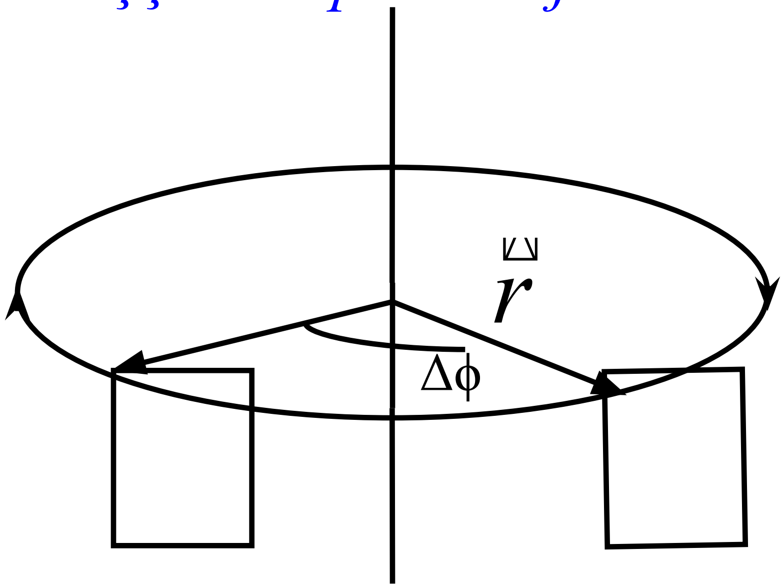
# Rotācijas kustības kinemātika.

Materiāla punkta kustību pa riņķveida trajektoriju raksturo *rādiusvektora* $\vec{r}$ *pagrieziena leņķis*, *leņķiskais ātrums un leņķiskais paātrinājums*.

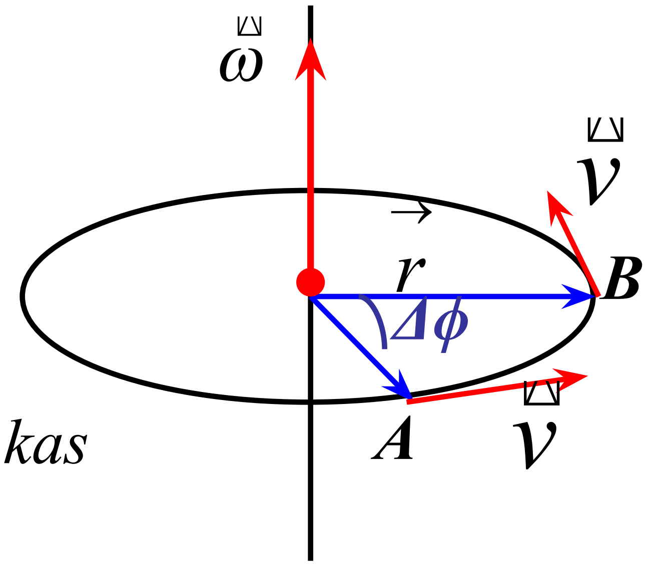



Leņķiskais ātrums raksturo materiāla punkta rādiusvektora griešanās straujumu.

$$\boxed{\langle\omega\rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$ **- *vidējais leņķiskais ātrums.*** $\left[1\frac{rad}{s}\right]$

## *Momentānais leņķiskais ātrums:*

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt};$$

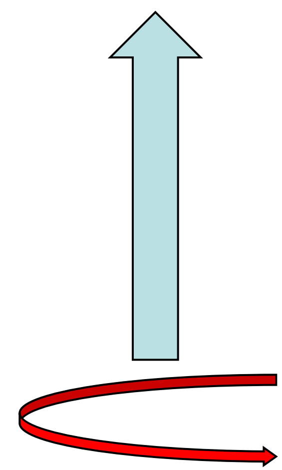



*Leņķiskais ātrums* ***ω*** *ir aksiālvektors, kas vērsts gar rotācijas asi.*

Vektora *vērsumu nosaka labās skrūves kustības virziens*:

skatoties leņķiskā ātruma virzienā,

rotējošais punkts pārvietojas pulksteņa rādītāju kustības virzienā:



# Leņķiskais paātrinājums

- raksturo *leņķiskā ātruma maiņas straujumu*

Vidējais leņķiskais paātrinājums <$\varepsilon$> ir vienāds ar leņķiskā ātruma izmaiņu $\Delta\omega$ laika vienībā $\Delta t$:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \left[ 1\frac{rad}{s^2} \right]$$

# Leņķiskais paātrinājums

Materiāla punkta momentānais leņķiskais paātrinājums:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

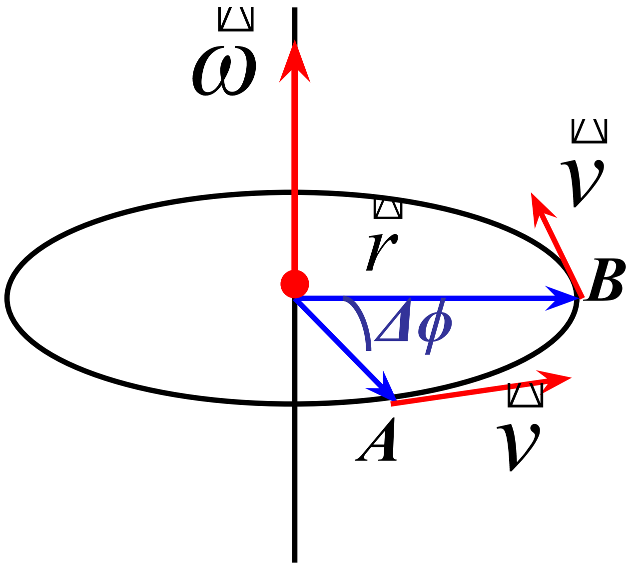
Leņķiskais paātrinājums ir vektoriāls lielums.

Tā virziens ir atkarīgs no $d\vec{\omega}$ virziena:

**Ja** $d\vec{\omega} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$, **tad** $\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$: $\vec{\omega}$ ***pieaug.***

**Ja** $d\vec{\omega} \uparrow\downarrow \vec{\omega}$, **tad** $\vec{\varepsilon} \uparrow\downarrow \vec{\omega}$: $\vec{\omega}$ ***samazinās.***

# Lineāro lielumu sakarība ar leņķiskajiem lielumiem:




$$v = r \cdot \omega;$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$a_\tau = r \cdot \varepsilon; \qquad a_n = r \cdot \omega^2;$$

$$a = r\varepsilon\sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$$

# Rotācijas kustību iedalījums:

***Vienmērīgā rotācijas kustība:*** $\omega = const; \quad \varphi = \omega \cdot t$

*T – periods (viena apriņķojuma laiks);*

*$\upsilon$ - frekvence [$s^{-1}$], (apriņkojumu skaits laika vienībā):*

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \upsilon \qquad T = \frac{1}{\upsilon}$$

***Vienmērīgi mainīgā rotācijas kustība:*** $\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t;$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}; \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\varepsilon\varphi}.$$

***Nevienmērīgi mainīgā rotācijas kustība:***

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \varepsilon(t)dt; \qquad \varphi = \varphi_0 + \int_0^t \omega(t)dt.$$

# Svarīgākais:

*Materiālā punkta rotācijas kustības aprakstam papildus izmanto:*

***pagrieziena leņķi:*** $\Delta\varphi$

***vidējo leņķisko ātrumu:*** $\langle\vec{\omega}\rangle = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t};$

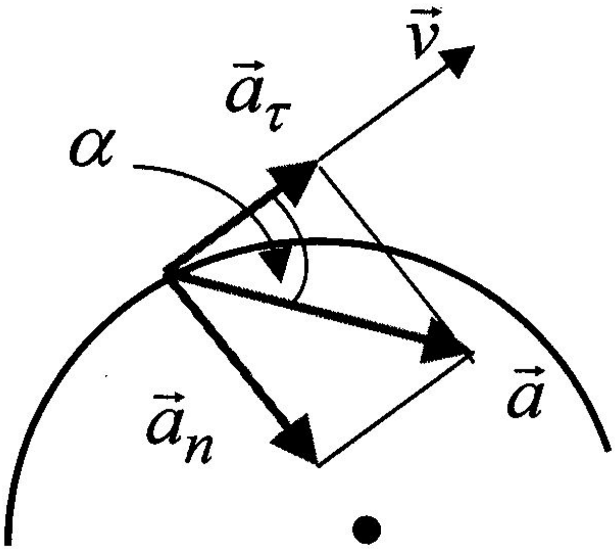
***momentāno leņķisko ātrumu:*** $\vec{\omega} = \dfrac{d\varphi}{dt} = \varphi'$

***vidējo leņķisko paātrinājumu:*** $\langle\vec{\varepsilon}\rangle = \dfrac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$

***momentāno leņķisko paātrinājumu*** $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$

## Uzdevums. Rotācijas kustības kinemātika.

Ķermenis rotē vienmērīgi paātrināti tā, ka pēc 2s no kustības sākuma tā ātruma vektors ar paātrinājuma vektoru veido 60 ° leņķi. Noteikt apgriezienu skaitu pēc 20s no kustības sākuma.




***Dots:***

$$\alpha = 60^0$$
$$t = 2s$$
$$t_1 = 20s$$

***Jāaprēķina:***

$N - ?$

Nozīmējuma redzams, ka

$$tg\alpha = \frac{a_n}{a_\tau}$$

$$a_\tau = r\varepsilon$$

$$a_n = \omega^2 r$$

$$tg\alpha = \frac{\omega^2 r}{\varepsilon r} = \frac{\omega^2}{\varepsilon}$$

Tā kā rotācijas kustība ir vienmērīgi paātrināta, tad $\omega = \varepsilon t$ un

$$tg\varphi = \frac{\varepsilon^2 t^2}{\varepsilon} = \varepsilon t^2.$$

No šīs izteiksmes izsaka $\varepsilon = \frac{tg\alpha}{t^2} = \frac{tg60^0}{t^2} = \frac{1{,}7321}{4} = 0{,}433\left(\frac{rad}{s^2}\right)$

Tagad jāraksta rādiusvektora pagrieziena leņķa atkarību no laika vienmērīgi paātrinātā kustībā bez sākuma ātruma:

$\varphi = \frac{\varepsilon t_1^2}{4\pi} = 2\pi N;$ $N = \frac{\varepsilon t_1^2}{4\pi}$ un aprēķina

$$N = \frac{0{,}433 \cdot 400}{4\pi} \cong 14(apgriez.)$$

**Uzdevums. Vienmērīgi palēnināta rotācijas kustība.**

Bremzējot riteņa griešanos, tā ātrums vienmērīgi samazinās no 180 apgr/min līdz nullei, izdarot 75 apgriezienus. Pēc cik ilga laika ritenis apstāsies; kāds būs šīs kustības leņķiskais paātrinājums?

***Dots:***

$$\upsilon = 180\frac{apgr}{\min} = 3\frac{apgr}{s}$$

$$N = 75$$

***Jāaprēķina:***

$t - ?$

$\varepsilon - ?$

Vienmērīgi palēninātu kustību apraksta

$$\omega_{beigu} = \omega_0 - \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Tā kā ritenis apstājas, tad

$\omega_{beigu} = 0$, bet $\varphi = 2\pi N$

No pirmā vienādojuma izsaka leņķisko paātrinājumu

$$\omega_0 - \varepsilon t = 0; \varepsilon = \frac{\omega}{t}$$

un ievieto otrā vienādojumā: $\varphi = 2\pi N = \omega_0 t - \dfrac{\omega_0 t^2}{t \cdot 2} = \dfrac{\omega_0 t}{2}$

$$t = \frac{4\pi N}{\omega_0}$$

Lai aprēķinātu riteņa apstāšanās laiku, jāizsaka $\omega_0 = 2\pi\upsilon$

Aprēķina laiku:

$$t = \frac{4\pi N}{\omega_0} = \frac{4\pi N}{2\pi\upsilon} = \frac{2N}{\upsilon} = \frac{2 \cdot 75}{3} = 50(s)$$

Tagad aprēķina leņķisko paātrinājumu:

$$\varepsilon = \frac{\omega_0}{t} = \frac{2\pi\upsilon}{t} = \frac{2\pi \cdot 3}{50} \cong 0{,}38\left(\frac{rad}{s^2}\right)$$

Ritenis griežas tā, ka tā pagrieziena leņķa atkarību no laika izsaka v-v $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, kur B =1 rad/s, C = 1 rad/s$^2$ un D = 1 rad/s$^3$.
Aprēķināt riteņa rādiusu R, ja $a_n$ ( t=2s) = 346 m/s$^2$.

$$\varphi = A + t + t^2 + t^3 \qquad a_n = \omega^2 R$$

$$\underline{R = a_n / \omega^2}$$

$$(\varphi)^I = \omega = 1 + 2t + 3t^2 =$$

$$= [\,t = 2\text{ s}] = 1 + 2\text{x}2 + 3\text{ x}4 =$$

$$=17\text{ (rad/s)}$$

$$R = 346 / 17^2 = \underline{1{,}2\text{ (m)}}$$