

# «Математический маятник»

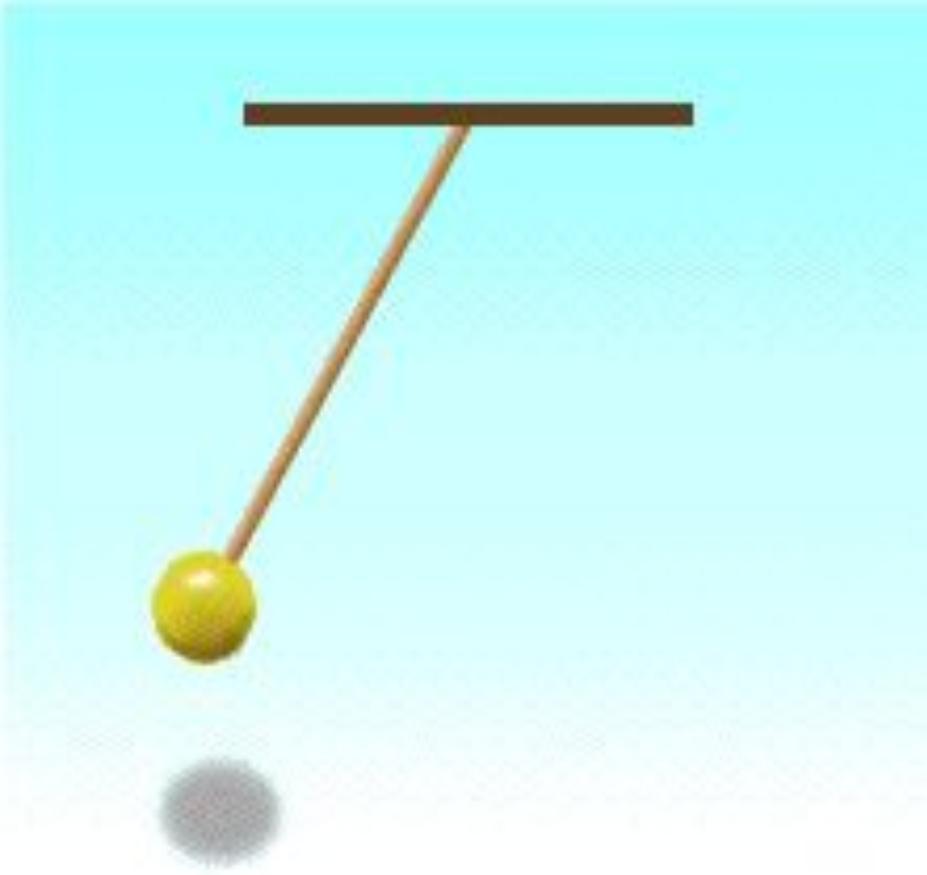


## Модели колебательных систем.



Математический маятник.

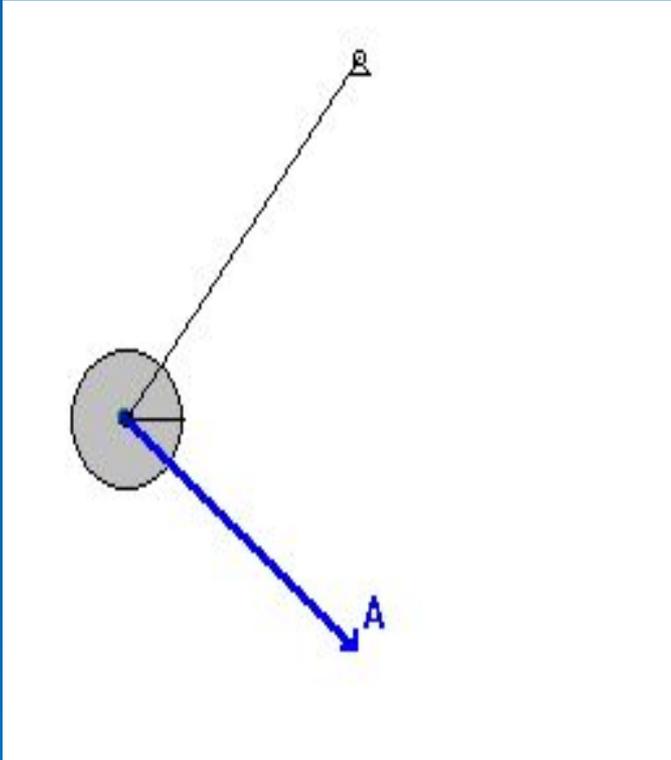
Пружинный маятник.



**Математический маятник**  
это материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити.

*Реальный маятник можно считать математическим, если длина нити много больше размеров подвешенного на ней тела, масса нити ничтожна мала по сравнению с массой тела, а деформации нити настолько малы, что ими вообще можно пренебречь.*

# Причинами свободных колебаний математического маятника являются:



1. Действие на маятник силы натяжения и силы тяжести, препятствующей его смещению из положения равновесия и заставляющей его снова опускаться.

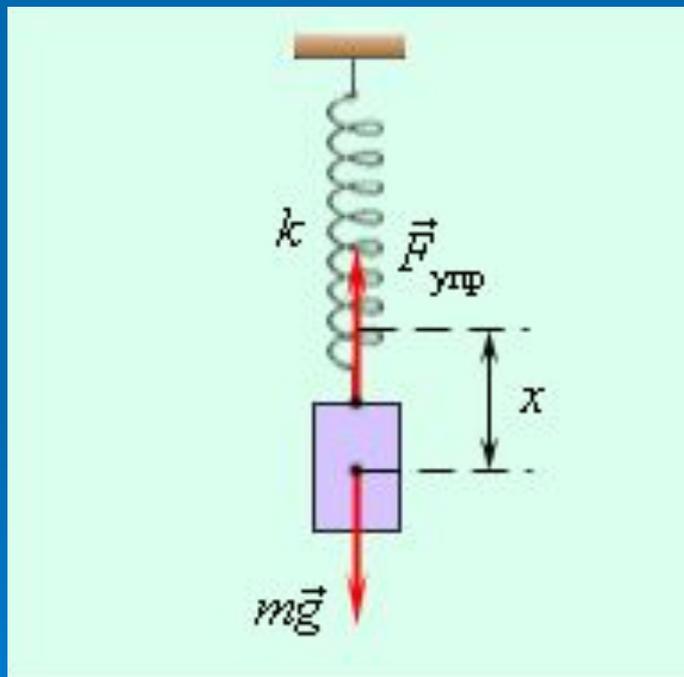
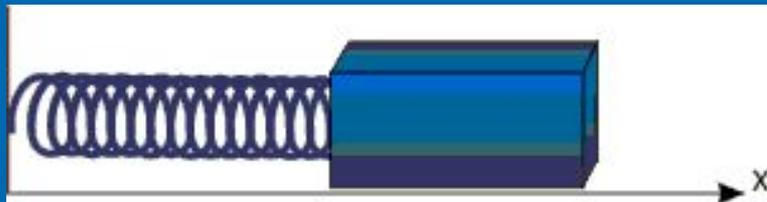
2. Инертность маятника, благодаря которой он, сохраняя свою скорость, не останавливается в положении равновесия, а проходит через него дальше.

Период свободных колебаний математического маятника не зависит от его массы, а определяется лишь длиной нити и ускорением свободного падения в том месте, где находится маятник.



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

# Пружинный маятник



- Материальная точка, закрепленная на абсолютно упругой пружине

Циклическая частота и период колебаний равны, соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

Уравнение движения маятника

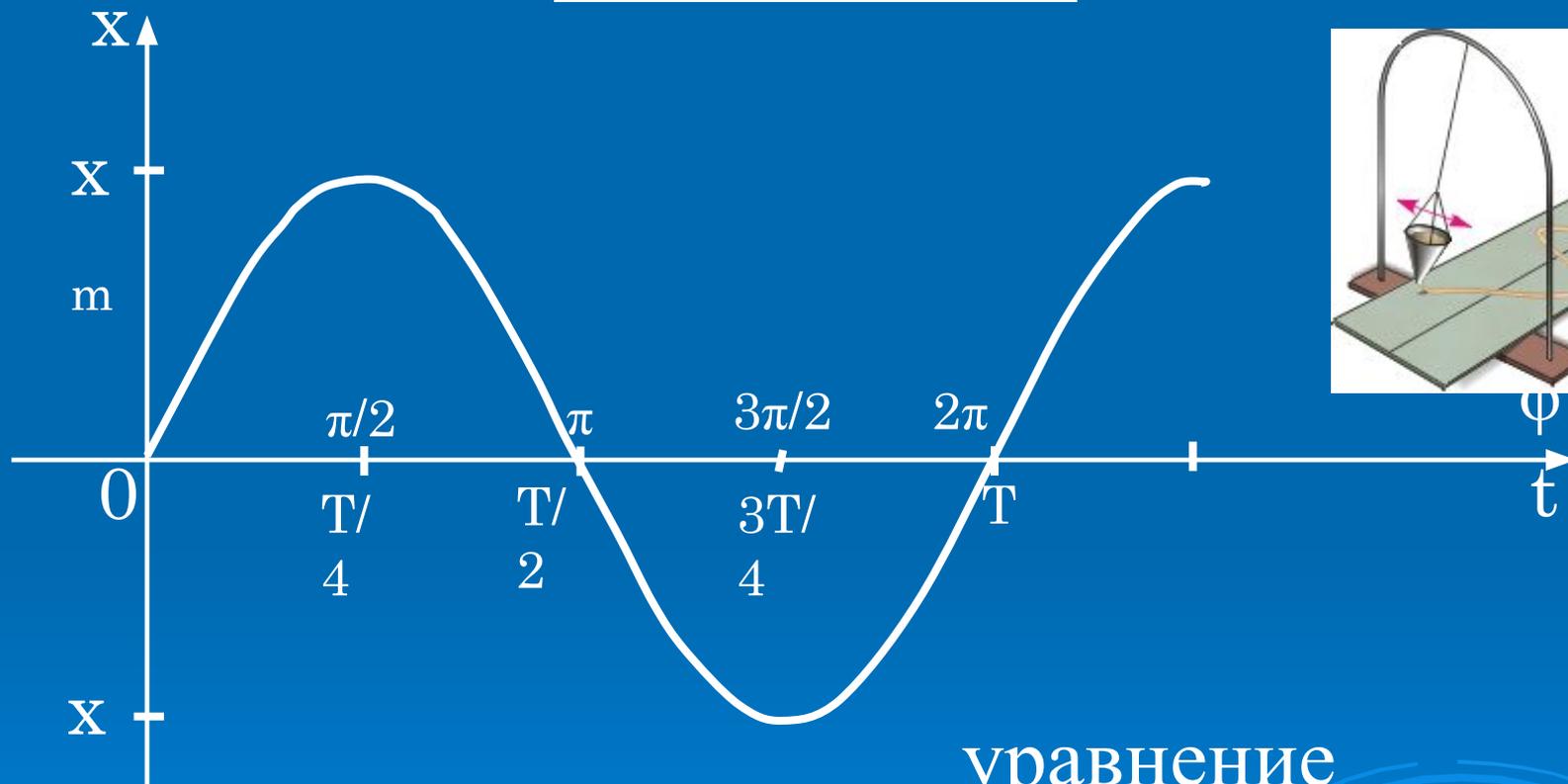
$$ma = -m\omega^2 x = -kx$$

где  $k = m\omega^2$  - коэффициент "жесткости".

Периодические изменения физической величины в зависимости от времени, происходящие по закону синуса или косинуса,

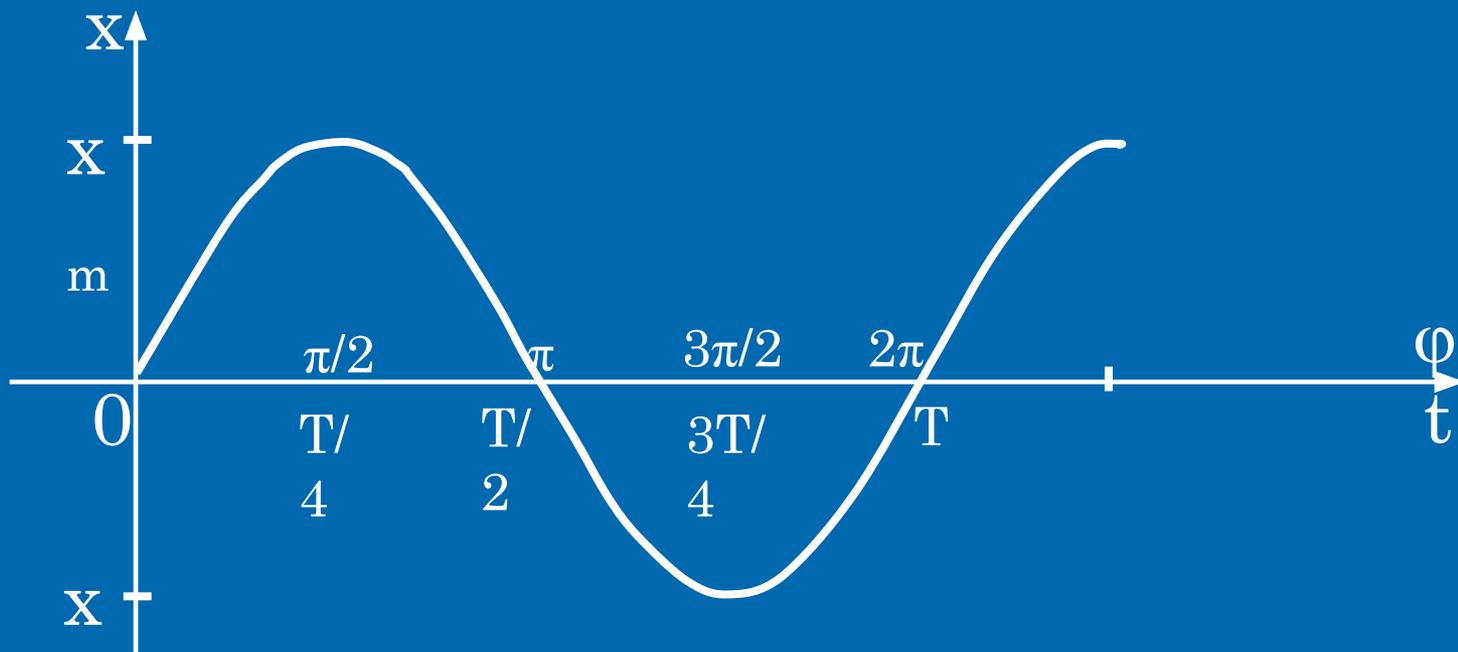
называются

## ГАРМОНИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ



$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

уравнение  
гармонического  
колебания



- $x_m$  – модуль максимального смещения точки от положения равновесия называется амплитудой;

Амплитуда обозначается обычно латинской буквой с индексом «М», например:  $x_M, I_M$ .

- $T$  – время одного полного колебания называется периодом;
- $T = t/n$ , где  $n$  – число полных колебаний
- $x$  – смещение точки от положения равновесия в данный момент времени.

- число колебаний в единицу времени называется частотой;

$\nu = 1/T$  – линейная частота колебаний

$$\nu = n/t \quad [\nu] = 1/c = 1 \text{ Гц (Герц)} = c^{-1}$$

$\omega_0 = 2\pi/T$  – циклическая частота колебаний

$$[\omega_0] = \text{рад/с}$$

- $\varphi$  – фаза колебаний, которая определяет состояние колебательной системы в любой момент времени;

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 \quad [\varphi] = \text{рад}$$

# Видеофрагмент 1



- Резонанс – это явление, при котором резко возрастает амплитуда вынужденных колебаний (происходит наиболее полная передача энергии от одной колебательной системы к другой )

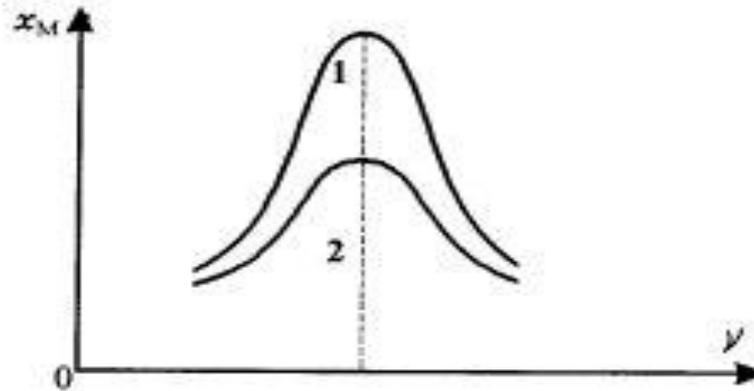
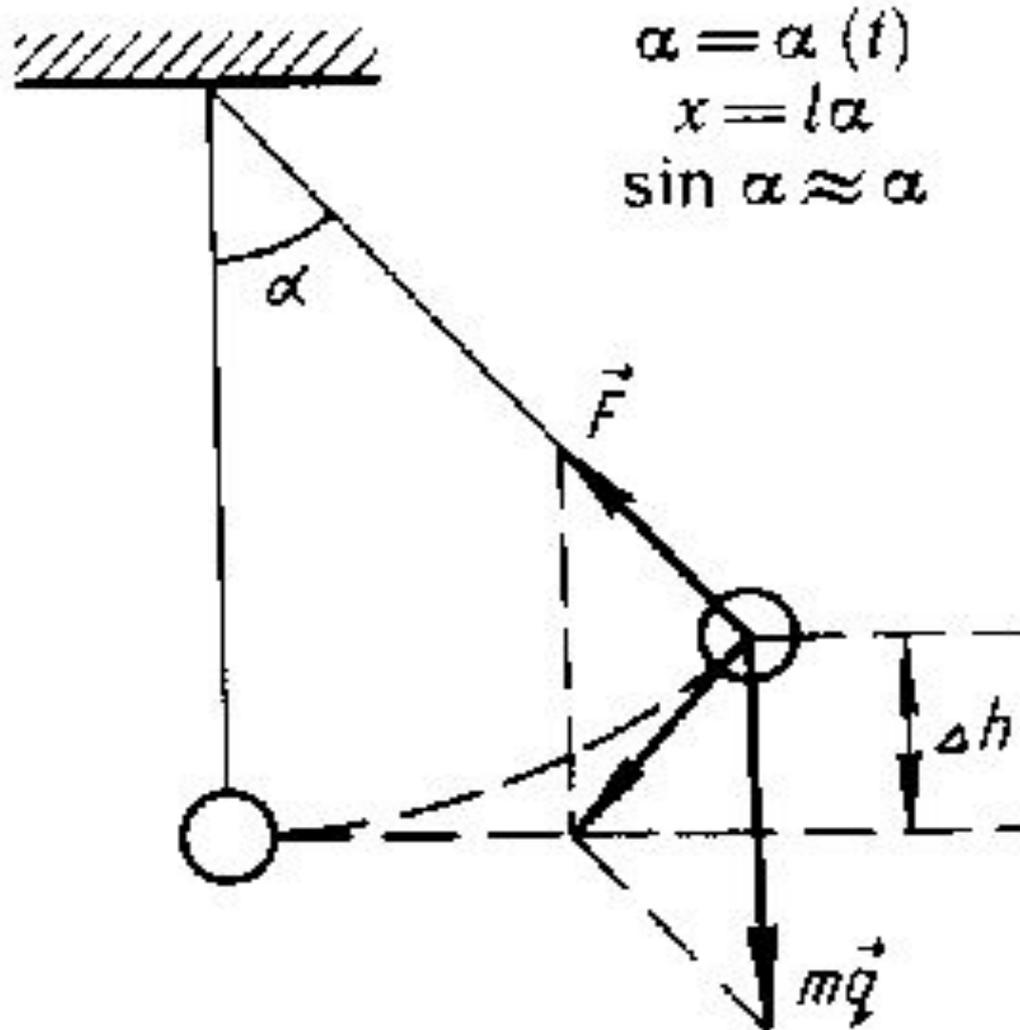


График зависимости амплитуды  $x_M$  вынужденных колебаний от частоты  $\nu$  внешней силы.

1 — малая сила трения; 2 — большая сила трения.

- Чем меньше трение, тем больше возрастает амплитуда резонансных колебаний
- Резонанс наблюдается, когда частота собственных колебаний совпадает с вынужденной частотой  $\nu = \nu_0$

# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

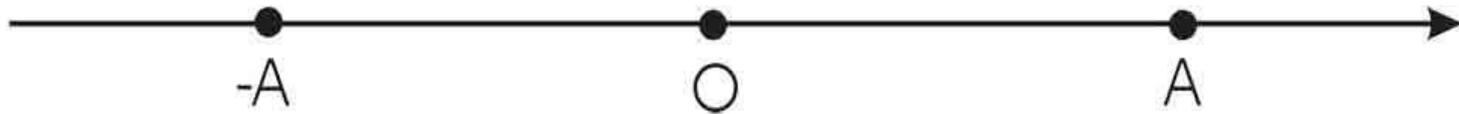
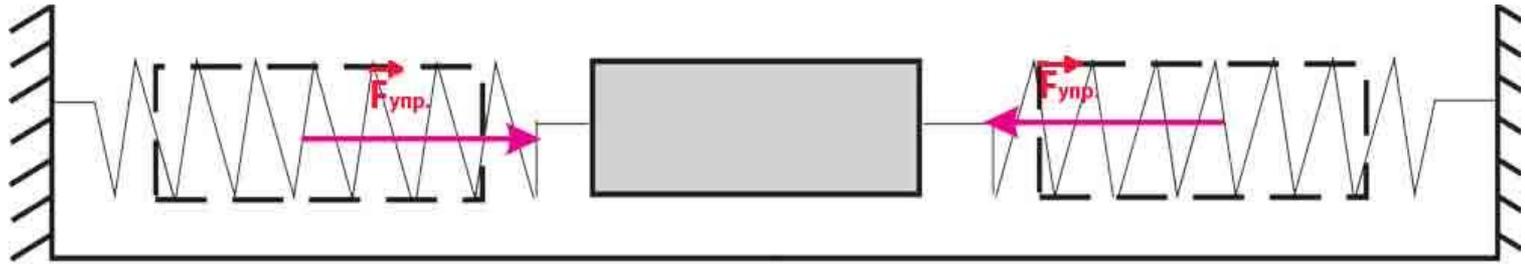


$$W = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

$$W = \frac{mv_m^2}{2} = mgh_{\text{max}}$$



# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА



$F_{упр.} = \max$

$V = 0$

$E_{к.} = 0$

$x = -A$

$E_{р.} = \max$

$F_{упр.} = 0$

$V = \max$

$E_{к.} = \max$

$x = 0$

$E_{р.} = 0$

$F_{упр.} = \max$

$V = 0$

$E_{к.} = 0$

$x = A$

$E_{р.} = \max$

$$W = W_{п} + W_{к} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$W = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}$$



# Колебания

## Простые

Параметры системы не изменяются. Примеры: колебания маятников, рычажных весов.

## Параметрические.

Один из параметров системы изменяется. Примеры: колебания ведер с водой на коромысле.

## Релаксационные.

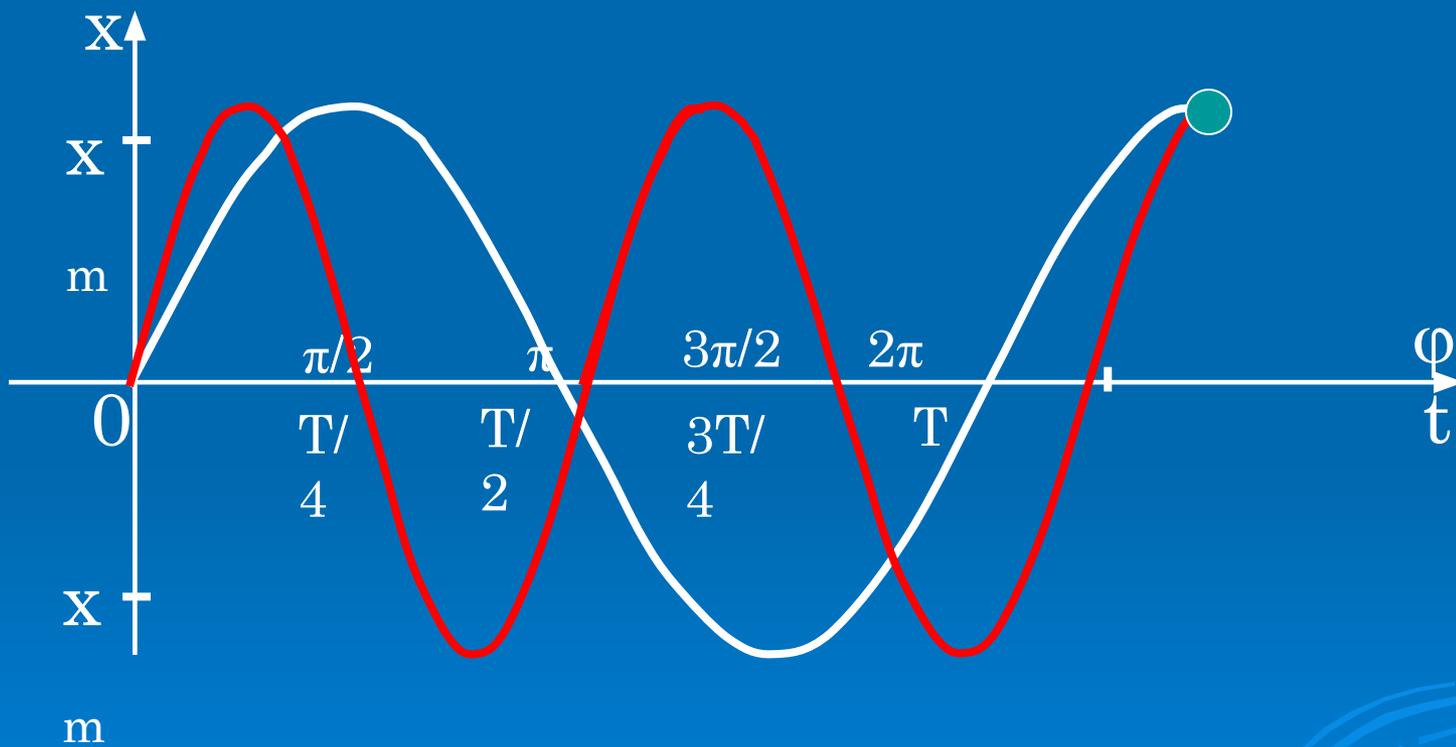
Восстанавливаемые.  
Примеры:  
закручивание пружины в механических часах, подъем гири в часах - ходиках

# Видеофрагмент 2



# Биение





Биение – это периодическое  
изменение амплитуды  
колебаний при сложении двух  
гармонических колебаний с  
очень низкими частотами



# Дома:

- выучить конспект,
- изобразить на рисунке действие сил на тело:

Подвесьте на шнуре груз массой 100 г, поднимите шнур с грузом над столом. Выведите груз из положения равновесия, оттянув его вправо на 4-5 см, и отпустите. Наблюдайте за колебаниями груза. Изобразите на рисунке силы, действующие на груз моменты:

Груз движется влево

Груз проходит положение равновесия

Груз движется влево в крайней левой точке траектории.

- Как направлены вектора скорости и ускорения во всех случаях?  
Почему колебания груза с течением времени затухают?