

# Преобразование графиков функции

Рассмотрим основные правила  
преобразования графиков на  
примерах элементарных функций

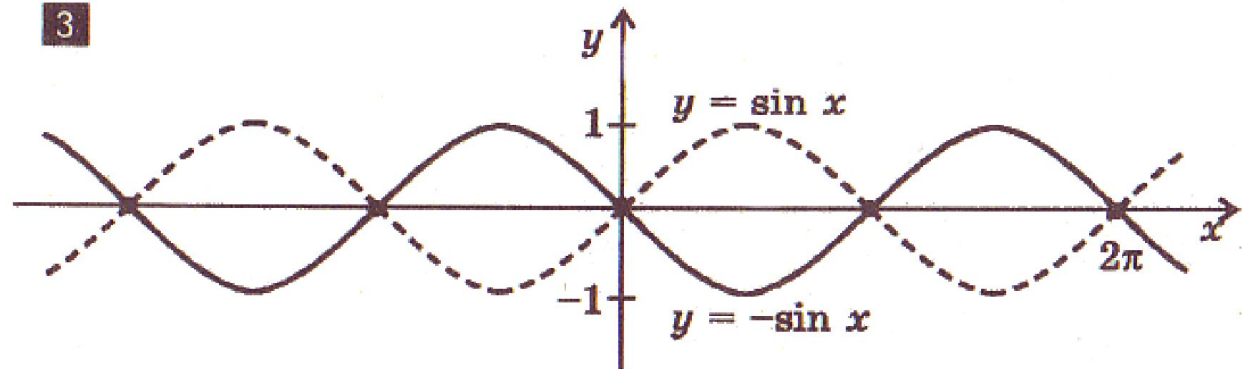
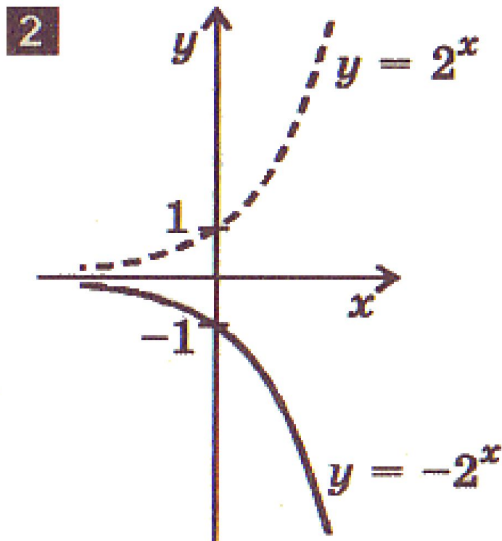
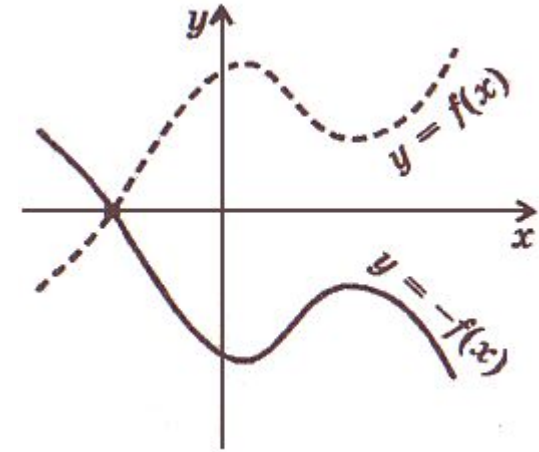
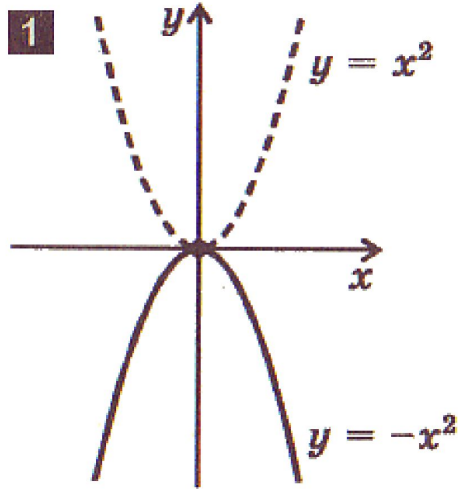
# 1) Преобразование симметрии относительно оси $x$ $f(x) \rightarrow -f(x)$

Примеры:

График функции  $y = -f(x)$  получается преобразованием симметрии графика функции  $y = f(x)$  относительно оси  $x$ .

**Замечание:**

**точки пересечения графика с осью  $x$  остаются неизменными**



## 2) Преобразование симметрии относительно оси $y$ $f(x) \leftrightarrow f(-x)$

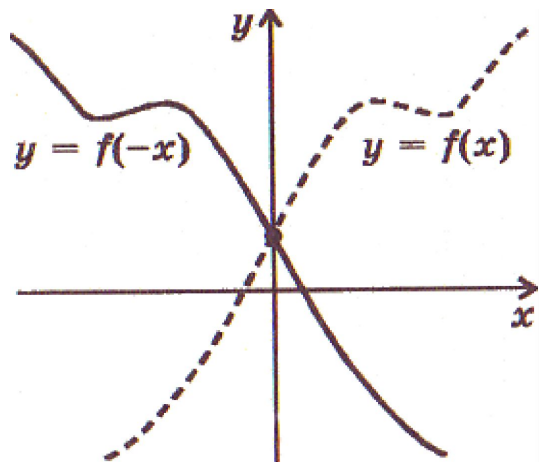


График функции  $y=f(-x)$  получается преобразованием симметрии графика функции  $y=f(x)$  относительно оси  $y$ .

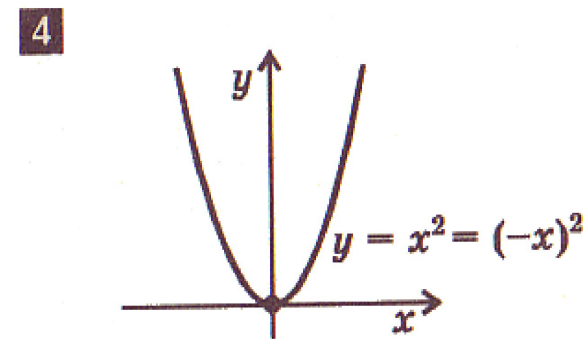
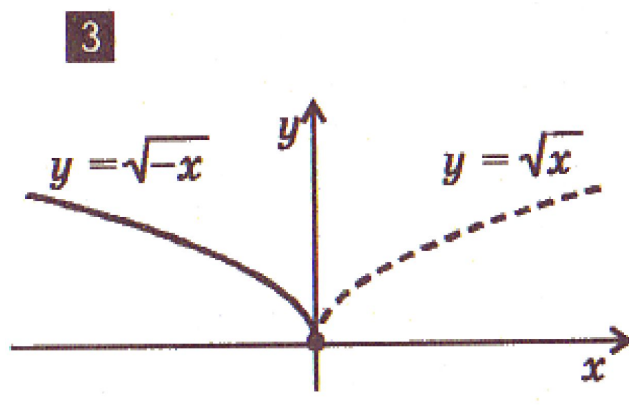
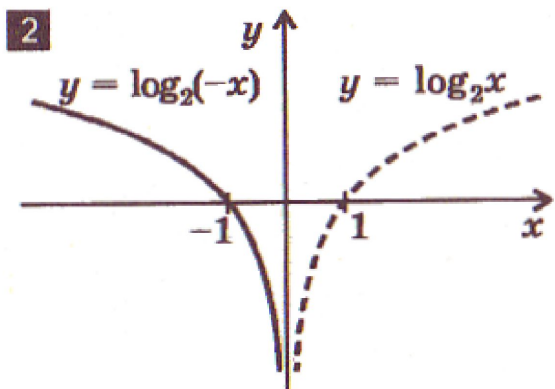
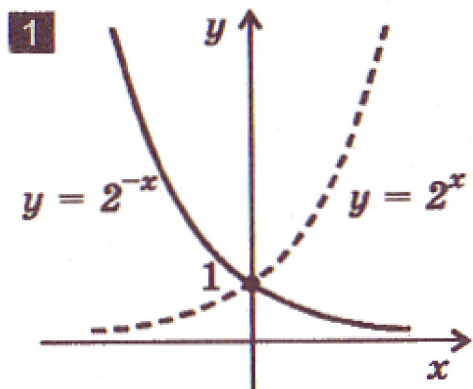
**Замечание:** Точка пересечения графика с осью  $y$  остается неизменной.

**Замечание 1:** График четной функции не изменяется при отражении относительно оси  $y$ , поскольку для четной функции  $f(-x)=f(x)$ . Пример:  $(-x)^2=x^2$

**Замечание 2:** График нечетной функции изменяется одинаково как при отражении относительно оси  $x$ , так и при отражении относительно оси  $y$ , поскольку для нечетной функции  $f(-x)=-f(x)$ .

**Пример:**  $\sin(-x)=-\sin x$ .

Примеры:

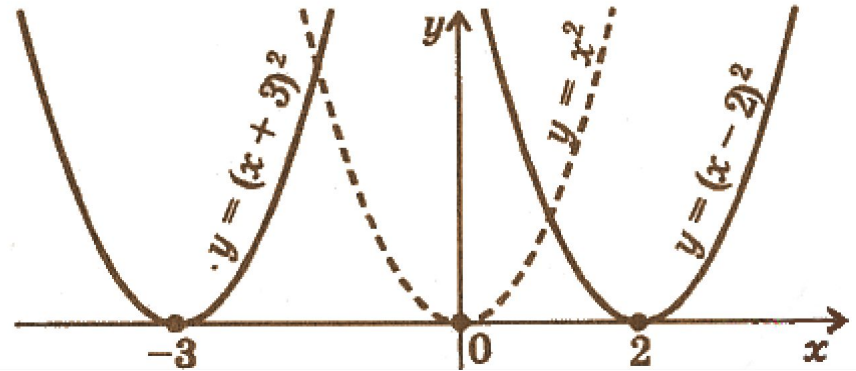


### 3) Параллельный перенос вдоль оси $x$ $f(x) \rightarrow f(x-a)$

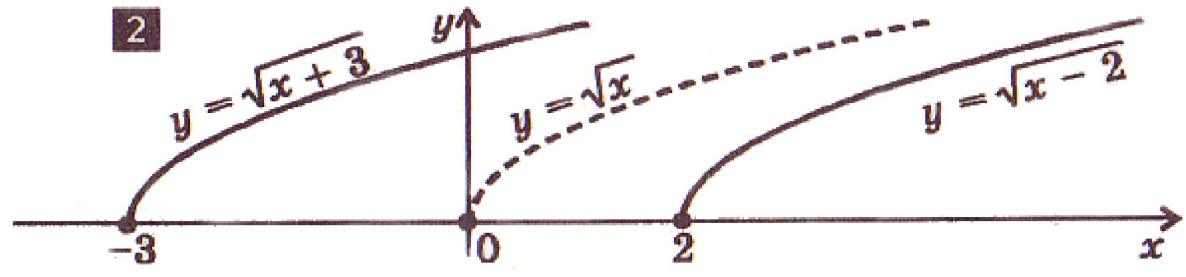
График функции  $y=f(x-a)$  получается параллельным переносом графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  на  $|a|$  вправо при  $a>0$  и влево при  $a<0$ .

Примеры:

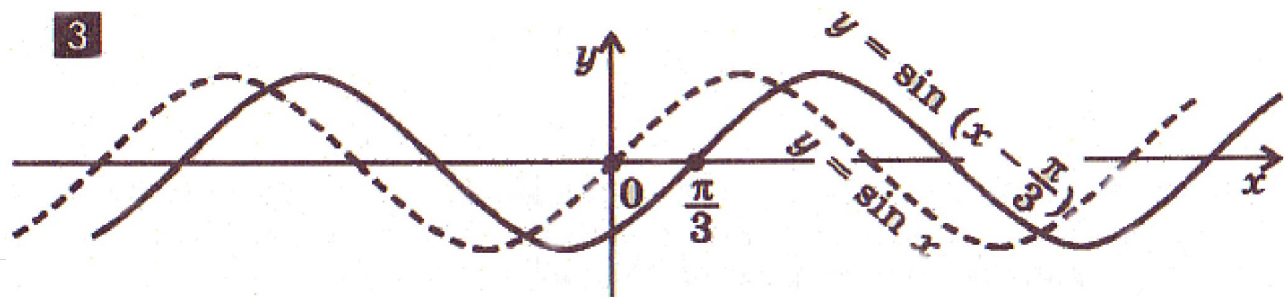
1



2



3



**Замечание:** График периодической функции с периодом  $T$  не изменяется при параллельных переносах вдоль оси  $x$  на  $nT$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

# 4) Параллельный перенос вдоль оси $y$ $f(x) \rightarrow f(x)+b$

Примеры:

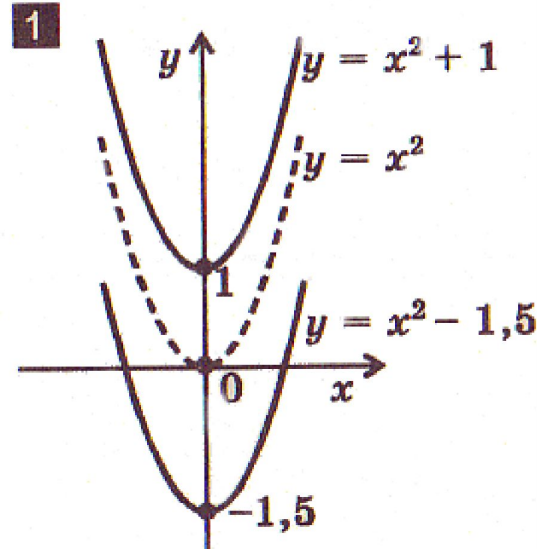
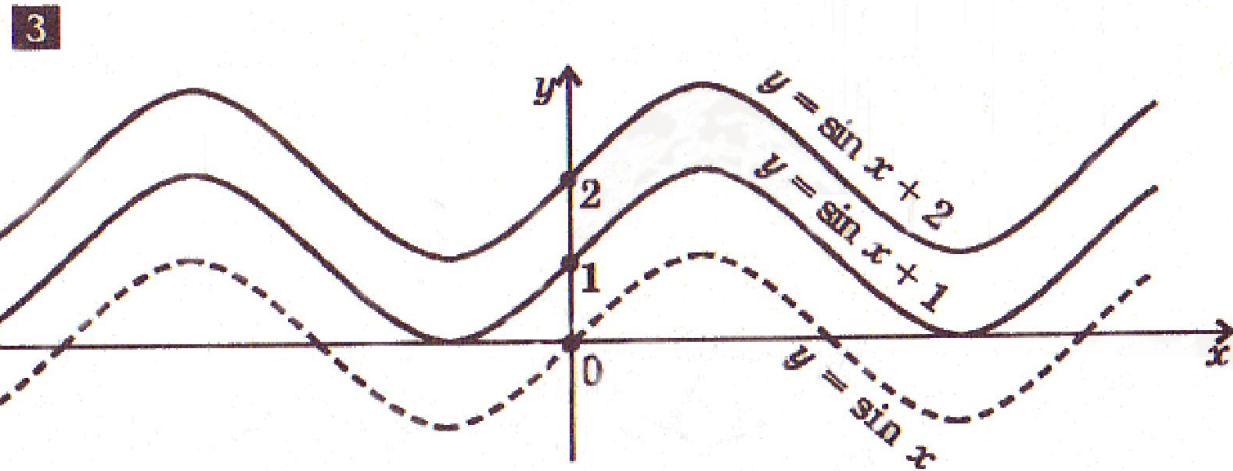
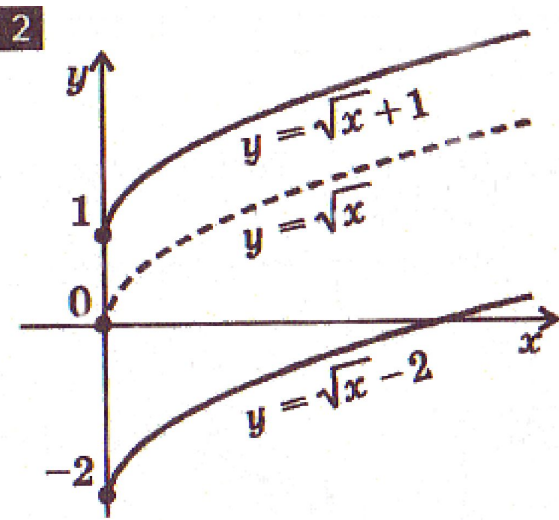
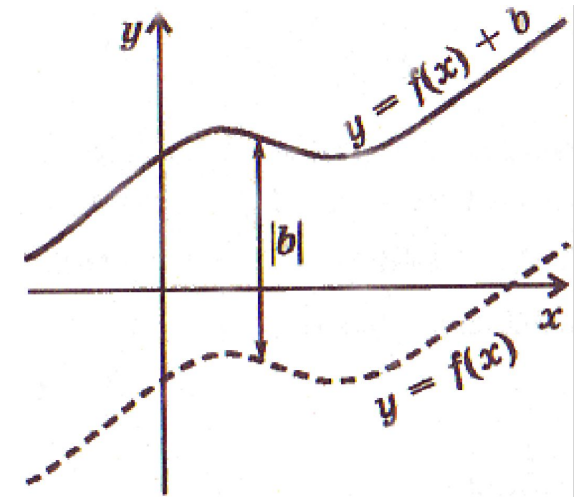
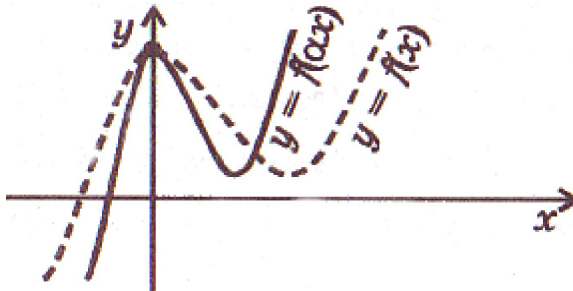


График функции  $y=f(x)+b$  получается параллельным переносом графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $y$  на  $|b|$  вверх при  $b>0$  и вниз при  $b<0$ .



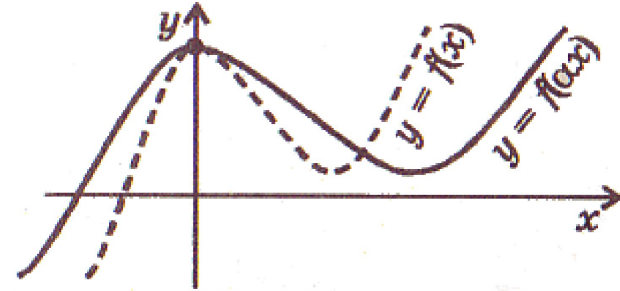
## 5) Сжатие и растяжение вдоль оси $x$ $f(x) \square f(\alpha x)$ , где $\alpha > 0$

$$\alpha > 1$$



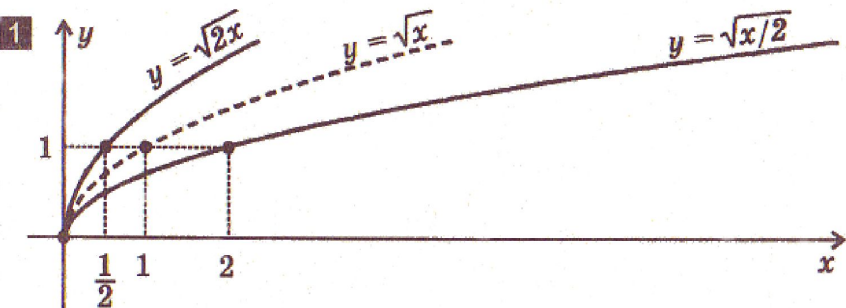
$\alpha > 1$  График функции  $y=f(\alpha x)$  получается сжатием графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  в  $\alpha$  раз.

$$0 < \alpha < 1$$

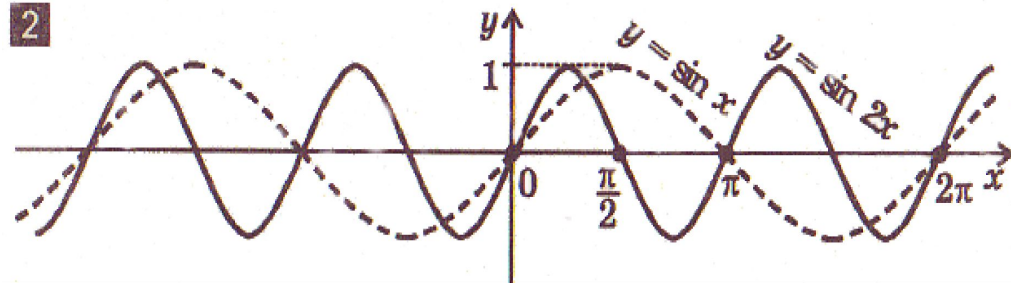


$0 < \alpha < 1$  График функции  $y=f(\alpha x)$  получается растяжением графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  в  $1/\alpha$  раз.

Примеры:

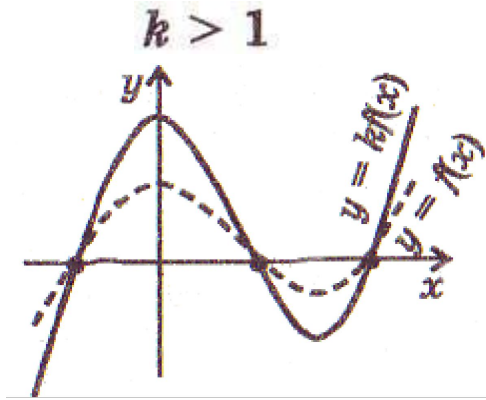


**Замечание.** Точки с пересечения графика с осью  $y$  остаются неизменными.

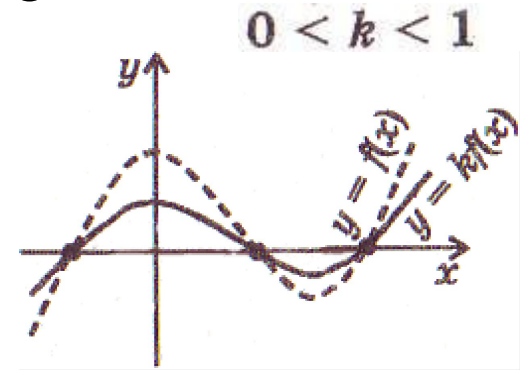




## б) Сжатие и растяжение вдоль оси $y$ $f(x) \square kf(x)$ , где $k > 0$



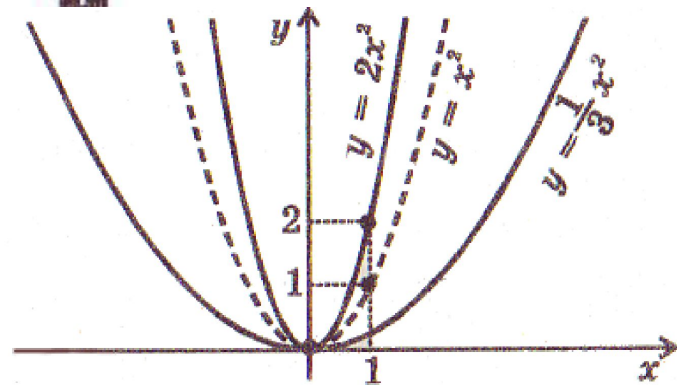
$k > 1$  График функции  $y = kf(x)$  получается растяжением графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  в  $k$  раз.



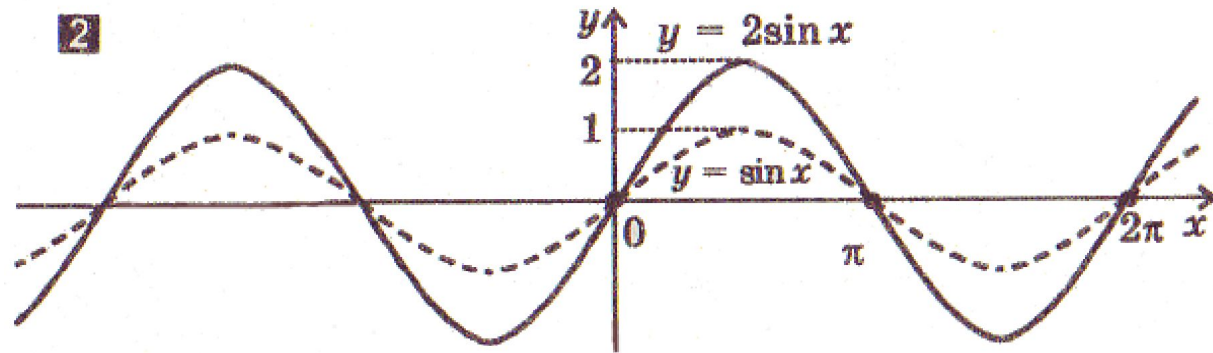
$0 < k < 1$  График функции  $y = kf(x)$  получается сжатием графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  в  $1/k$  раз.

Примеры:

1



2



**Замечание.** Точки пересечения графика с осью  $x$  остаются неизменными.



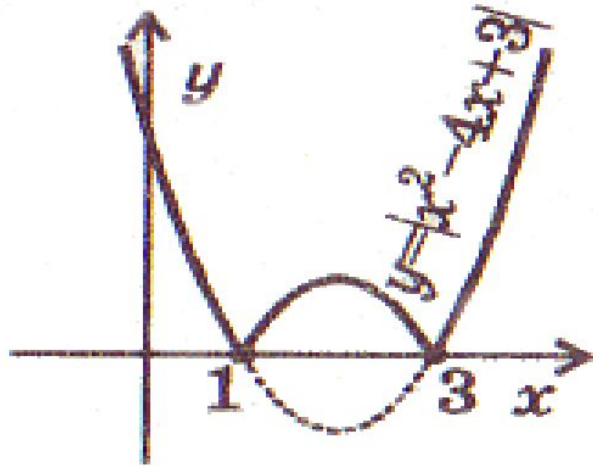
# 7) Построение графика функции $y = |f(x)|$

Части графика функции  $y=f(x)$ , лежащие выше оси  $x$  и на оси  $x$ , остаются без изменения, а лежащие ниже оси  $x$  – симметрично отображаются относительно этой оси (вверх).

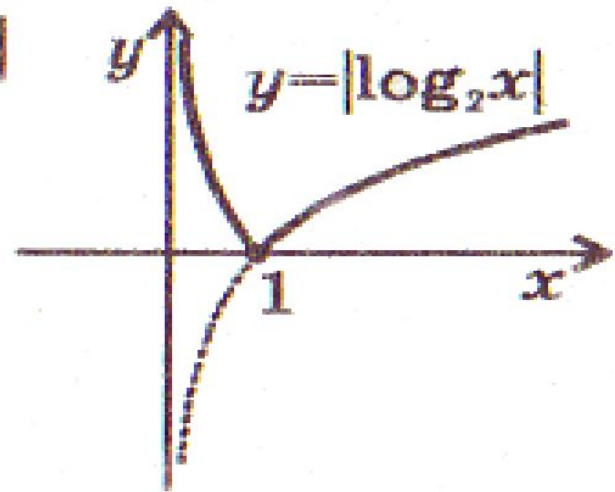
**Замечание.** Функция  $y=|f(x)|$  неотрицательна (ее график расположен в верхней полуплоскости).

## Примеры:

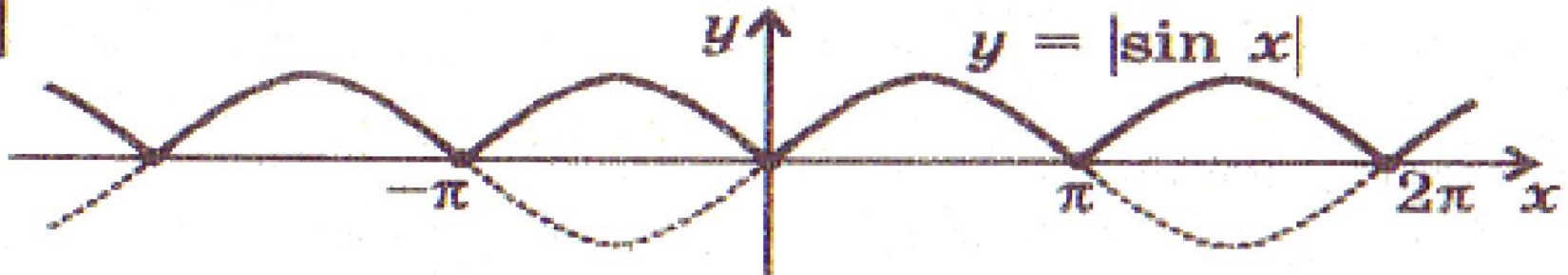
1



2



3

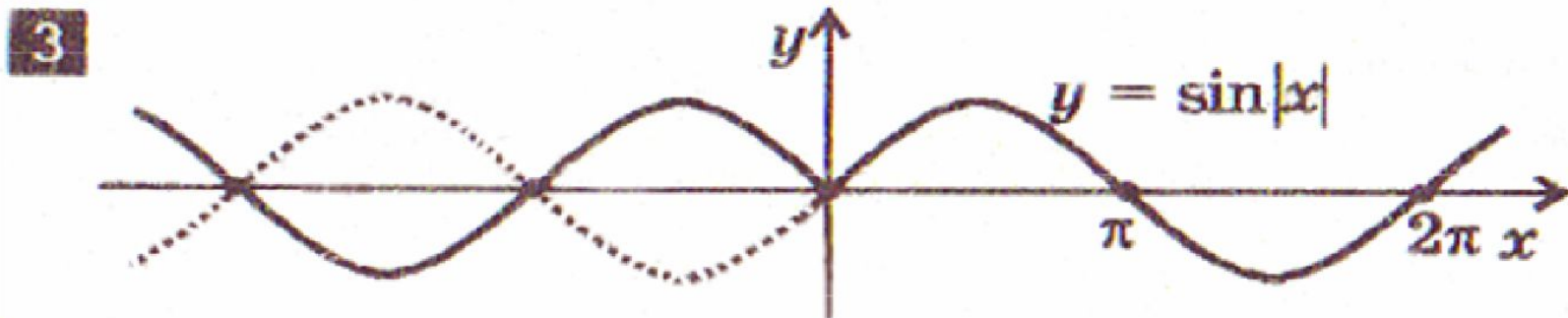
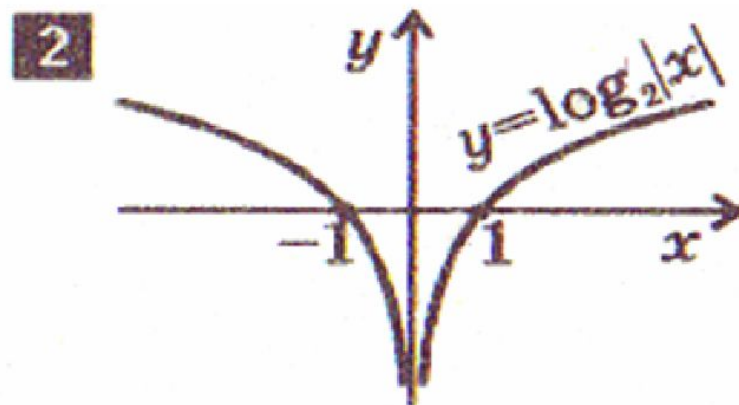
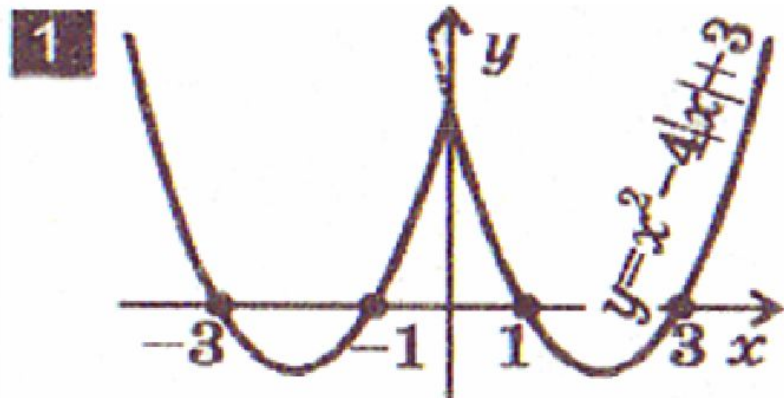


## 8) Построение графика функции $y=f(|x|)$

Часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащая левее оси  $y$ , удаляется, а часть, лежащая правее оси  $y$  – остается без изменения и, кроме того, симметрично отражается относительно оси  $y$  (влево). Точка графика лежащая на оси  $y$ , остается неизменной.

**Замечание.** Функция  $y=f(|x|)$  четная (ее график симметричен относительно оси  $y$ ).

### Примеры:

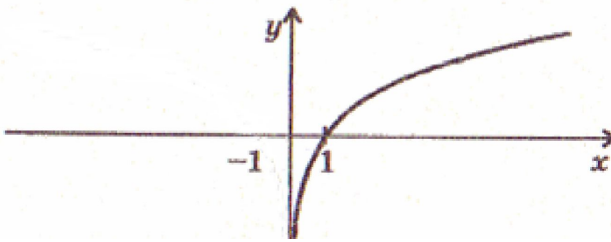


Построение графиков сложных  
функций с помощью  
последовательных  
преобразований графиков  
элементарных функций  
(на примерах)

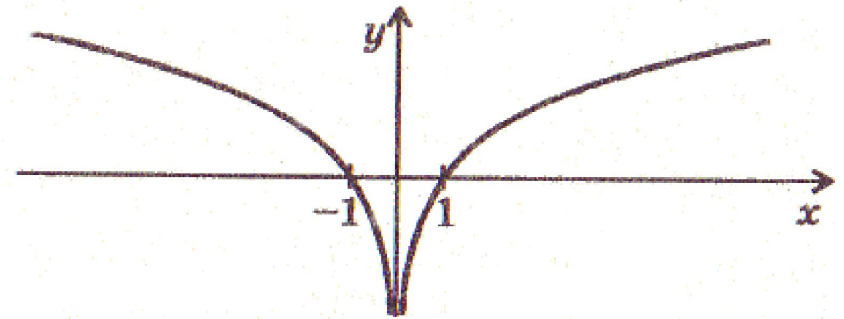
# Пример 1

$$y = |\log_2(|x - 1|)|$$

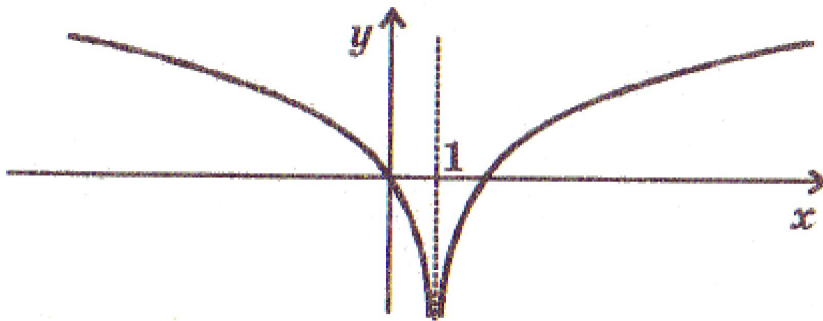
$$y = \log_2 x$$



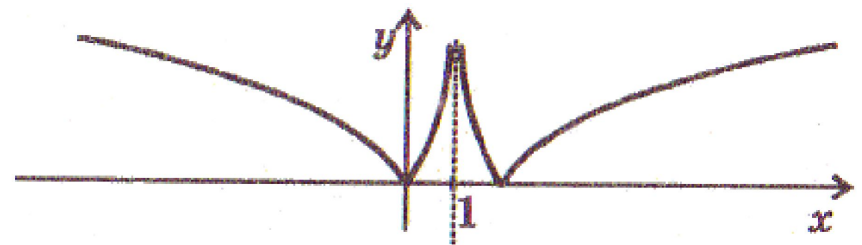
$$y = \log_2|x|$$



$$y = \log_2(|x - 1|)$$

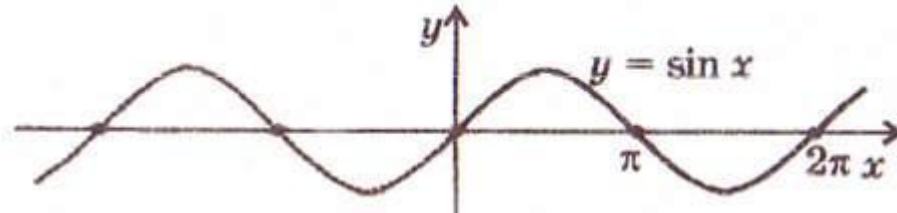


$$y = |\log_2(|x - 1|)|$$

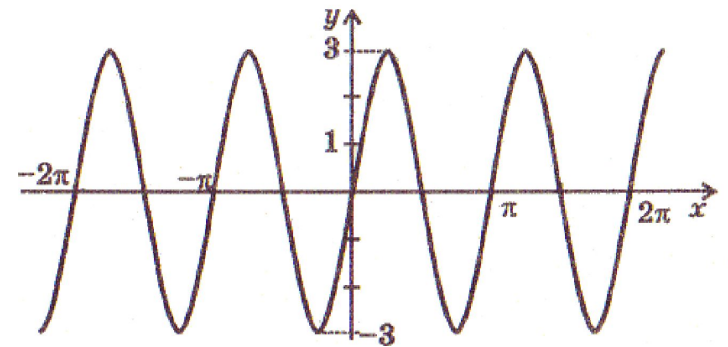


# Пример 2

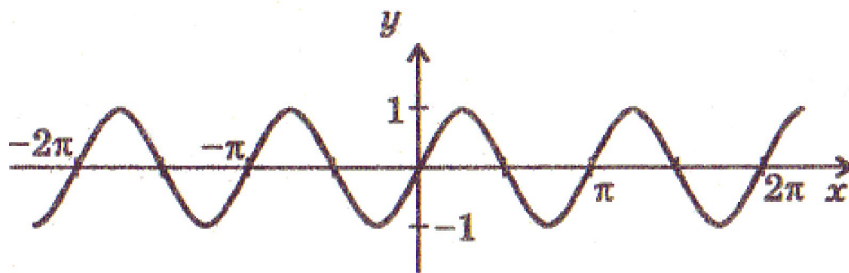
$$y = |3\sin 2x| - 1$$



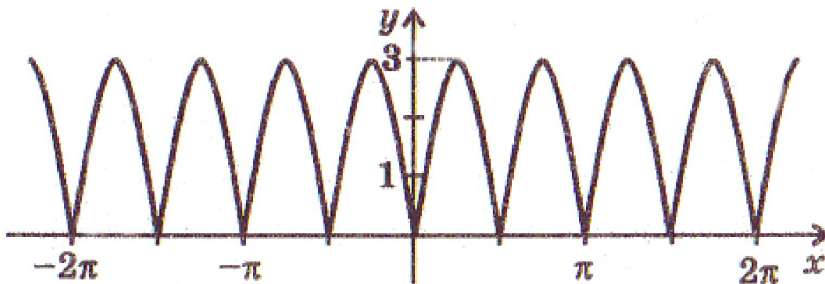
$$y = 3\sin 2x$$



$$y = \sin 2x$$



$$y = |3\sin 2x|$$



$$y = |3\sin 2x| - 1$$

