# Л Е К Ц І Я

**на тему:**

# “ОСНОВНІ ЗАКОНИ ЛОГІКИ ВИСЛОВЛЮВАНЬ”

## П Л А Н.

1. Тотожна істинність формул.
2. Еквівалентні перетворювання. Мінімізація.

## **Л І Т Е Р А Т У Р А**


1. **Конверський А.Є. Логіка. – К.,2004. – с.321-327.**
2. **Мельников В. Н. Логические задачи. – К., 1989. – с. 154 – 177.**
3. **Тофтул М.Г. Логіка. – К., 2003. – с. 117 – 127.**
4. **Формальная логика. – Л., 1977. – с. 219 – 240.**

## 1. Тотожна істинність формул.

**Вся множина формул логіки висловлювань з огляду на значення їх істинності поділяється на *<u>три</u>* класи:**

**тотожно істинні (завжди істинні, або тавтології);**

**тотожно хибні (завжди хибні, або суперечності);**

**нейтральні формули.**

**Формула називається *<u>тотожно істинною</u>*, якщо вона має значення істинності в цілому лише істина, не залежно від значень істинності її складових змінних. До них відносяться всі еквівалентності (закони логіки) – завжди істинні подвійні імплікації; відношення логічного слідування – завжди істинна імплікація. Більш простий приклад : формула А $\vee$ ~ А – завжди істинна.**

**Формула називається тотожно хибною, якщо вона має значення “хиба” при всіх наборах значень істинності її складових змінних. Так, формула A $\vee$ ~ A - є завжди хибною.**

**Ясно, що заперечення *формули-суперечності* є *формулою-тавтологією* і навпаки.**

**Формула називається *нейтральною*, якщо вона при одних наборах значень її складових має значення “істина”, а при інших – “хиба”.**

**В логіці висловлювань особливе місце займають Т. І. Ф., які виражають *закони логіки*. Можна сказати: *закон логіки – це тавтологія.***

До найбільш суттєвих законів логіки висловлювань належать такі:

1. 1. Закон тотожності: $A \equiv A$ (А еквівалентно А).

2. 2. Закон суперечності: $\sim (A \wedge \sim A)$ (невірно, що А і не А).

3. 3. Закон виключеного третього: $A \vee \sim A$ (А або не А).

4. Комутативний закон:

$A \wedge B \equiv B \wedge A$ (А і В те ж саме, що В і А).

$A \vee B \equiv B \vee A$ (А або В те ж саме, що В або А).

5. Асоціативний закон:

$(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$

(А і В) і С є те ж саме, що А і (В і С).

$(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

6. Дистрибутивний закон:

$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

A і (B або C) є те ж саме, що A і B або A і C.

$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

7. Закон ідемпотентності:

$A \wedge A \equiv A$ (A і A є тим же самим, що A)

$A \vee A \equiv A$

8. Закон поглинання:

$A \wedge (A \vee B) \equiv A$ (A і (A або B), є тим же самим, що A).

$A \wedge (A \vee B) \equiv A$

**9. – 12.** Закони усунення констант:

9. $A \wedge 1 \equiv A$ (А і тавтологія є А)

10. $A \vee 1 \equiv 1$ (А або тавтологія є тавтологією)

11. $A \wedge 0 \equiv 0$ (А і суперечність є суперечністю)

12. $A \vee 0 \equiv A$ (А або суперечність є А)

13. Закон подвійного заперечення:

$\sim\sim A \equiv A$ (не не-А є А)

14. Перший закон де Моргана:

$\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$ (заперечення кон'юнкції є диз'юнкцією заперечень атомів)

15. Другий закон де Моргана:

$\sim (A \lor B) \equiv \sim A \land \sim B$ (заперечення диз’юнкції є кон’юнкцією заперечень атомів).

**16. – 21. Вираження складних сполучників через прості.**

16. $A \land B \equiv \sim (\sim A \lor \sim B)$ (А і В дорівнює не – (не-А або не-В))

17. $A \lor B \equiv \sim (\sim A \land \sim B)$ (А або В дорівнює не-(не-А і не-В))

18. Закон усунення імплікації:

$A \rightarrow B \equiv \sim A \lor B.$

19. Закон усунення подвійної імплікації:

$$A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \wedge (B \to A).$$

20. Скориставшись законом 18 дістанемо:

$$A \leftrightarrow B \equiv (\sim A \vee B) \wedge (\sim B \vee A)$$

21. Усунення сильної диз'юнкції закон:

$$A \vee \vee B \equiv (A \vee B) \wedge (\sim A \vee \sim B)$$

22. Закон простої контрапозиції:

$$A \to B \equiv \sim B \to \sim A.$$

23. Закон складної контрапозиції:

$$(A \wedge B) \to C \equiv (A \wedge \sim C) \to \sim B$$

$$(A \wedge B) \to C \equiv (B \wedge \sim C) \to \sim A$$

24. Закон силогізму:

$$((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C)$$

25. Закон виключення (склеювання):

$$AB \vee \sim AB \equiv B$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \sim B) \equiv A$$

26. Закон виявлення:

$$AC \vee B \sim C \equiv AC \vee B \sim C \vee AB$$

$$(A \vee C)(B \vee \sim C) \equiv (A \vee C)(B \vee \sim C)(A \vee B)$$

## 2. **Еквівалентні перетворювання. Мінімізація.**

***Еквівалентним перетворюванням*** **даної формули називають заміну її іншою формулою, яка еквівалентна їй. Еквівалентні перетворювання слугують засобом *спрощення* (мінімізації) формул. Застосовуючи такі перетворювання можна замінити одну формулу іншою, еквівалентною їй з *більш простою* структурою.**

***Більш простою*** **структурою порівняно з даною формулою називають формулу, яка *не містить* в собі знаків $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ та $\vee\vee$, заперечень молекул і подвійних заперечень і *складається* з *меншого числа* атомів, знаків операцій та пар дужок.**

***Способом***, **що призводить до спрощення формул, є *введення нових* атомів в формулу, користуючись т законом (12). Так, можна ввести атом C в формулу A ⋁ B, бо відомо, що F ⋁ 0 ≡ F.**

**СПРОЩЕННЯ СИСТЕМИ ВИСЛОВЛЮВАНЬ.**

**Для спрощення системи висловлювань, *кожне з яких є істинним*, необхідно:**

- **Записати кожне висловлювання в такій еквівалентній формі, в якій виключені знаки →, ↔ та ⋁⋁, а знаки заперечення стосуються лише атомів.**
- **Записати всю систему висловлювань у вигляді їх кон'юнкції.**
- **Застосувавши еквівалентні перетворювання, спростити цю кон'юнкцію.**

**Для спрощення системи висловлювань, *принаймні одне з яких є істинним*, необхідно:**

- ✔ **Записати кожне висловлювання в такій еквівалентній формі, яка б виключала складні сполучники, а знаки заперечення стосувались би лише атомів.**
- ✔ **Записати всю систему висловлювань у вигляді їх диз'юнкції.**
- ✔ **Застосувавши еквівалентні перетворювання, спростити цю диз'юнкцію.**

# ВИСНОВОК

Закони логіки висловлювань є важливим засобом (1) перетворення складних формул у прості, (2) скорочення (мінімізації) формул, що в свою чергу вказує на важливу засаду будь-якого правильного мислення – зв’язок між формою (структурою) думки та її змістом.