



Нелинейные модели регрессии

Некоторые виды нелинейных зависимостей, поддающиеся линеаризации

Зависимость гиперболического типа

$$1. \hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x_i} + \varepsilon_i \quad (0 < x_i < \infty)$$

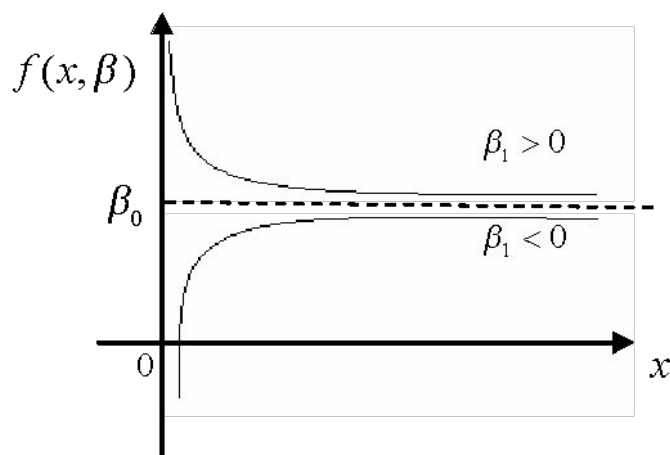
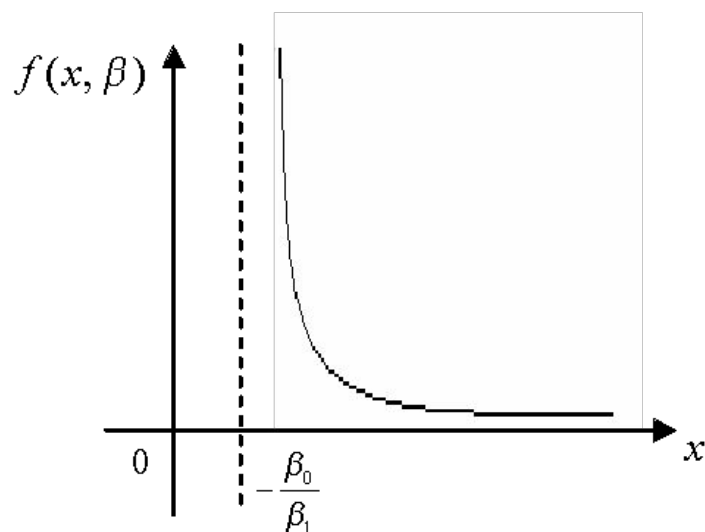
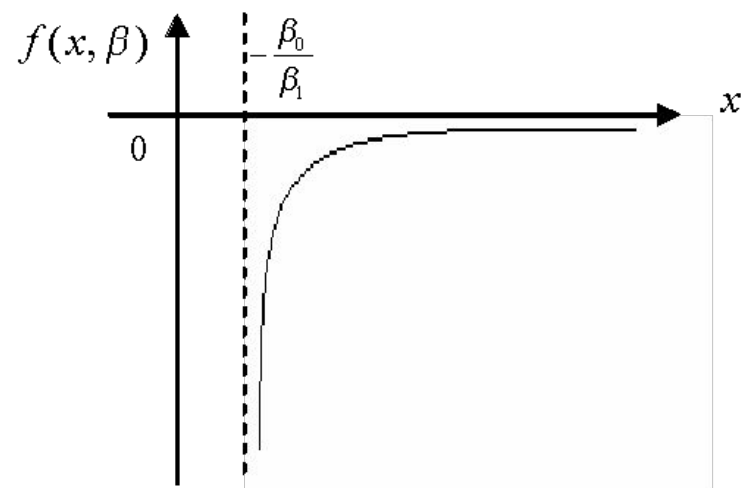


Рис.1

Преобразование объясняющей переменной $x^* = \frac{1}{x}$, $X^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{1}{x_1} & \frac{1}{x_2} & \dots & \frac{1}{x_n} \end{pmatrix}^T$

$$\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^* + \varepsilon_i.$$

$$2. \quad y_i = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i}, \quad \left(-\frac{\beta_0}{\beta_1} < x < \infty\right)$$

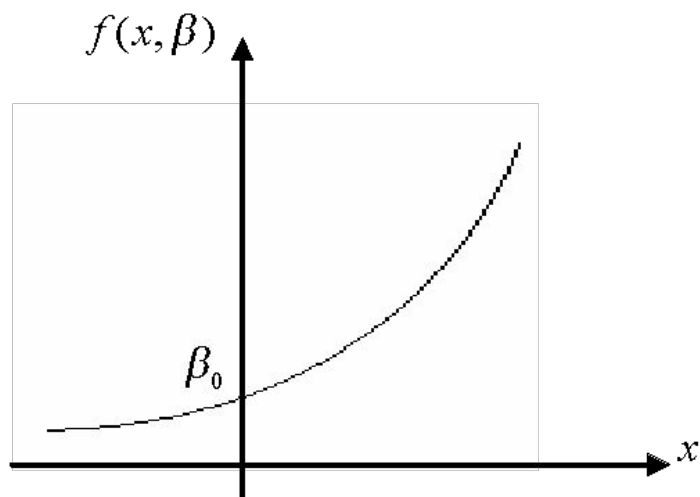
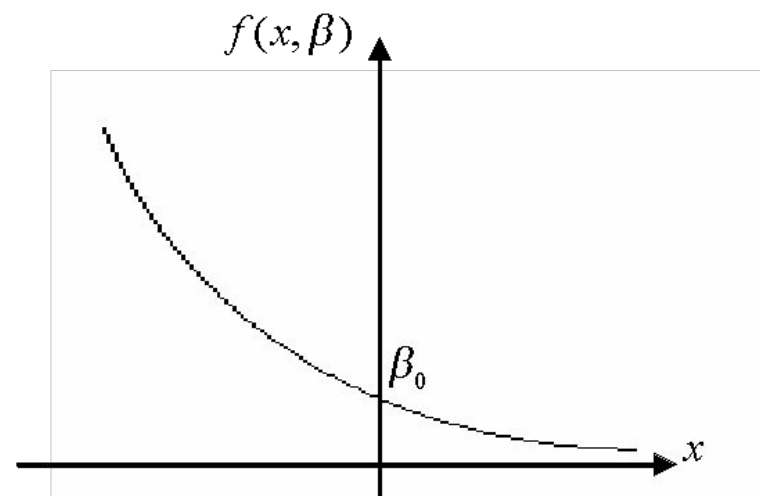
Рис. 2 а) $\beta_0 < 0, \beta_1 > 0$ Рис. 2 б) $\beta_0 > 0, \beta_1 < 0$

Преобразования результивного признака $y^* = \frac{1}{y}$, $Y^* = \left(\frac{1}{y_1} \quad \frac{1}{y_2} \quad \dots \quad \frac{1}{y_n} \right)^T$

$$\acute{o}_i^* = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Показательная (экспоненциальная) зависимость

$$1 \quad y_i = \beta_0 e^{\beta_1 x + \varepsilon}$$

Рис. 1 а) $\beta_1 > 0$ Рис. 1 б) $\beta_1 < 0$

Преобразования

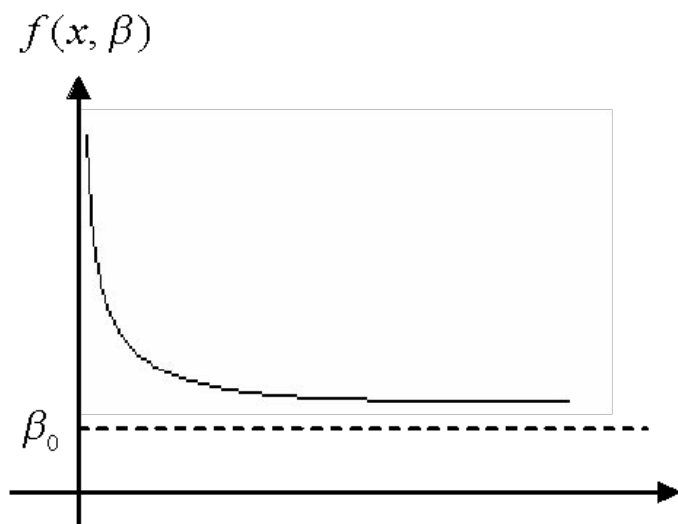
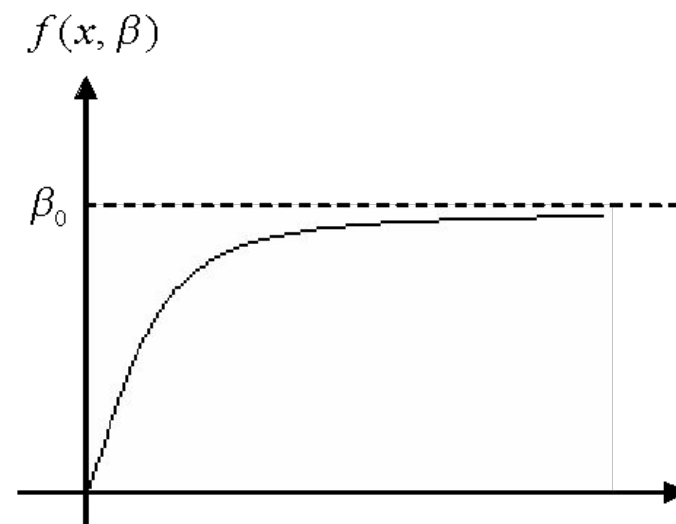
результативного

признака $y^* = \ln y$,

$$Y^* = (\ln y_1 \quad \ln y_2 \quad \dots \quad \ln y_n)^T$$

$$y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 \tilde{\delta}_i + \varepsilon_i, \quad \beta_0^* = \ln \beta_0$$

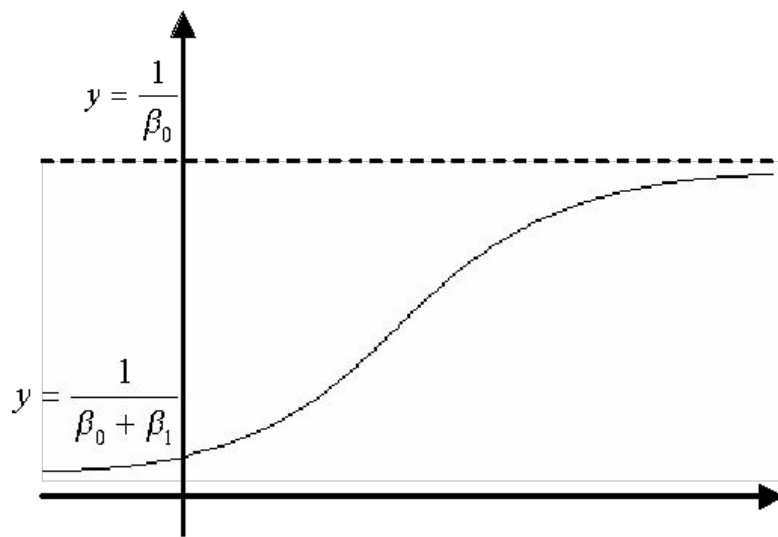
$$2 \quad y_i = \beta_0 e^{\frac{\beta_1}{x_i} + \varepsilon_i}$$

Рис. 2 а) $\beta_1 > 0$ Рис. 2 б) $\beta_1 < 0$

Преобразования переменных $y^* = \ln y$, $x^* = \frac{1}{x}$. Где $\beta_0^* = \ln \beta_0$

$$Y^* = (\ln y_1 \quad \ln y_2 \quad \dots \quad \ln y_n)^T \text{ и матрица } X^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{1}{x_1} & \frac{1}{x_2} & \dots & \frac{1}{x_n} \end{pmatrix}^T$$

3 Логистическая кривая $y_i = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 e^{-x_i} + \varepsilon_i}$, $0 \leq x < \infty$
 $f(x, \beta)$



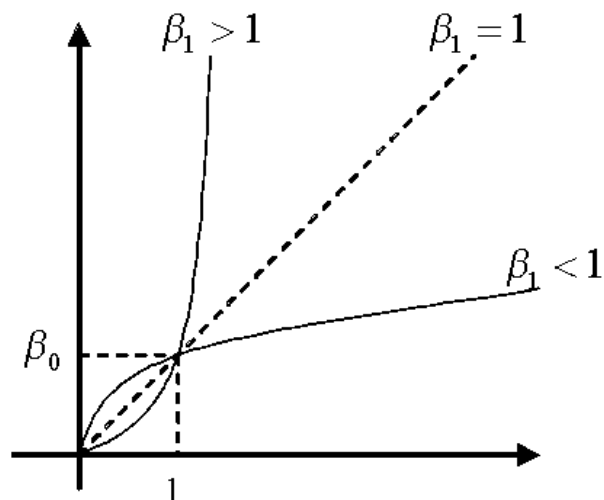
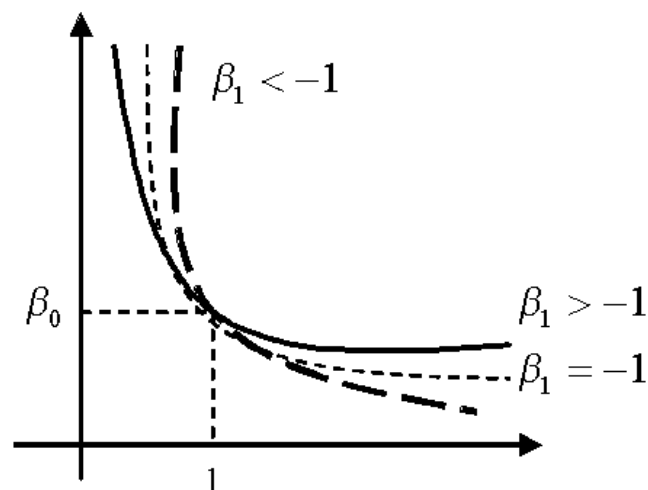
$$\beta_1 > 0$$

Преобразования переменных $y^* = \frac{1}{y}$, $x^* = e^{-x}$, $Y^* = \left(\frac{1}{y_1} \quad \frac{1}{y_2} \quad \dots \quad \frac{1}{y_n} \right)^T$

$$X^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-x_1} & e^{-x_2} & \dots & e^{-x_n} \end{pmatrix}^T$$

Зависимость степенного типа

$$y_i = \beta_0 x_i^{\beta_1}$$

Рис. 1 а) $\beta_1 > 0$ Рис. 1 б) $\beta_1 < 0$

Преобразования переменных $y^* = \ln y$, $x^* = \ln x$, где $\beta_0^* = \ln \beta_0$

Важную роль зависимости степенного типа играют в задачах построения и анализа производственных функций, функций спроса. При анализе степенных регрессионных зависимостей содержательную интерпретацию получает коэффициент β_1 как коэффициент эластичности.