



Тема 2. Конвекция

Лекции 6, 7



§ 1. Основные положения переноса теплоты



Теплоотдача – процесс теплообмена в двухфазной системе на границе раздела фаз (например, теплообмен между продуктами сгорания топлива и поверхностью металлических заготовок, нагреваемых в печи).



Теплопередача – процесс теплообмена между двумя средами, разделенными твердой перегородкой (например, теплообмен между дымом и нагреваемым воздухом через стенку теплообменника).



Процесс переноса теплоты характеризуется вектором плотности теплового потока \vec{q} , проекция которого на нормаль к некоторой поверхности представляет собой количество теплоты, проходящее через единицу этой поверхности за единицу времени, Вт/м².



Различают три вида теплообмена.



- Если перенос теплоты осуществляется за счет хаотического теплового движения или тепловых колебаний микрочастиц (молекул, атомов, ионов), то такой процесс называют **теплопроводностью (кондуктивным теплообменом)**.



- Если перенос теплоты в движущейся жидкости или газе осуществляется за счет перемещения объемов среды из области с одной температурой в область с другой температурой, то такой процесс называют **конвекцией тепла**.



- **Перенос тепла излучением (радиационный теплообмен)** осуществляется в результате распространения электромагнитных волн.



Чем резче меняется температура, тем интенсивнее происходит процесс теплопроводности. На этом предположении основан постулат Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T ,$$

где λ , Вт/(м · К) – коэффициент теплопроводности, физический параметр вещества, характеризующий его способность проводить теплоту. Зависит от температуры, а для газов (кроме инертных) – также и от давления.



Жан Батист Жозеф Фурье (1768–1830) – французский математик и физик. В 1807 и 1811 годах он представил Парижской АН свои открытия по теории распространения теплоты в твердом теле, а в 1822 году опубликовал работу «Аналитическая теория тепла».



Введем обозначение

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}, \text{ м}^2/\text{с} -$$

коэффициент температуропроводности, характеризующий интенсивность молекулярного переноса теплоты.

Будем считать, что плотность и изобарная теплоемкость (c_p , Дж/(кг · К) – теплоемкость при постоянном давлении) – постоянные величины.

Тогда закон Фурье можно представить в виде:

$$\vec{q} = -a \cdot \text{grad } i,$$

где $i = \rho \cdot c_p \cdot T$, Дж/м³ – объемная энтальпия, т. е. количество теплоты, содержащееся в единице объема вещества с температурой T).





Существует аналогия между молекулярным переносом импульса (трением в ламинарном потоке) и теплоты (теплопроводностью). Можно заметить, сравнивая формулы

$$\tau = \nu \cdot \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial y} \text{ (§ 3 темы 1) и } q = -a \cdot \frac{\partial(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\partial y},$$

что плотность потока обеих субстанций (импульса и теплоты) пропорциональна градиенту объемной плотности соответствующей субстанции (импульса и энтальпии), а коэффициентом пропорциональности является коэффициент переноса, имеющий размерность $\text{м}^2/\text{с}$.



§ 2. Основные понятия конвективного теплопереноса

Так как плотность потока массы равна $\rho \cdot \dot{w}$, а массовая энтальпия равна $c_p \cdot T$, то плотность конвективного теплового потока

$$\dot{q}_{\text{КОНВ}} = \rho \cdot \dot{w} \cdot c_p \cdot T.$$

Процесс конвективного теплопереноса тесно связан с молекулярным переносом теплоты. Следовательно, суммарная величина плотности теплотока в движущейся теплопроводной жидкости

$$\dot{q} = \dot{q}_{\text{КОНВ}} + \dot{q}_{\text{ТЕПЛ}} = \rho \cdot \dot{w} \cdot c_p \cdot T - \lambda \cdot \text{grad}T.$$



В случае конвективной теплоотдачи плотность теплопотока на поверхности определяется по формуле Ньютона:

$$q_w = \alpha \cdot (T_0 - T_w),$$

где α , Вт/(м²·К) – коэффициент теплоотдачи,
 T_0 и T_w – температура жидкости и поверхности.

Плотность теплопотока на поверхности зависит от:

- скорости и направления движения жидкости;
- режима движения;
- температуры потока и температуры поверхности;
- физических свойств жидкости (прежде всего от λ);
- формы и качества поверхности твердого тела.

Вся сложность процесса теплоотдачи учитывается коэффициентом α , который зависит от тех же факторов, что и величина q_w .





Скорость жидкости на поверхности обтекаемого ею тела равна нулю, следовательно, перенос теплоты через бесконечно тонкий приповерхностный слой неподвижной жидкости может осуществляться лишь за счет молекулярной теплопроводности.



На основании закона сохранения энергии можно приравнять плотность теплотока на поверхности, найденную из постулата Фурье и по формуле Ньютона. В результате получим дифференциальное уравнение конвективной теплоотдачи:



$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} = \alpha \cdot \Delta T ,$$

где n – координата, направленная по нормали к поверхности, $n = 0$ соответствует точке на поверхности;

λ – коэффициент теплопроводности жидкости;

$\Delta T = T_0 - T_w$ – температурный напор.





Дифференциальное уравнение конвективной теплоотдачи позволяет получить формулу для коэффициента теплоотдачи, которая дает возможность найти эту величину.

Если известно распределение температуры вблизи поверхности и заданы величины ΔT и λ , то

$$\alpha = \frac{\lambda}{\Delta T} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} .$$

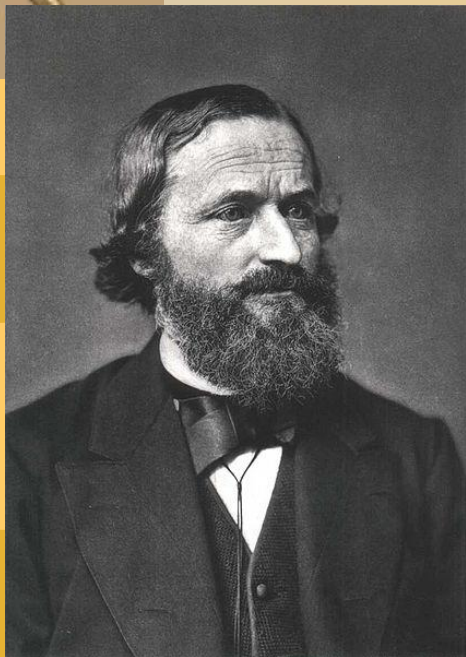
Знаком « \rightarrow » пренебрегают, так как α принято считать величиной положительной.

Фото «Разливка стали. Урал».

*Автор –
Георгий Розов*



§ 3. Дифференциальное уравнение энергии Фурье–Кирхгофа

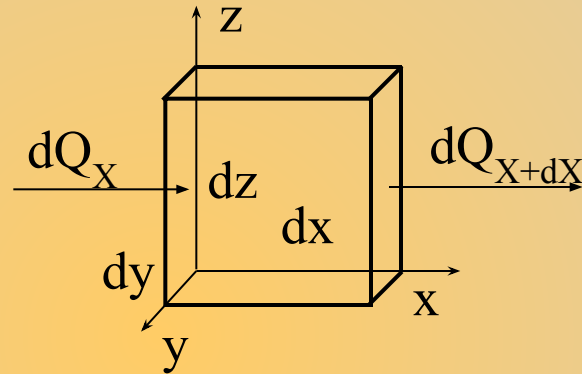


Густав Роберт Кирхгоф (1824–1887) – немецкий физик. Один из создателей спектрального анализа. В 1859 году на заседании Прусской АН Кирхгоф сделал сообщение об открытии закона теплового излучения, согласно которому отношение испускательной способности тела к поглощательной одинаково для всех тел при одной и той же температуре. В 1862 году он ввел понятие «абсолютно черного тела» и предложил его модель.

Рассмотрим поток несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$) с произвольным распределением температуры $T(x, y, z, t)$ и скорости. Считаем, что скорость невелика, то есть нет выделения теплоты из-за вязкого трения; отсутствуют внутренние источники теплоты, и теплофизические свойства жидкости – постоянны.



В неподвижной системе координат выделим элементарный объем dV – прямоугольный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz :



Составим баланс теплоты для этого объема, то есть разность поступившей и вышедшей теплоты приравняем изменению энтальпии.

В направлении оси x за время dt в параллелепипед поступает количество теплоты

$$dQ_x = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt.$$



Через противоположную грань выходит

$$dQ_{X+dX} = q_{X+dX} \cdot dy \cdot dz \cdot dt,$$

где проекция вектора плотности теплопотока на ось x для правой грани находится путем разложения в ряд Тейлора (ограничиваемся первыми двумя слагаемыми этого ряда):

$$q_{X+dX} = q_X + \frac{\partial q_X}{\partial x} \cdot dx .$$

Разность между поступившим в параллелепипед количеством теплоты и вышедшим из него составит

$$d^2Q_X = dQ_X - dQ_{X+dX} = -\left(\frac{\partial q_X}{\partial x}\right) \cdot dV \cdot dt.$$





Повторяя эти рассуждения для осей y и z , и суммируя полученные выражения, найдем результирующее количество теплоты, оставшееся в параллелепипеде за время dt в результате переноса теплоты через его объем:

$$d^2Q = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \cdot dV \cdot dt = - \operatorname{div} \vec{q} \cdot dV \cdot dt .$$

С другой стороны, изменение энтальпии в жидкости в объеме dV за время dt составит

$$d^2Q = \rho \cdot c_p \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dt .$$

Приравнивая, получим:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = - \operatorname{div} \vec{q} .$$





Процесс теплопереноса обусловлен двумя механизмами: переносом за счет молекулярной теплопроводности и чисто конвективным переносом из-за перемещения теплоты вместе с движущейся жидкостью.



Подставив сюда выражение для суммарной величины плотности теплототока, переносимого конвекцией и теплопроводностью (§ 2), получим:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho \cdot c_p \cdot \operatorname{div}(\vec{w} \cdot T) + \lambda \cdot \operatorname{div} \operatorname{grad} T.$$

Разделим на $\rho \cdot c_p$, распишем $\operatorname{div}(\vec{w} \cdot T)$ и учтем, что

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} :$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -T \cdot \operatorname{div} \vec{w} - \vec{w} \cdot \operatorname{grad} T + a \cdot \nabla^2 T.$$



Переносим второе слагаемое правой части уравнения влево, получим слева субстанциальную производную температуры по времени.



Учтем также, что в соответствии с уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости $\operatorname{div} \vec{w} = 0$ (§ 4 темы 1).

Получим окончательно:



$$\frac{dT}{dt} = a \cdot \nabla^2 T,$$

или:



$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right).$$



§ 4. Тепловой пограничный слой



Рассмотрим неограниченный стационарный ламинарный поток жидкости с постоянной температурой T_0 , направленный вдоль полубесконечной плоской поверхности. Температура поверхности постоянна по длине и равна T_w .



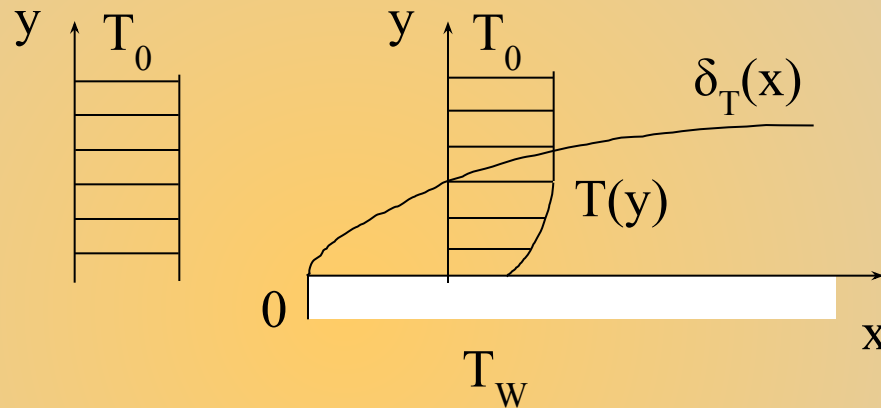
Из-за теплообмена приповерхностных слоев жидкости с поверхностью их температура изменяется.



Тепловым пограничным слоем называется тонкая по сравнению с размерами потока зона, в пределах которой имеется градиент температуры и вызванный наличием этого градиента перенос теплоты поперек потока за счет молекулярной теплопроводности (при ламинарном режиме).



По мере удаления от кромки поверхности толщина пограничного слоя нарастает, так как охлаждающее или нагревающее влияние поверхности распространяется на все новые слои жидкости:



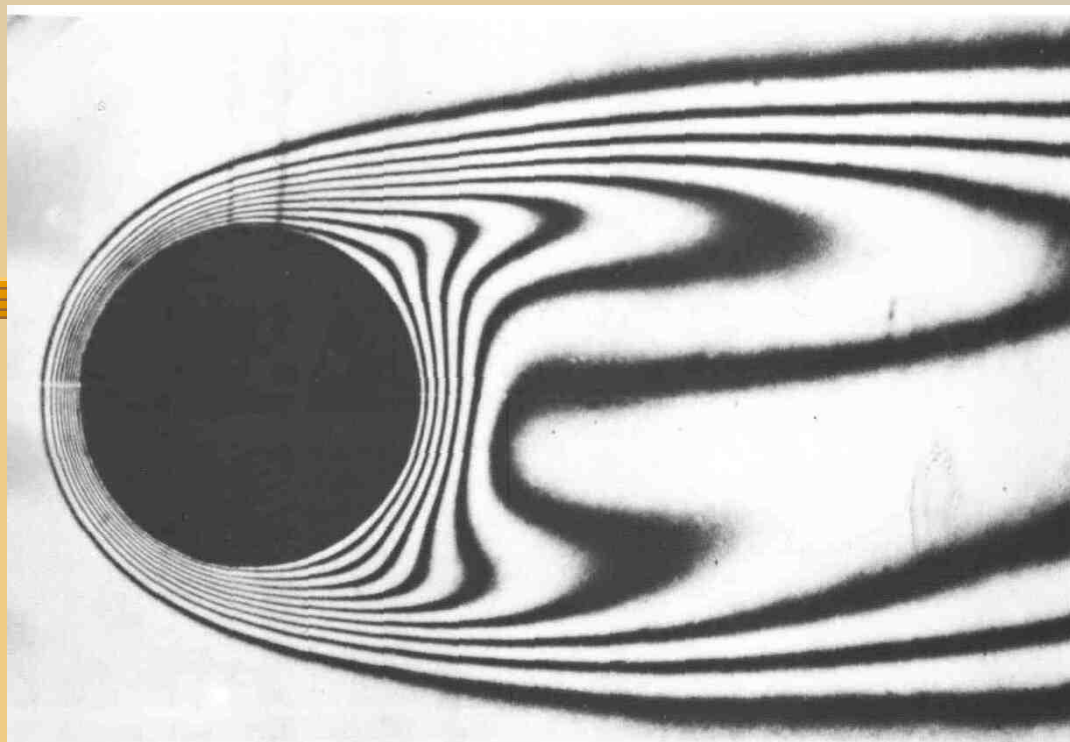
Соотношение толщин гидродинамического и теплового пограничных слоев должно зависеть от соответствующих коэффициентов переноса:

$$\frac{\delta}{\delta_T} \sim \frac{\nu}{a} = \text{Pr} -$$

критерий Прандтля.



Фото из «Альбома течений жидкости и газа» М. Ван-Дайка



Охлаждение цилиндра в потоке. Интерферометр Маха-Цендера демонстрирует изотермы в сравнительно толстом тепловом пограничном слое при числе Рейнольдса 120, а также отрывный ламинарный след. Нагретый медный цилиндр диаметром 1 дюйм пересекает вполне развитое ламинарное течение воздуха в прямоугольном канале. Асимметрия в вертикальном направлении получается из-за свободной конвекции. [Eckert, Soehngen, 1952]

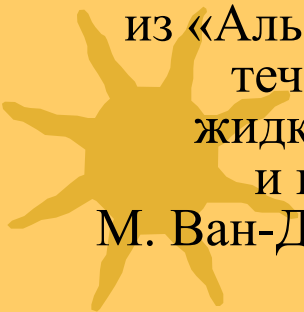
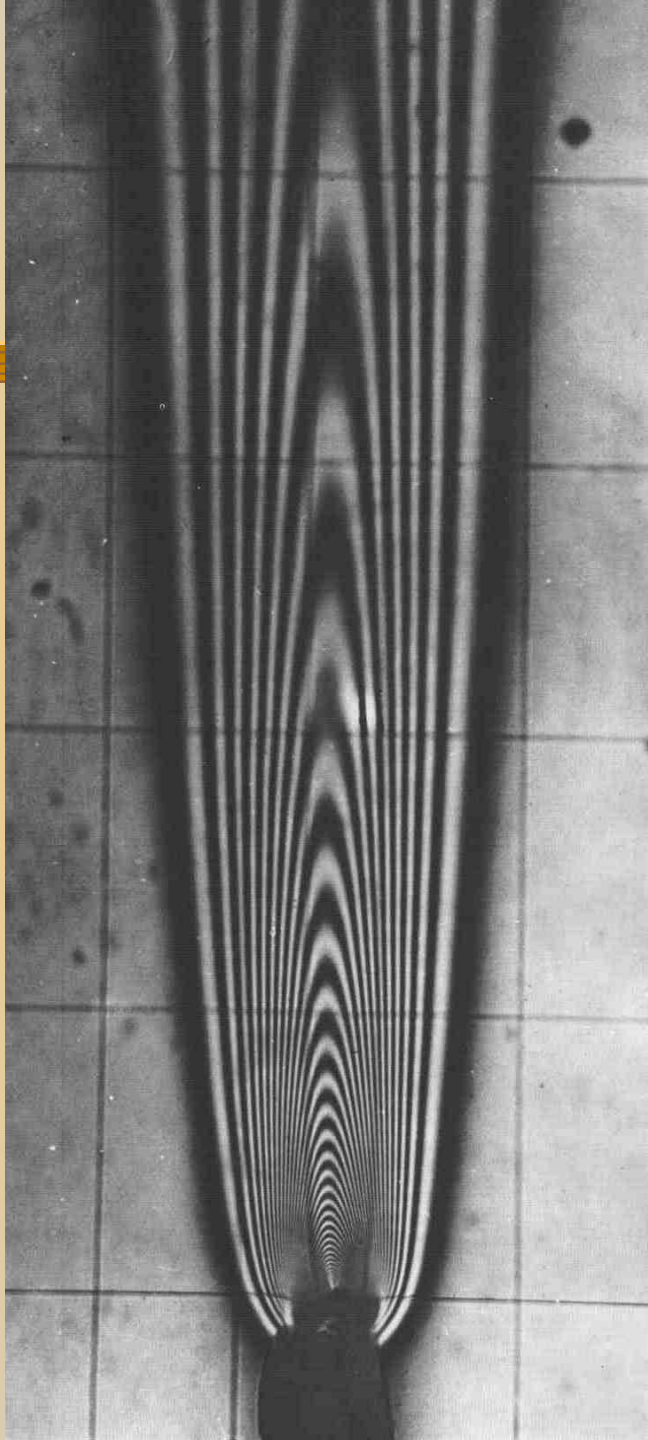


Фото
из «Альбома
течений
жидкости
и газа»
М. Ван-Дайка



Плоский конвективный факел, поднимающийся от нагретой горизонтальной проволоки. Тонкая проволока длиной 6 дюймов нагревается электрическим током в атмосферном воздухе. Каждая полоса на этой интерферограмме соответствует перепаду температур $4,4^{\circ}\text{C}$. Проволочки отсчетной координатной сетки образуют прямоугольники $1/2$ на $1/4$ дюйма. В хорошем согласии с автомодельными решениями уравнений пограничного слоя ширина факела растет пропорционально высоте в степени $2/5$. [Gebhart, Pera, Schorr, 1970]