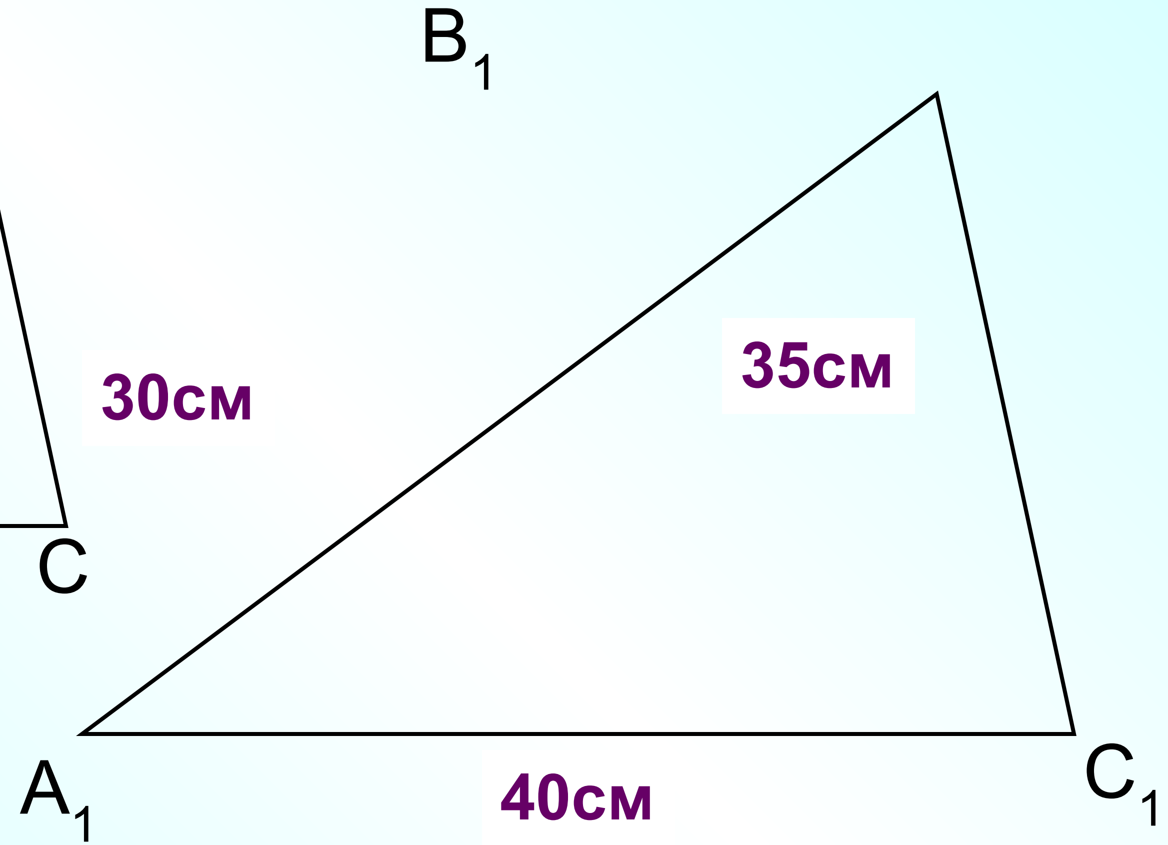
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y.



Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ $\quad P_{A_1B_1C_1} = 105 см$

Найдите: x, y,z.





$$\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 5$$

Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta ORV$

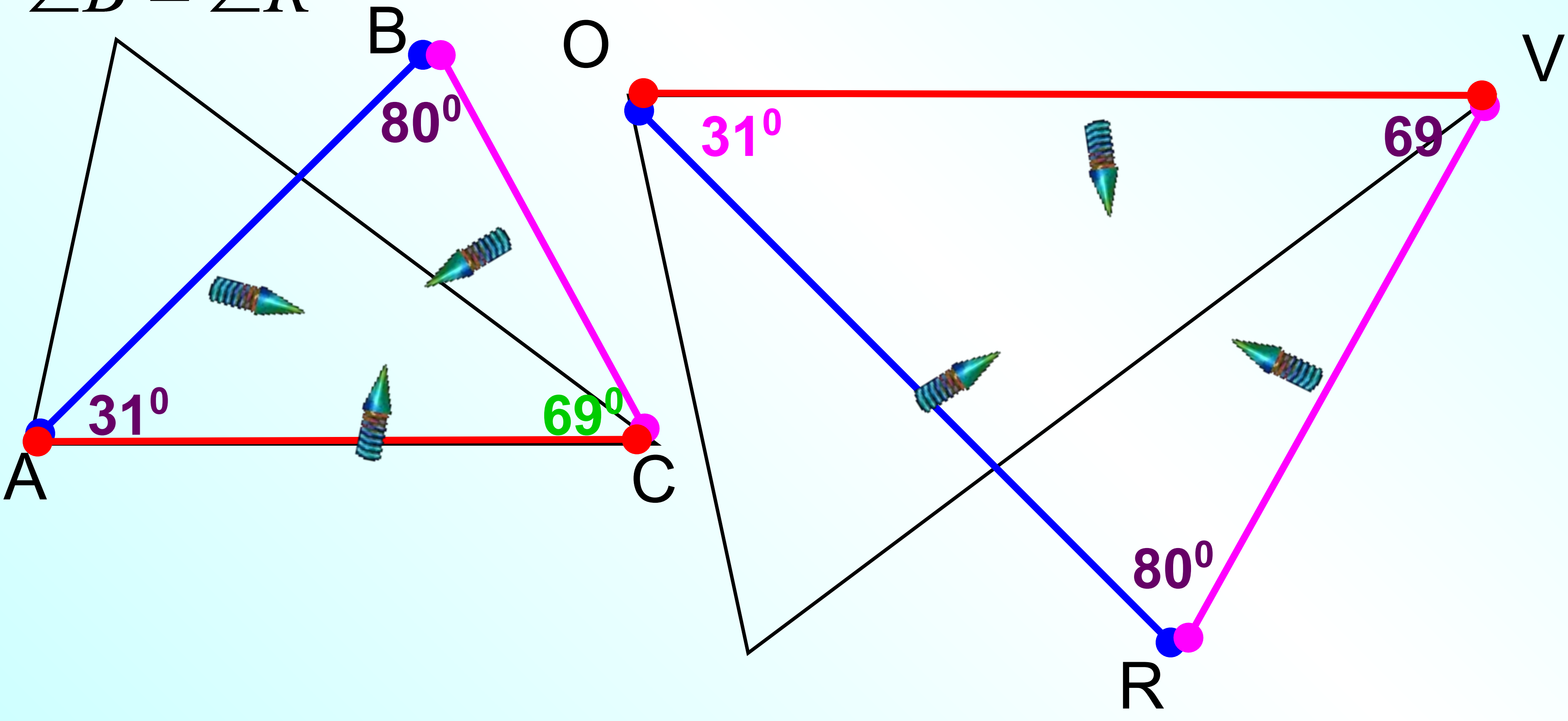
$\angle C = \angle V$

$\angle A = \angle O$

$\angle B = \angle R$

$$\frac{AB}{OR} = \frac{BC}{RV} = \frac{AC}{OV}$$

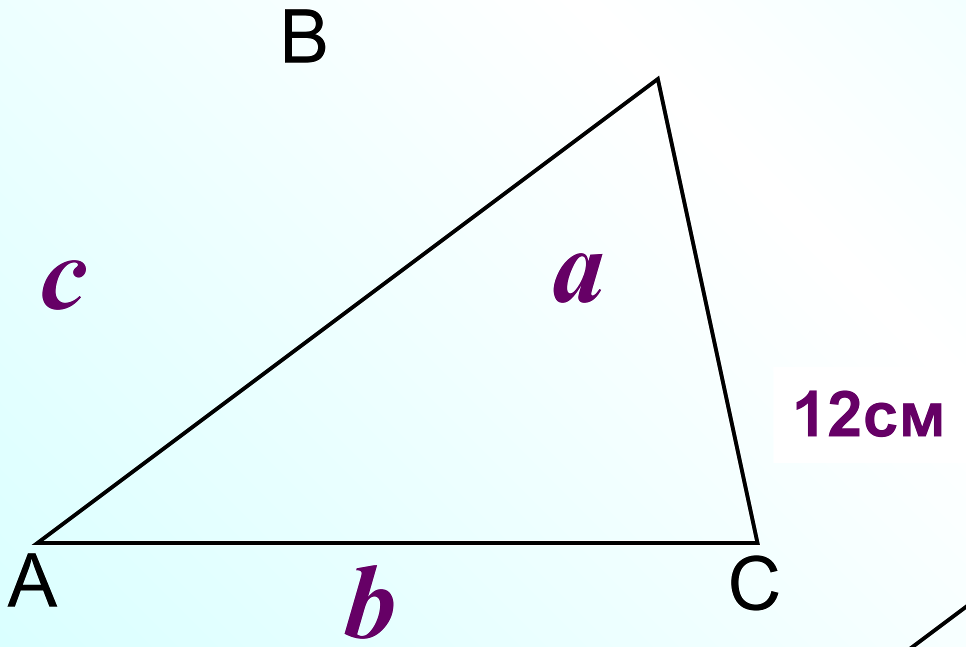
Найти все углы треугольников

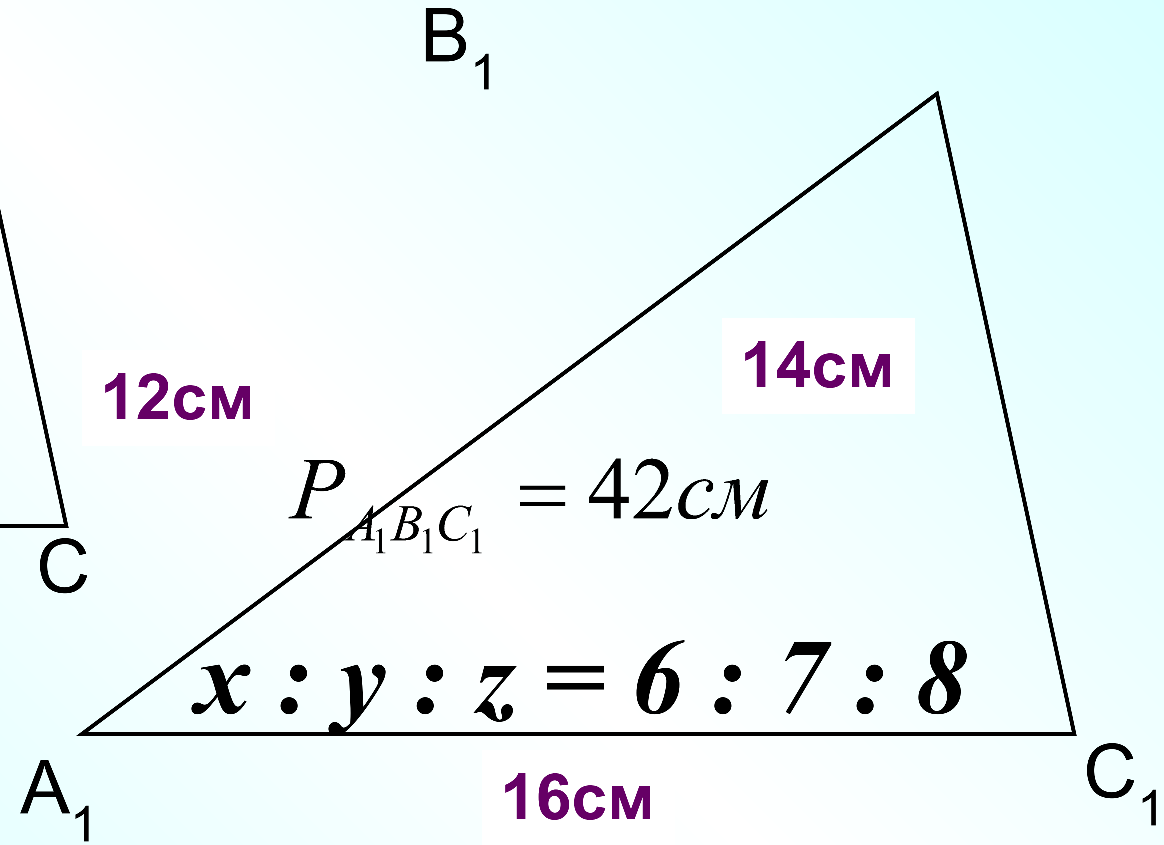


Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

Найдите: x, y,z.

$$c : a : b = 6 : 7 : 8$$

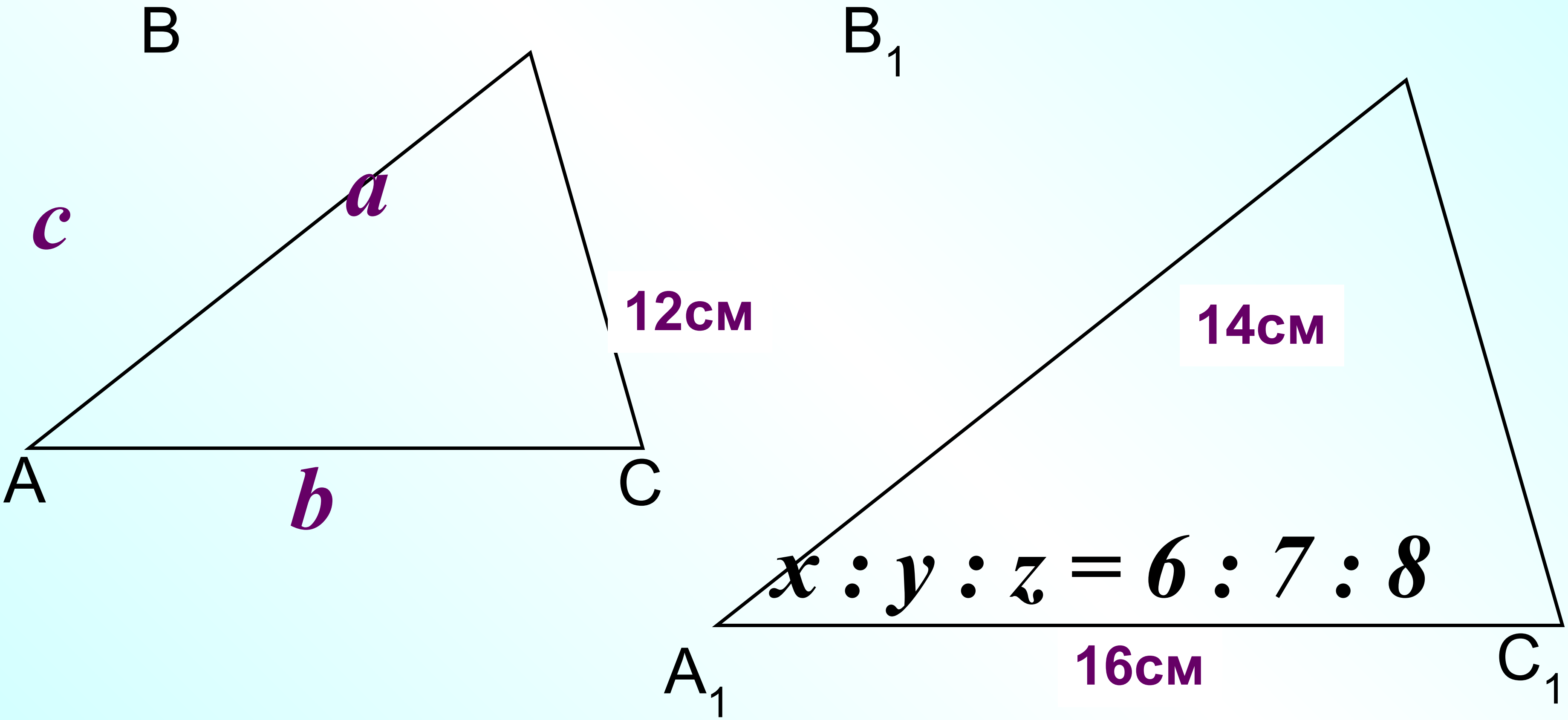




Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

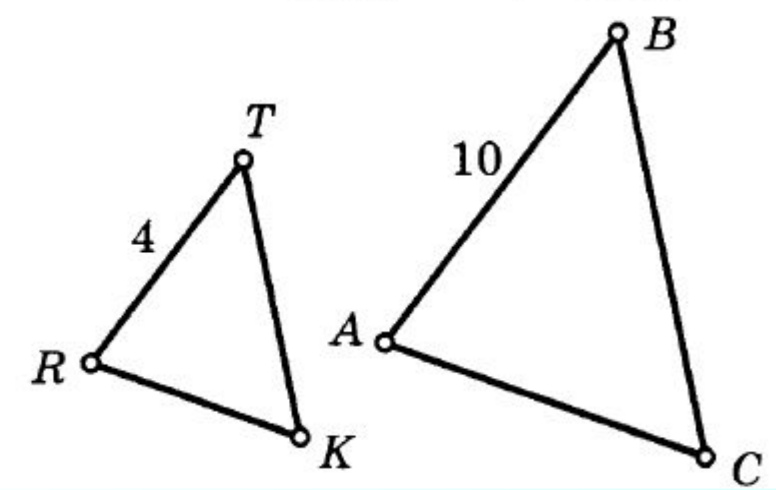
$$c : a : b = 6 : 7 : 8$$

Найдите: x, y.



$\Delta RTK \sim \Delta ABC$

$S_{\Delta RTK} = 16,\ S_{\Delta ABC} = x$



$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2{,}5$$

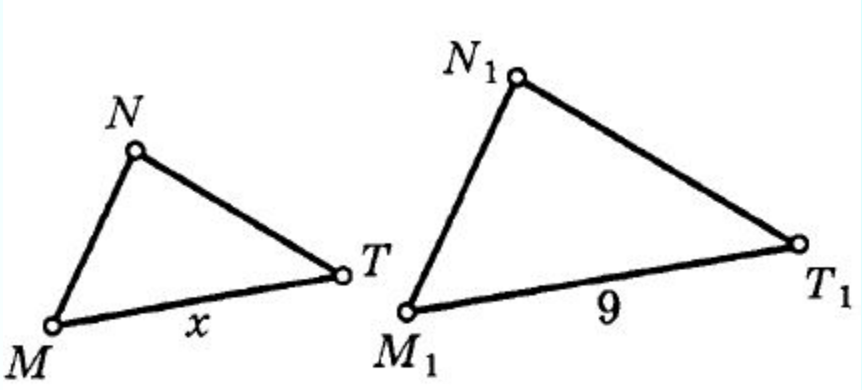
$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2{,}5$$

$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2{,}5$$

$\Delta MNT \sim \Delta M_1N_1T_1$

$S_{\Delta MNT} = 25$

$S_{\Delta M_1N_1T_1} = 225$



$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2,5$$

$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2,5$$

$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2,5 \quad k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2,5$$

$$k = \frac{AB}{RT} = \frac{10}{4} = 2,5$$

Реши задачи

1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

24 см

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

81 см^2

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

8 см^2

4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см^2 и 48 см^2. Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

8 см

Итоги урока.

I. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \begin{matrix} \angle A = \angle A_1 \\ \angle B = \angle B_1 \\ \angle C = \angle C_1 \end{matrix}$ и $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$

II. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$.

III. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$.