

Преобразование графиков функции

Рассмотрим основные правила
преобразования графиков на
примерах элементарных функций

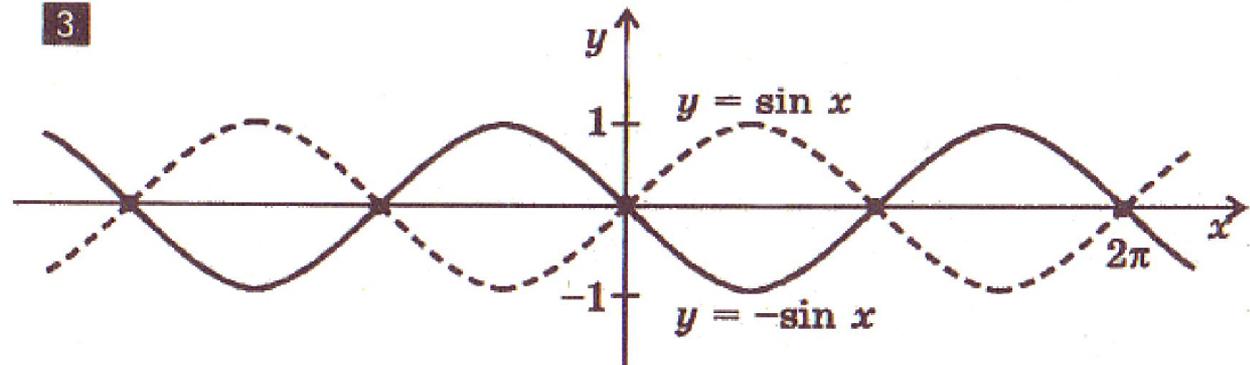
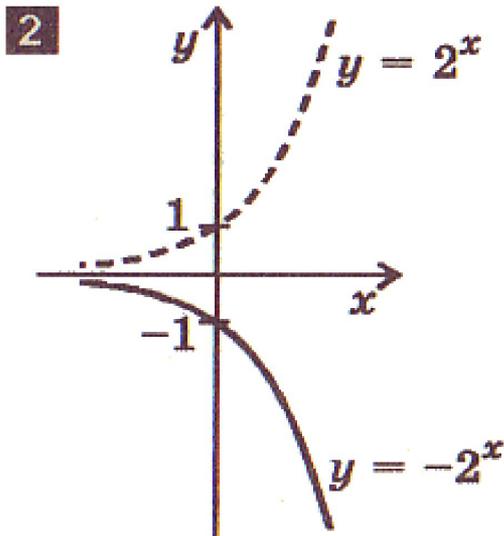
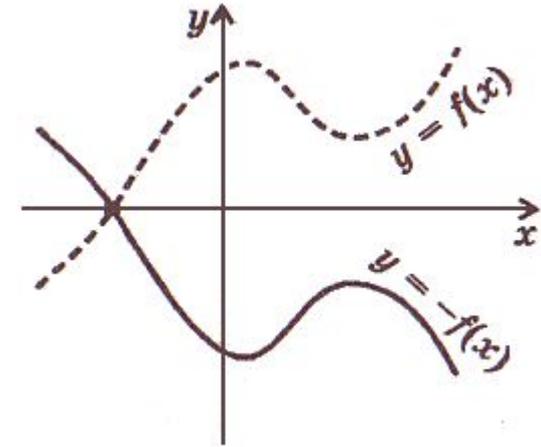
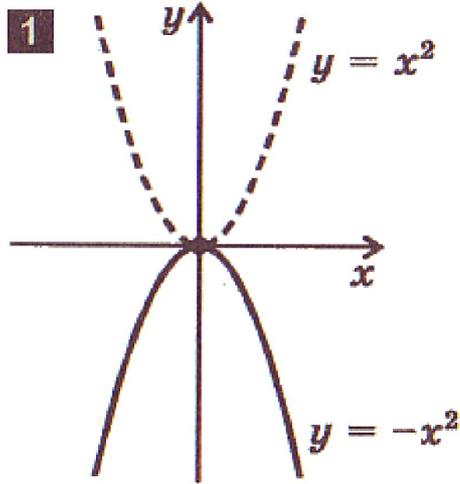
1) Преобразование симметрии относительно оси x $f(x) \rightarrow -f(x)$

Примеры:

График функции $y = -f(x)$ получается преобразованием симметрии графика функции $y = f(x)$ относительно оси x .

Замечание:

точки пересечения графика с осью x остаются неизменными



2) Преобразование симметрии относительно оси y $f(x) \leftrightarrow f(-x)$

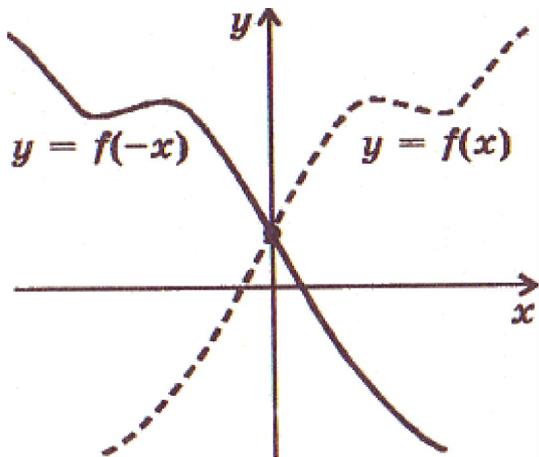


График функции $y=f(-x)$ получается преобразованием симметрии графика функции $y=f(x)$ относительно оси y .

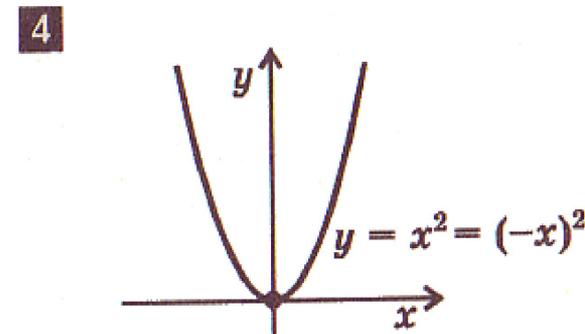
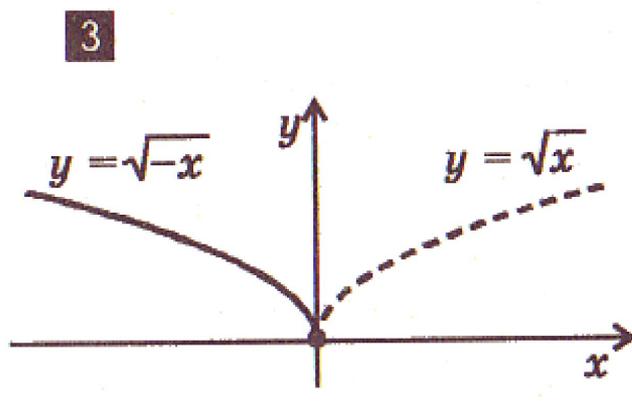
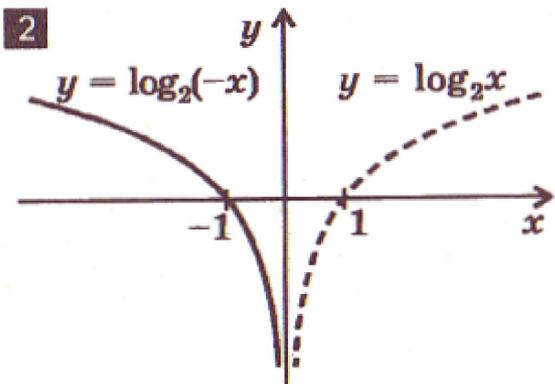
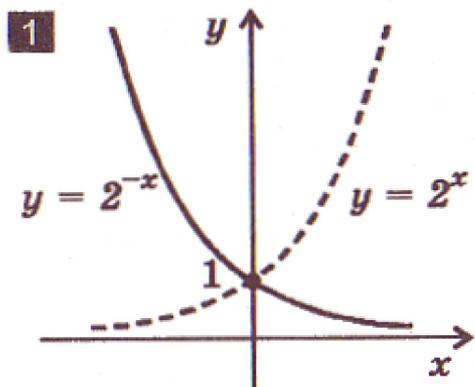
Замечание: Точка пересечения графика с осью y остается неизменной.

Замечание 1: График четной функции не изменяется при отражении относительно оси y , поскольку для четной функции $f(-x)=f(x)$. Пример: $(-x)^2=x^2$

Замечание 2: График нечетной функции изменяется одинаково как при отражении относительно оси x , так и при отражении относительно оси y , поскольку для нечетной функции $f(-x)=-f(x)$.

Пример: $\sin(-x)=-\sin x$.

Примеры:

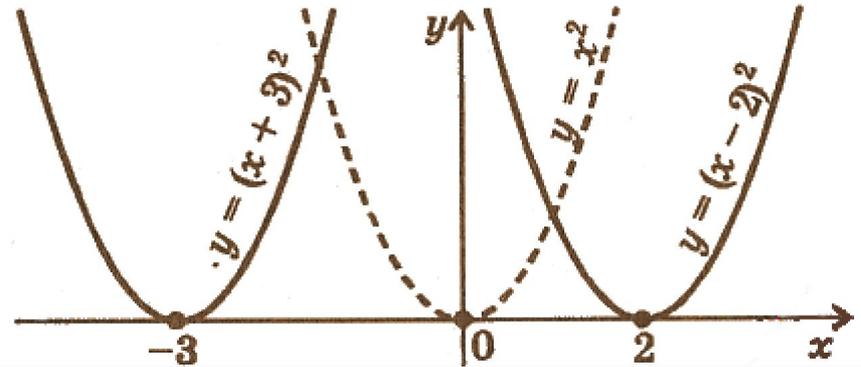


3) Параллельный перенос вдоль оси x $f(x) \rightarrow f(x-a)$

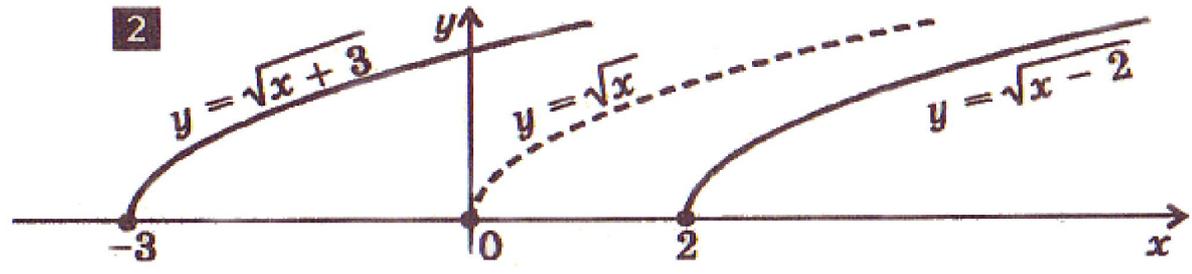
График функции $y=f(x-a)$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x на $|a|$ вправо при $a>0$ и влево при $a<0$.

Примеры:

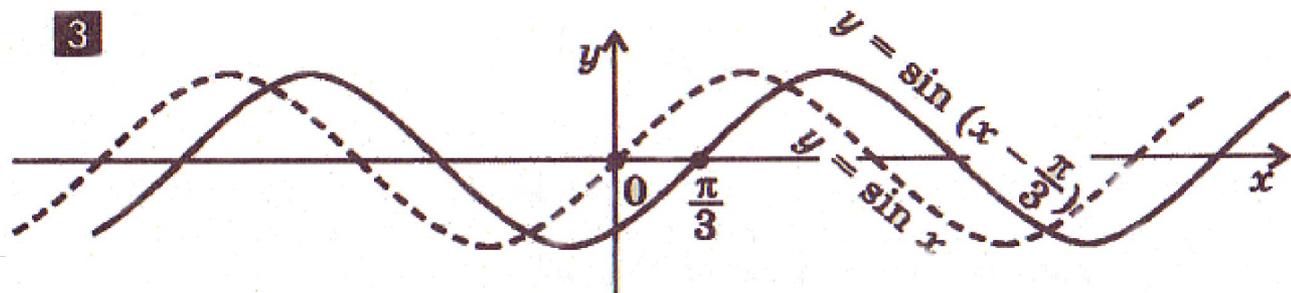
1



2



3



Замечание: График периодической функции с периодом T не изменяется при параллельных переносах вдоль оси x на nT , $n \in \mathbb{Z}$.

4) Параллельный перенос вдоль оси y $f(x) \rightarrow f(x)+b$

Примеры:

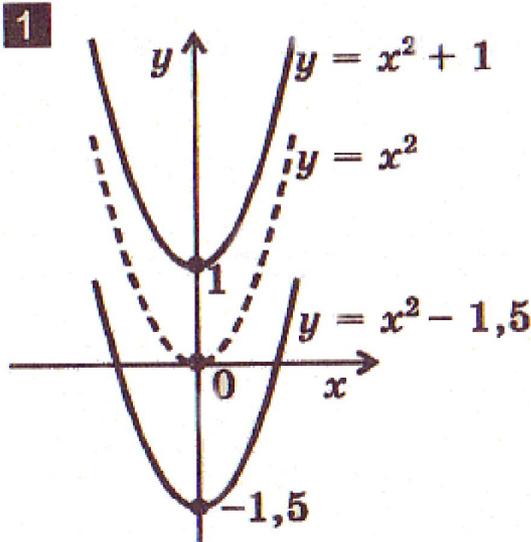
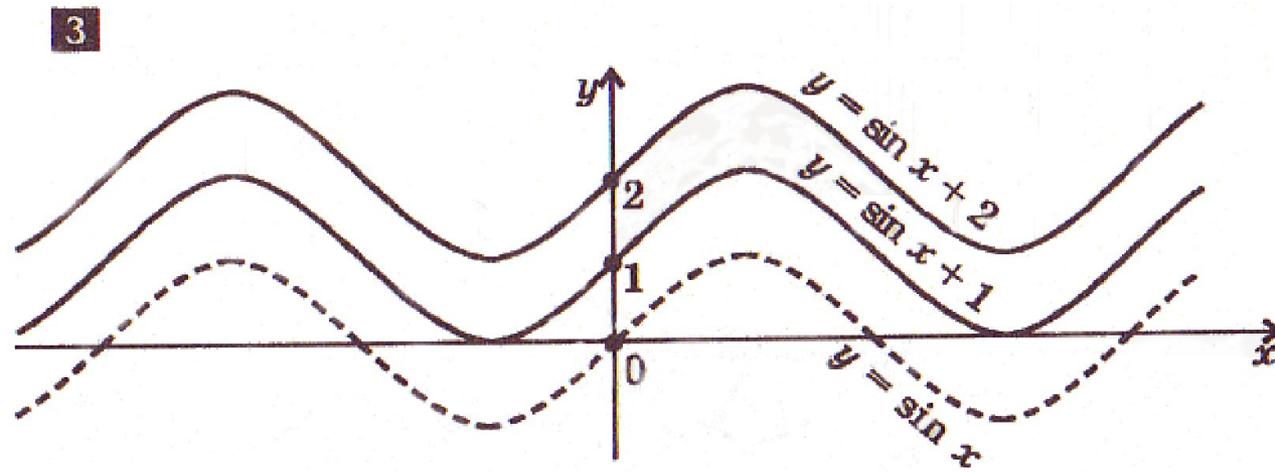
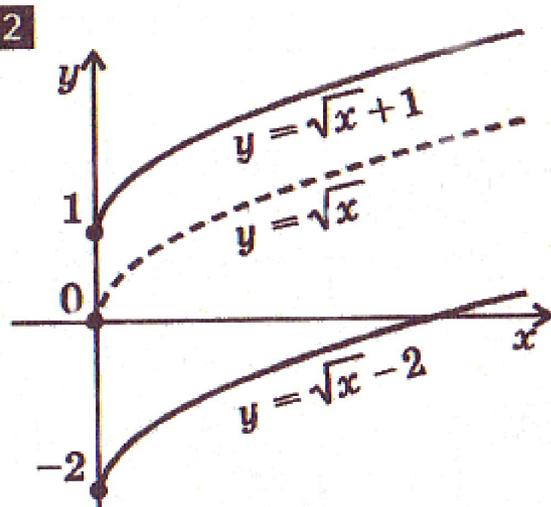
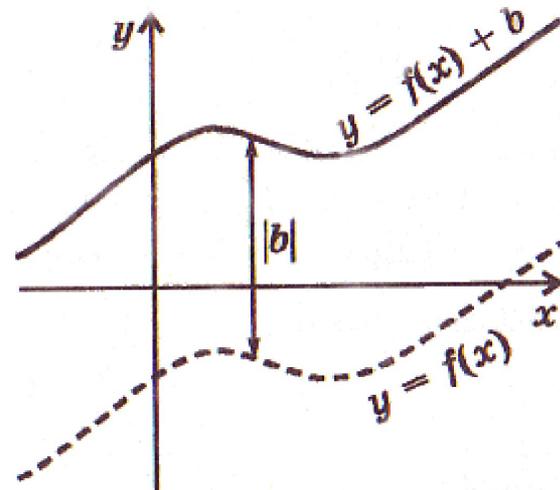
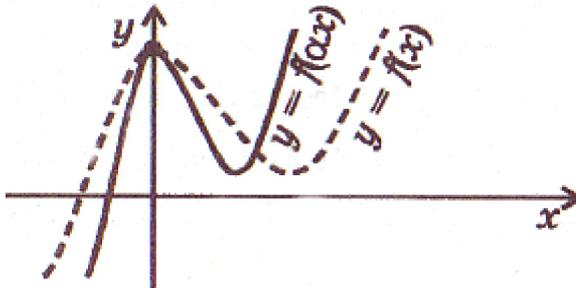


График функции $y=f(x)+b$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси y на $|b|$ вверх при $b>0$ и вниз при $b<0$.



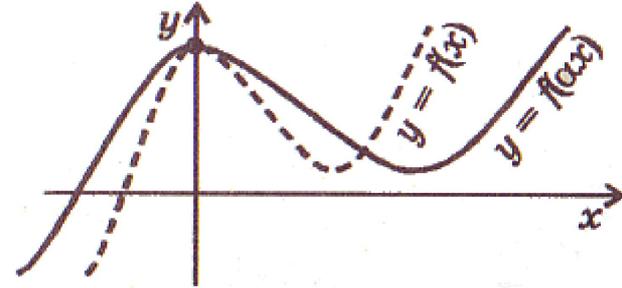
5) Сжатие и растяжение вдоль оси x $f(x) \square f(\alpha x)$, где $\alpha > 0$

$$\alpha > 1$$



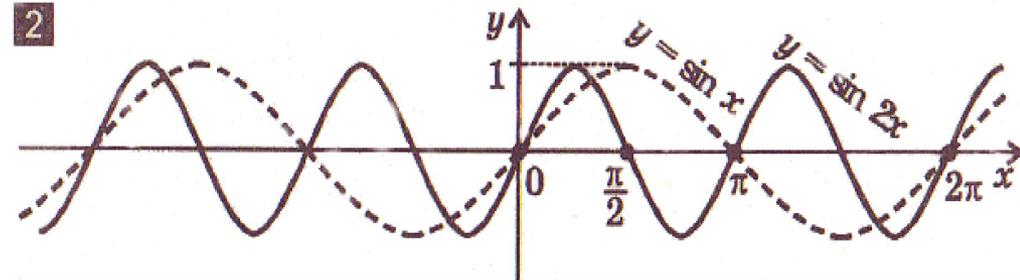
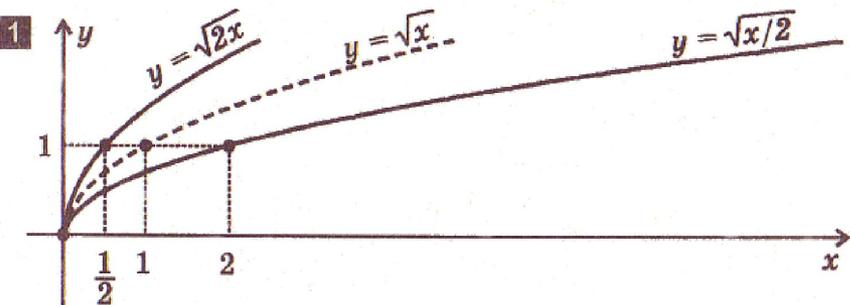
$\alpha > 1$ График функции $y=f(\alpha x)$ получается сжатием графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x в α раз.

$$0 < \alpha < 1$$



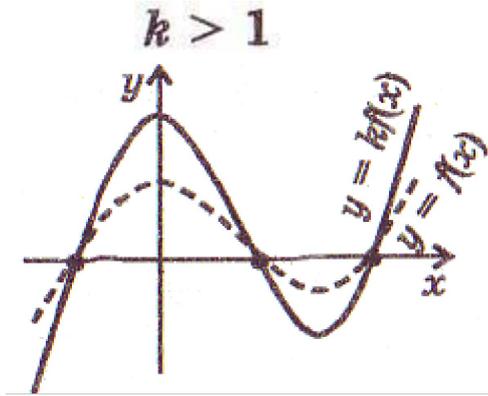
$0 < \alpha < 1$ График функции $y=f(\alpha x)$ получается растяжением графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x в $1/\alpha$ раз.

Примеры:

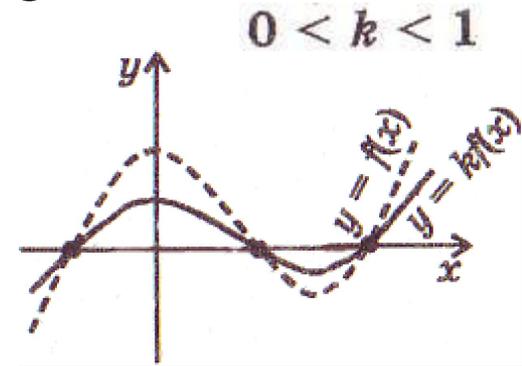


Замечание. Точки с пересечения графика с осью y остаются неизменными.

б) Сжатие и растяжение вдоль оси y $f(x) \square kf(x)$, где $k > 0$



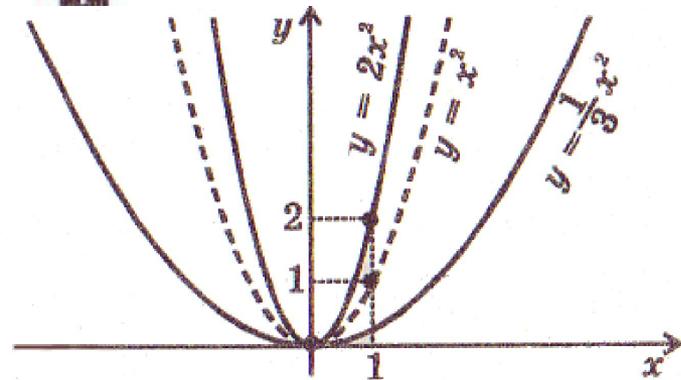
$k > 1$ График функции $y = kf(x)$ получается растяжением графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в k раз.



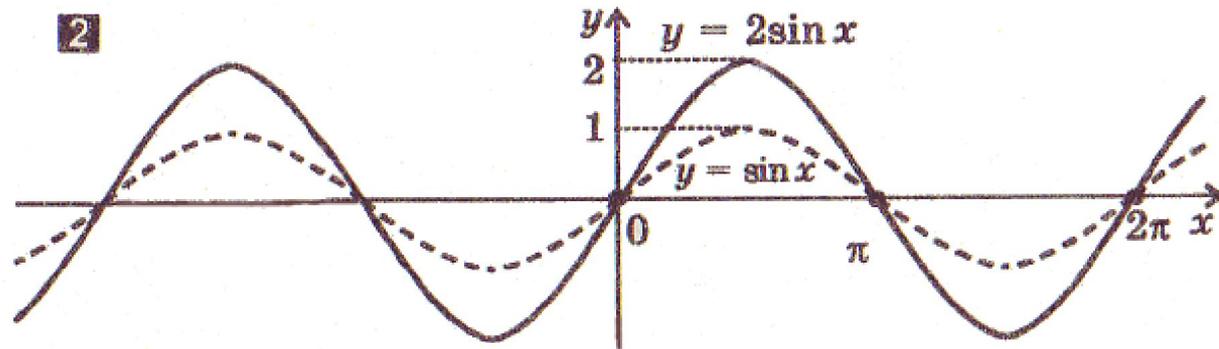
$0 < k < 1$ График функции $y = kf(x)$ получается сжатием графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в $1/k$ раз.

Примеры:

1



2



Замечание. Точки пересечения графика с осью x остаются неизменными.

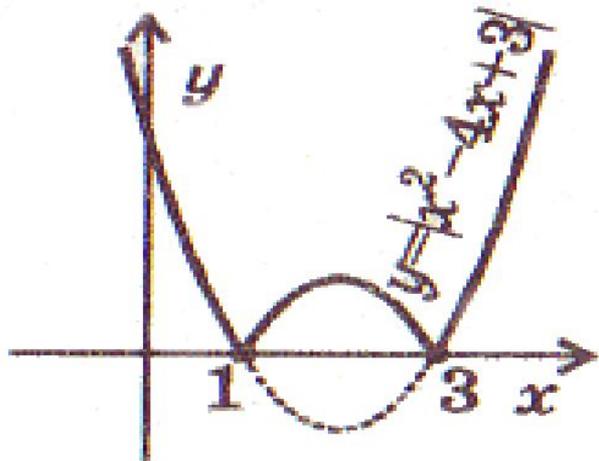
7) Построение графика функции $y=|f(x)|$

Части графика функции $y=f(x)$, лежащие выше оси x и на оси x , остаются без изменения, а лежащие ниже оси x – симметрично отображаются относительно этой оси (вверх).

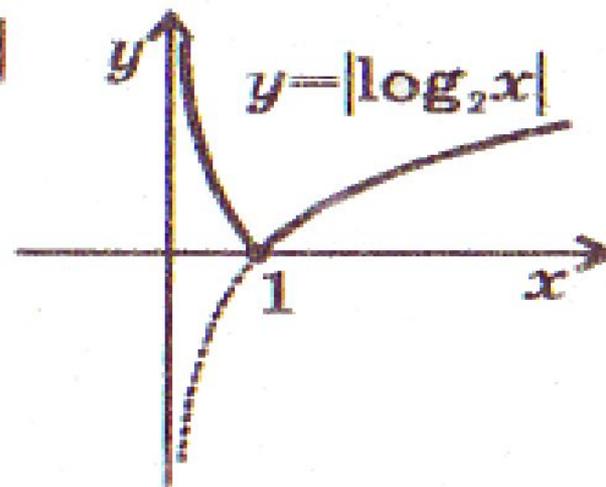
Замечание. Функция $y=|f(x)|$ неотрицательна (ее график расположен в верхней полуплоскости).

Примеры:

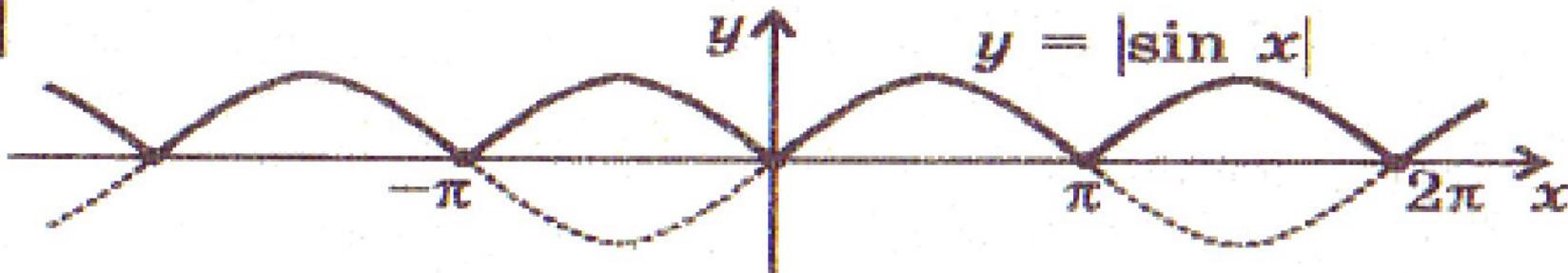
1



2



3

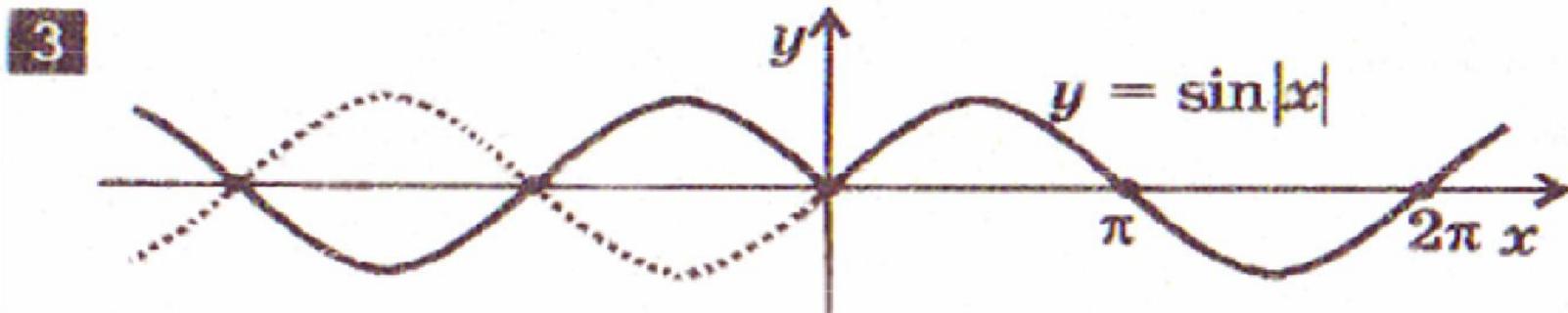
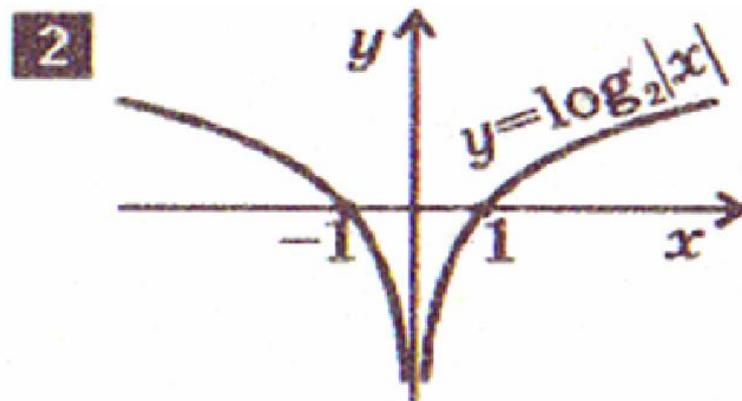
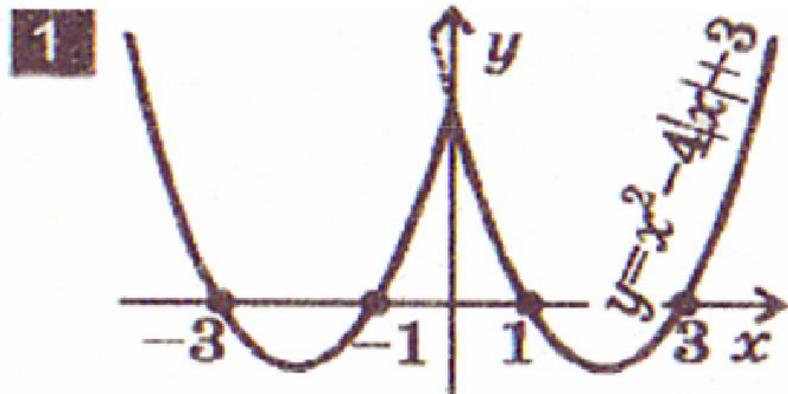


8) Построение графика функции $y=f(|x|)$

Часть графика функции $y=f(x)$, лежащая левее оси y , удаляется, а часть, лежащая правее оси y – остается без изменения и, кроме того, симметрично отражается относительно оси y (влево). Точка графика лежащая на оси y , остается неизменной.

Замечание. Функция $y=f(|x|)$ четная (ее график симметричен относительно оси y).

Примеры:

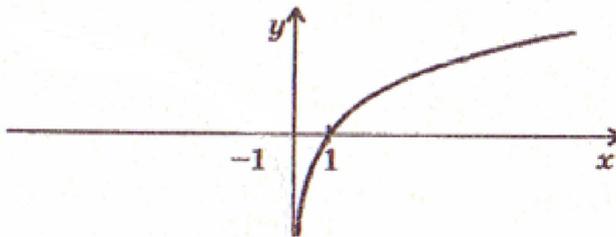


Построение графиков сложных
функций с помощью
последовательных
преобразований графиков
элементарных функций
(на примерах)

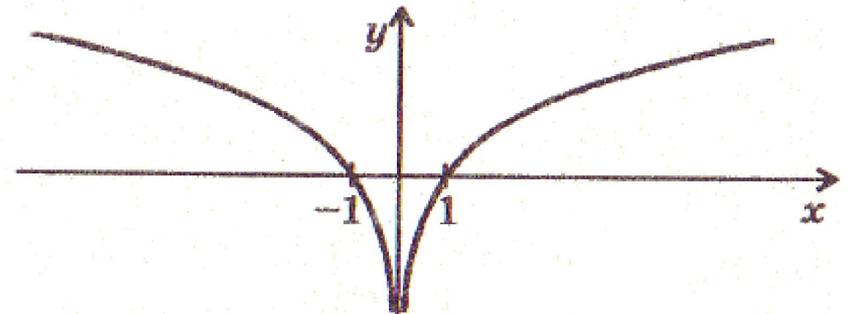
Пример 1

$$y = |\log_2(|x - 1|)|$$

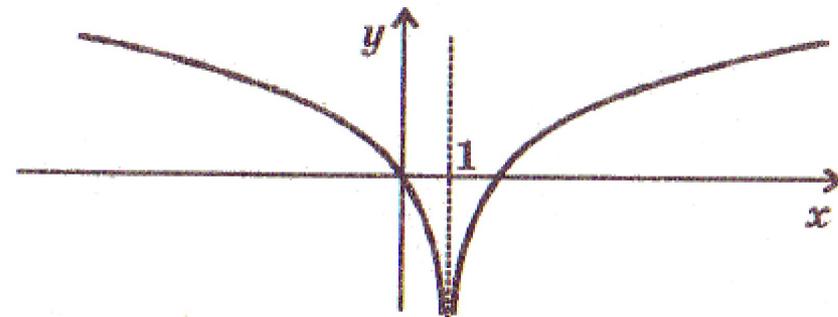
$$y = \log_2 x$$



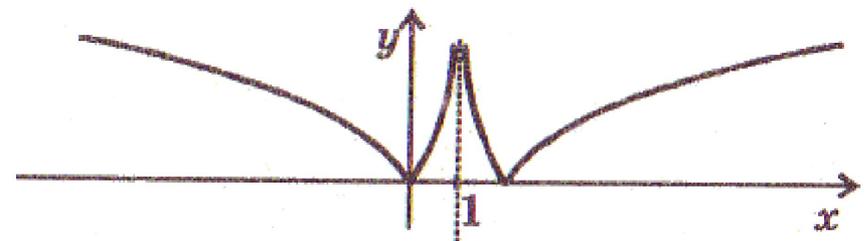
$$y = \log_2|x|$$



$$y = \log_2(|x - 1|)$$

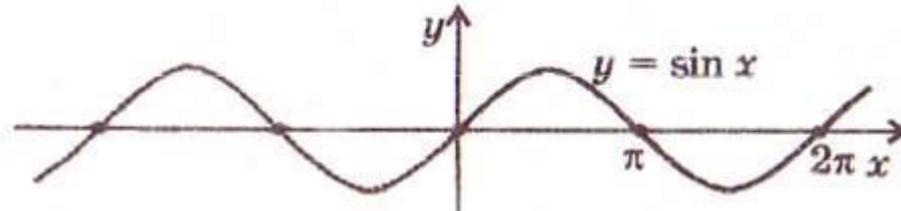


$$y = |\log_2(|x - 1|)|$$

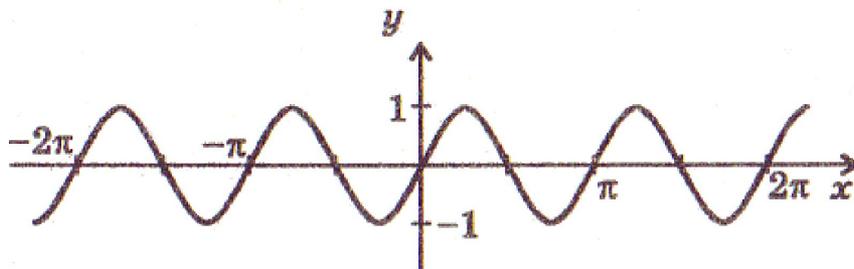


Пример 2

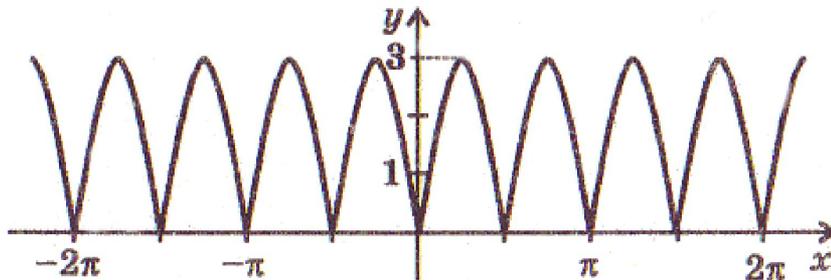
$$y = |3\sin 2x| - 1$$



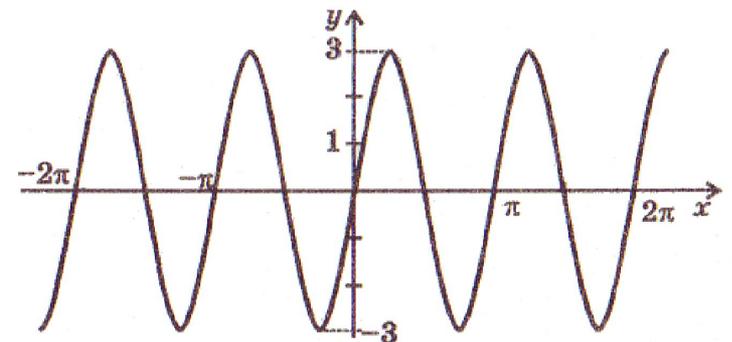
$$y = \sin 2x$$



$$y = |3\sin 2x|$$



$$y = 3\sin 2x$$



$$y = |3\sin 2x| - 1$$

