

## Глава 4.

# Динамика вращательного движения твердого тела

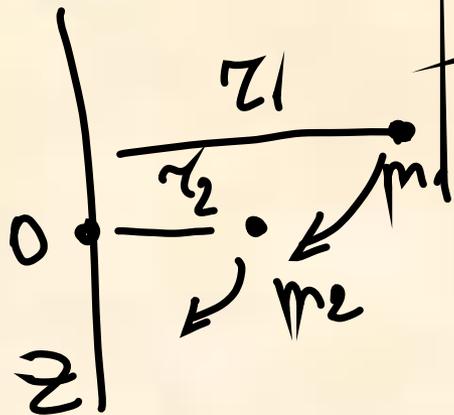
3) Ридеи и т.д. на Т.ч. его Д.О. 7

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ**

- Момент инерции. Теорема Штейнера.
- Момент силы и импульса
- Основное уравнение динамики вращательного движения
- Закон сохранения момента импульса

## Момент инерции материальной точки

# Момент инерции системы материальных точек (физического тела)

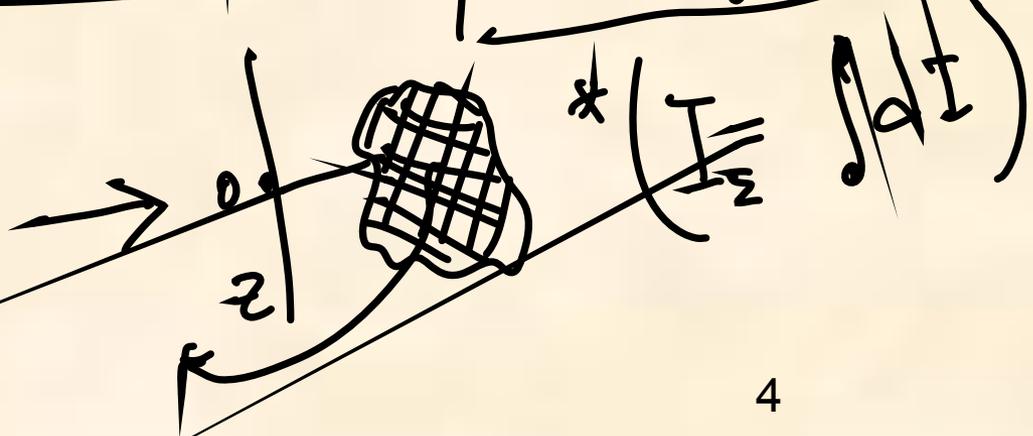
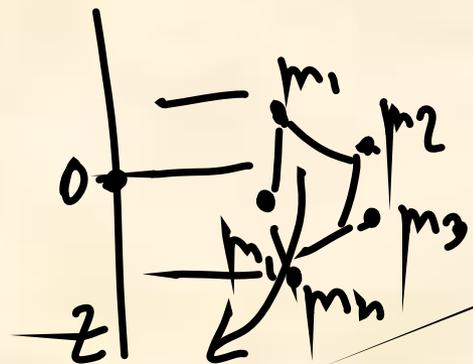


Эмпири. факт:

- инерционность  $\sim m$ ;  $\sim r^2$
- инерционность - аддитивная величина

Def  $I_{\text{мат.т.}} = mR^2$

Аддитивность:  $I_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N I_i$



## Момент инерции тел «стандартной формы»

1. Мат. Точка



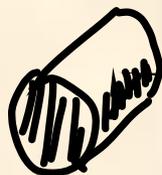
2. Кольцо



3. Тонкостенный цилиндр  
(полый, пустотелый)



4. Цилиндр сплошной  
(диск, маховик, платформа)



5. Шар

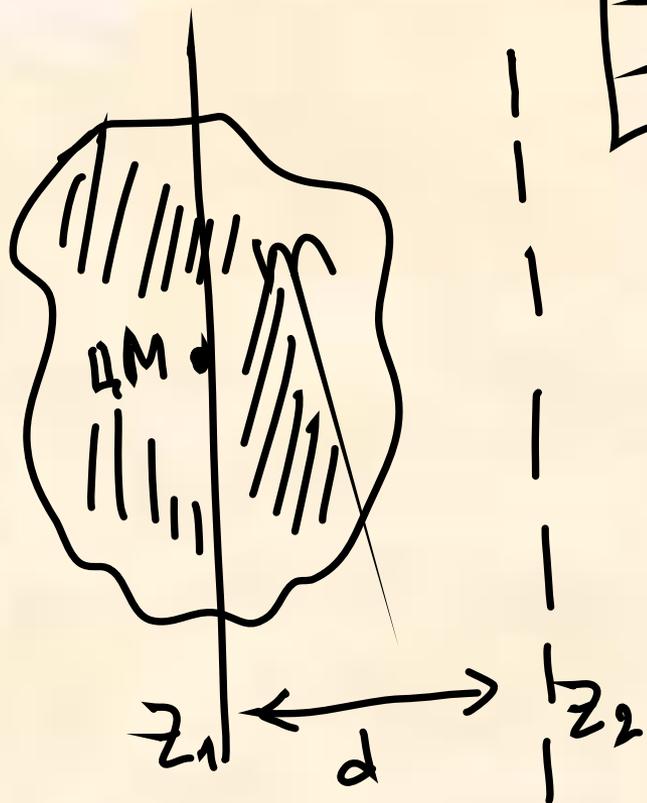


$$I = mR^2$$

$$I = \frac{mR^2}{2}$$

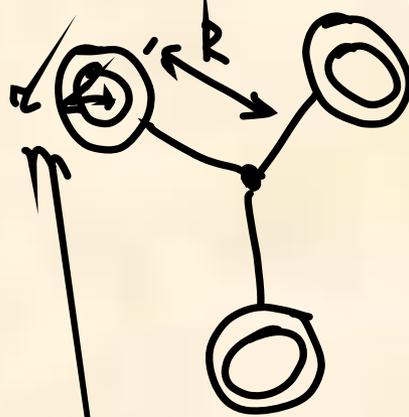
$$I = \frac{2}{5}mR^2$$

# Теорема Штейнера



$$I_2 = I_1 + m d^2$$

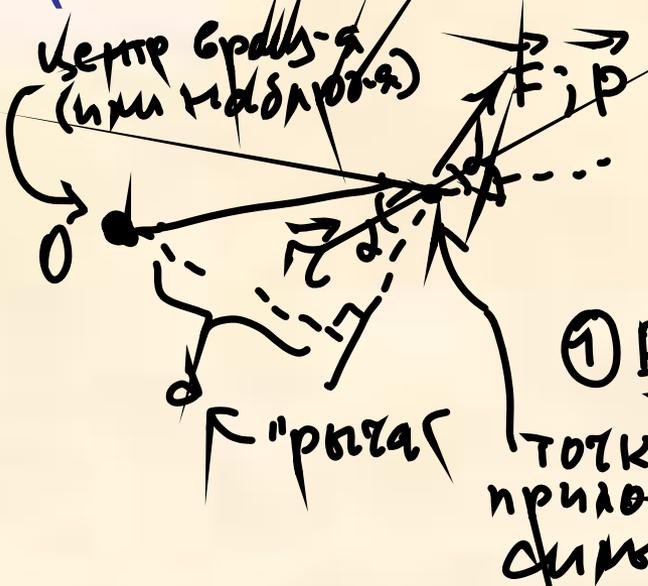
Пример: "Ступица"



$$I_1 = m r^2 + m R^2$$

$$I_2 = 3 \cdot I_1$$

# Момент силы, момент импульса (относительно точки, центра вращения)



Def: (M/Сарты:  $\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}]$   
 $\vec{L} = [\vec{r}; \vec{p}]$  \* ( $\vec{p} = m\vec{v}$ )

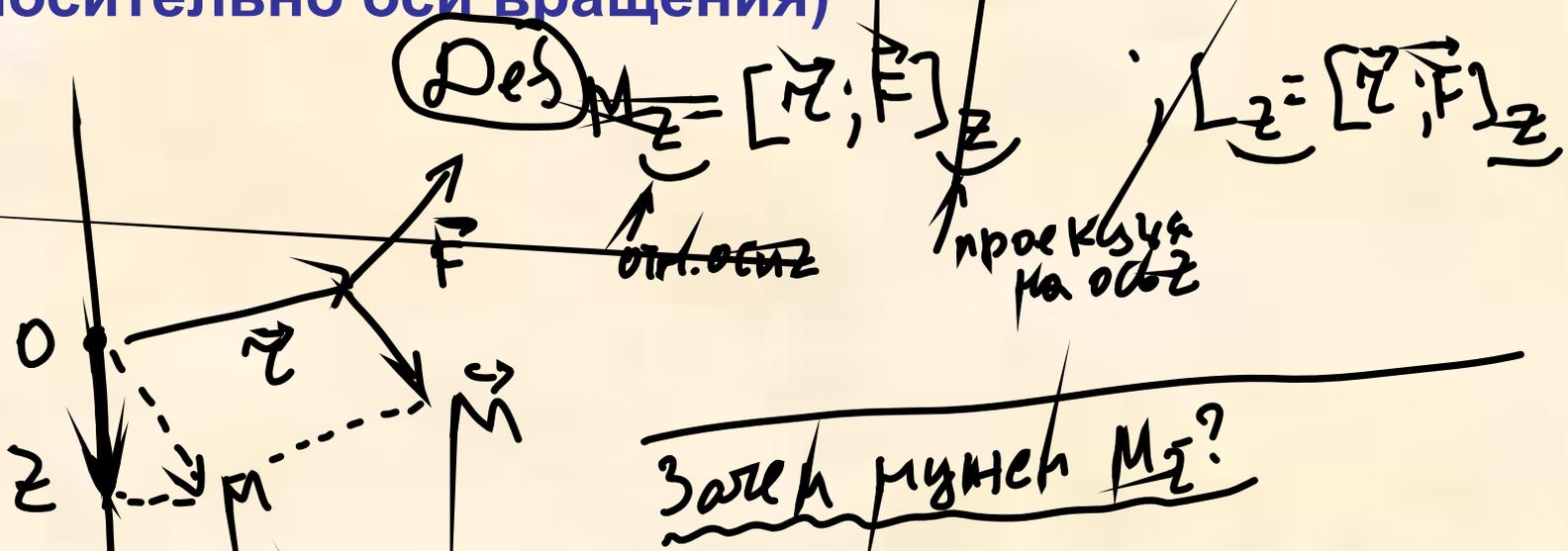
① Величина:  $M = r \cdot F \sin \alpha$   
 \* ( $r \sin \alpha = d = r \sin \alpha$ )  
 $M = F \cdot d$

② Напр-е: ("буравчик" или "пр.зка бер")

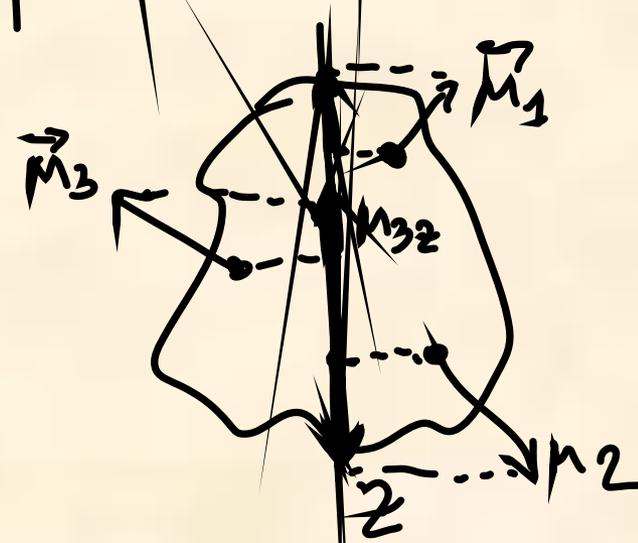
③ Геом. смысл - плоск-ть парал-ма



# Момент силы, момент импульса (относительно оси вращения)



Закон суммирования  $M_z$ ?



$$M_z = M_{1z} + M_{2z} + M_{3z}$$

Для решения 3-7, когда много  $M_i$ .

# Основное уравнение динамики вращательного движения

аналогии

$x$	$\rightarrow$	$\varphi$
$v$	$\rightarrow$	$\omega$
$a$	$\rightarrow$	$\epsilon$
$F$	$\rightarrow$	$M$
$p$	$\rightarrow$	$L$
$E_{кин}$	$\rightarrow$	$E_{кин}$

$$m\vec{a} = \vec{F} \rightarrow I\epsilon = M$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \rightarrow \vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

$$W_{кин} = \frac{mv^2}{2} \rightarrow W_{кин}^{вращ} = \frac{I\omega^2}{2}$$

"Мнеконическое правило"  
(здесь работает)

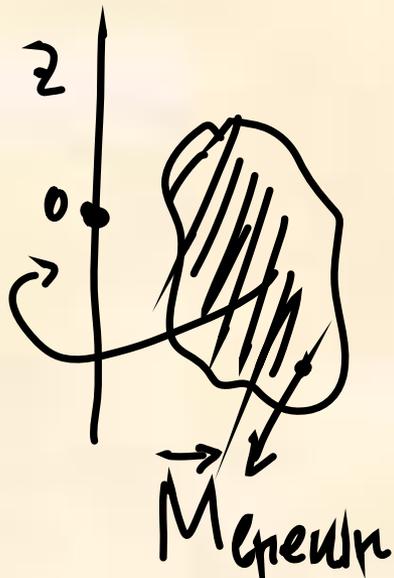
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_z$$

или

$$I \cdot \epsilon = M_z$$

осн ур-е динамики вр. дв.

# Закон сохранения момента импульса



$$\frac{dL}{dt} = \vec{M}_{\Sigma} \quad ; \quad (\text{обобщен случай})$$

$$\text{Если } M_{внешн} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\vec{L} = \text{const}$$

\*) В замкнутой (изолированной) системе  
при отсутствии внешних воздействий

\*) Сохраняется только величина, но и направление!

