Первообразная

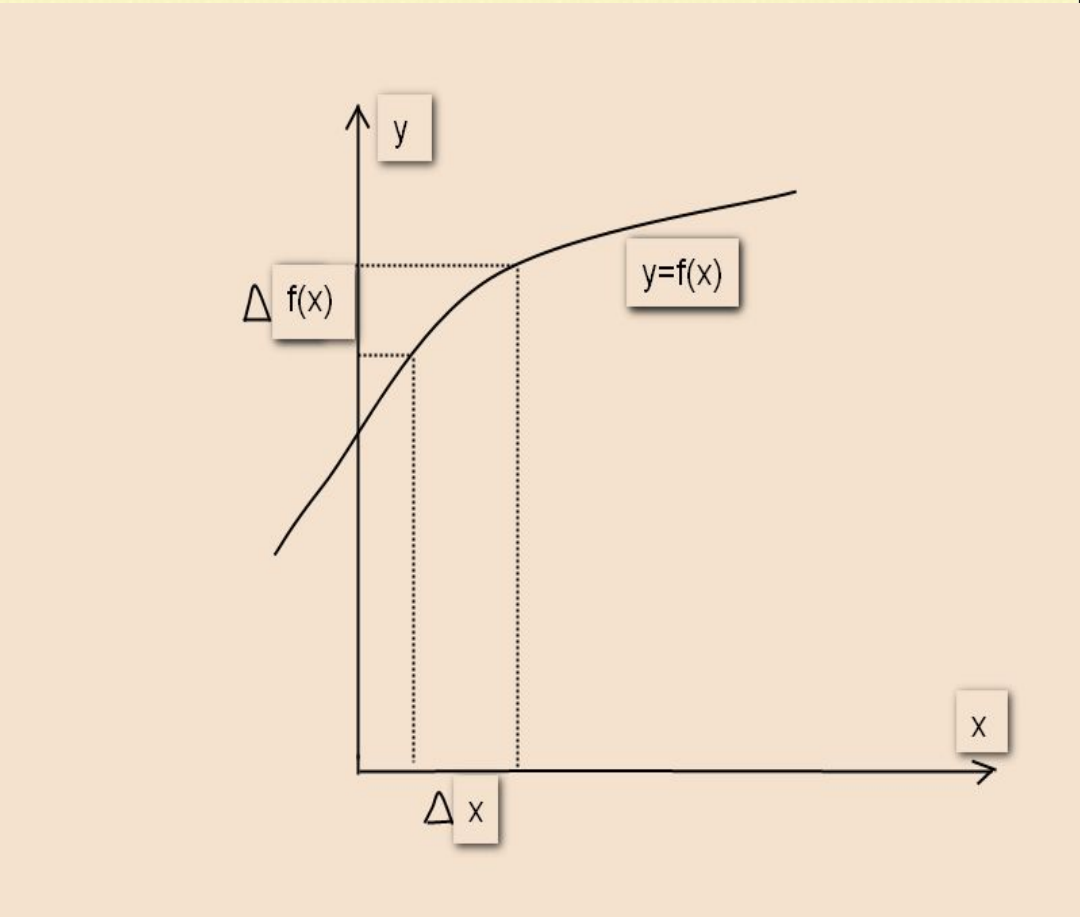
Цель урока:

- Повторить понятие производной функции, ее физический смысл, основные формулы дифференцирования; ввести понятие первообразной функции, научиться определять является ли функция F(x) первообразной для функции f(x).
- Развитие умения сравнивать, обобщать, классифицировать, анализировать, делать выводы.

Определение производной функции?

Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента , стремиться к нулю.

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$



Устная работа

1

cosx

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

-sinx+12

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Устная работа

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

-cosx

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Используя определение производной функции, решают ряд задач в алгебре, физике, химии.

Рассмотрим физический смысл производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

материальная точка

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

s(t) закон движения

Задача: Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 + 2t$ (где $s(t)$ – измеряется в м). Найдите скорость точки в момент времени $t=2c$.

Решение:

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$v(t) = 3t^2 + 2$$

$$v(2) = f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Ответ: 14 м/с.

Задача: По прямой движется материальная точка, скорость которой в момент времени t задается формулой $v(t) = 3t^2$. Найдите закон движения.

Решение: Пусть $s(t)$ – закон движения

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

надо найти функцию, производная которой равна $3t^2$.

Эта задача решена верно, но не полно.

Эта задача имеет бесконечное множество решений.

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} 3t^2$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} 3t^2$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} 3t^2$$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} 3t^2$$

можно сделать вывод, что любая функция вида **$s(t)=t^3+C$** является решением данной задачи, где C любое число.

При решении задачи, мы, зная производную функции, восстановили ее первичный образ.

Эта операция восстановления - операция интегрирования.

Востановленная функция – первообразная (первичный образ функции)

Операция дифферен-цирования	$\downarrow$	функция $y = F(x)$ (первообразная) $y = f(x)$ производная	$\uparrow$	Операция интегри-рования

Определение первообразной

$y = F(x)$ называют первообразной для $y = f(x)$ на промежутке X, если при $x \in X$

$$F'(x) = f(x)$$

Операция дифферен-цирования

функция $y = F(x)$
(первообразная)
$y = f(x)$
производная

Операция интегри-рования

В математике много операций которые являются обратными

$3^2 = 9$

? $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

? $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

Сегодня мы познакомились с новой операцией
интегрирование

? дифференцирование

Показать, что функция $F(x) = \frac{x^5}{5} + 1$

является первообразной для функции

$$f(x) = x^4$$

Решение:

$$F'(x) = \left(\frac{x^5}{5} + 1\right)' = \frac{5x^4}{5} = x^4 = f(x)$$

Показать, что функция

$$F(x) = 1 + \sin 2x$$

является первообразной для функции

$$f(x) = 2\cos 2x$$

Решение:

$$F'(x) = (1 + \sin 2x)' = 2\cos 2x = f(x)$$

Запомните: Первообразная – это родитель производной: $f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

f(x)	F(x)
1	$x + C$
x^n, n≠1	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\mathrm{ctg}\, x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\mathrm{tg}\, x + C$
e^x	$e^x + C$
a^x $a > 0, a \neq 1$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

Задача:

Найдите все первообразные для функций:

f(x)=3

f(x)= x^2

f(x)=cosx

f(x)=12

f(x)=x^5

Три правила нахождения первообразных

1° Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а $G(x)$ – первообразная для $g(x)$, то $F(x) + G(x)$ есть первообразная для $f(x) + g(x)$.

2° Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k – постоянная, то функция $kF(x)$ есть первообразная для $kf(x)$.

3° Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b – постоянные, причем $k \neq 0$, то функция $\frac{1}{k}F(kx + b)$ есть первообразная для $f(kx + b)$.

Три правила нахождения первообразных

Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ имеют на промежутке первообразные соответственно $y=F(x)$ и $y=G(x)$, то

Функция	Первообразная
$y = f(x) + g(x)$	$y = F(x) + G(x)$
$y = k\,f(x)$	$y = k\,F(x)$
$y = f(kx + m)$	$y = \frac{1}{k}F(kx + m)$

Найти первообразные для функции

$$f(x) = 5x^3 + e^{2x+7} - 4\cos x$$

Решение:

$$F(x) = 5 \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} e^{2x+7} - 4\sin x + C$$

Первообразная

Подведем итоги урока.

С какой новой операцией вы познакомились?

Интегрирование.

Интегрирование – это операция, которая является обратной для операции

дифференцирования.

Как называется процесс нахождения первообразной функции?

Нахождение первообразной функции.

Что значит найти первообразную для функции?

Найти первичный образ функции, т.е. вид функции до того как нашли её производную.

Самостоятельно

Для функции y=f(x) найдите хотя бы одну первообразную:

а) $f(x) = 3x^4 - 5x^2$

б) $f(x) = 3\cos x - \sin x$

в) $f(x) = \cos x + \frac{1}{\sin^2 x}$

г) $f(x) = \frac{1}{x} - 2e^x$

д) $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

е) $f(x) = (3x - 12)^4$

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$