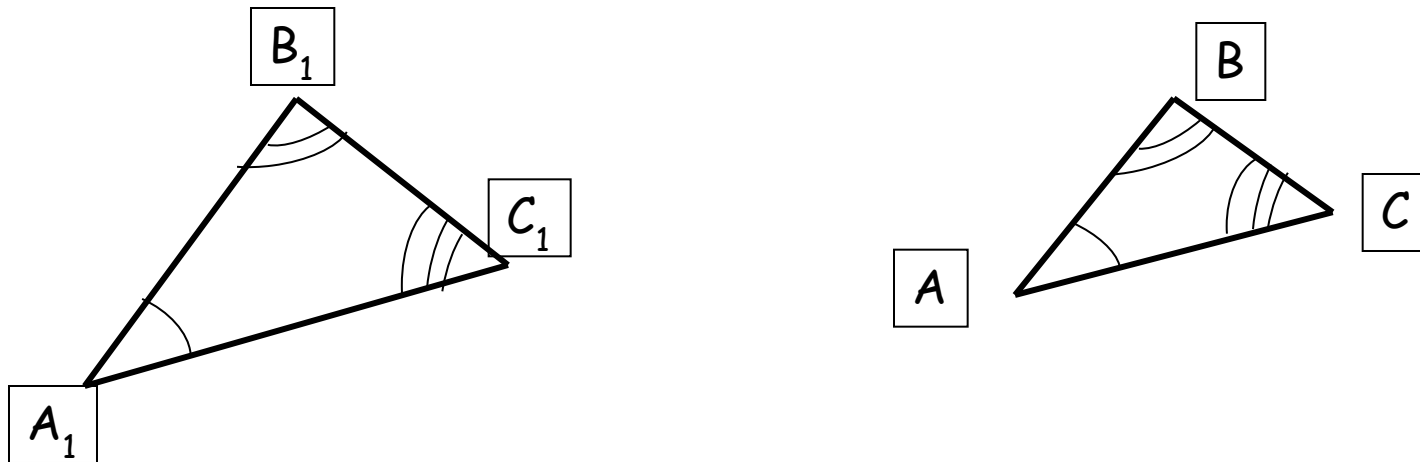


Решение задач на применение  
признаков подобия  
треугольников.

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$$\angle A_1 = \angle A, \quad \angle B_1 = \angle B, \quad \angle C_1 = \angle C,$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k.$$

$$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC,$$

К – коэффициент подобия.

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

# Признаки подобия треугольников

**I признак.** Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны (рис. 42).

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1.$$

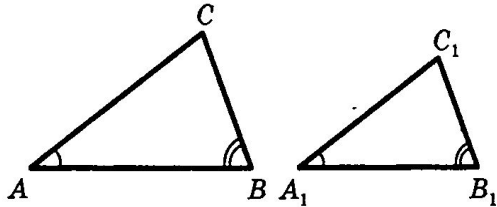


Рис. 42

**II признак.** Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и углы, заключенные между ними, равны, то такие треугольники подобны (рис. 43).

$$\angle A = \angle A_1, \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

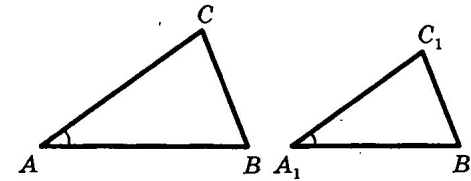


Рис. 43

**III признак.** Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны (рис. 44).

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

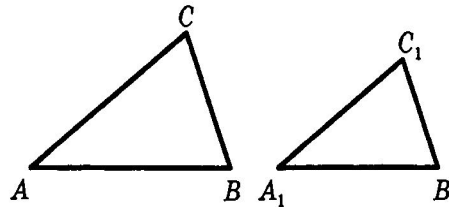
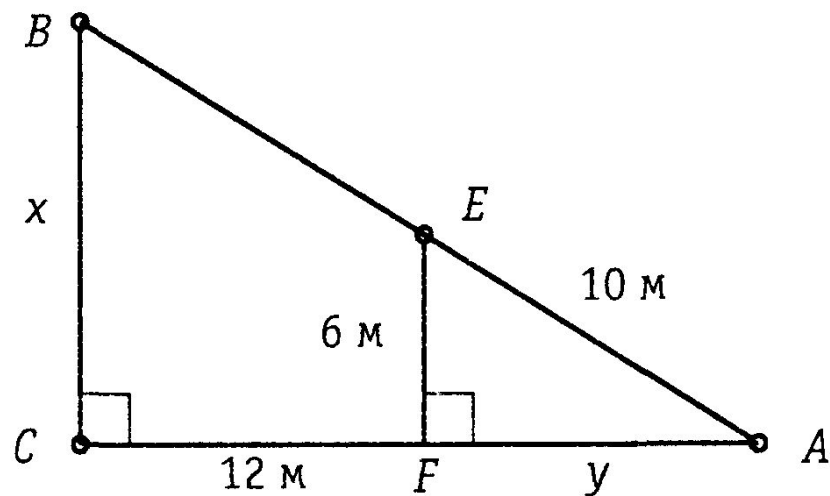


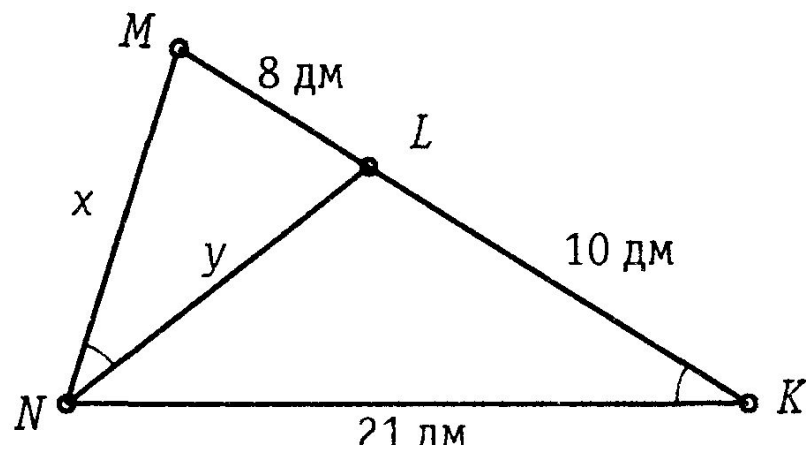
Рис. 44

# Задачи на готовых чертежах.

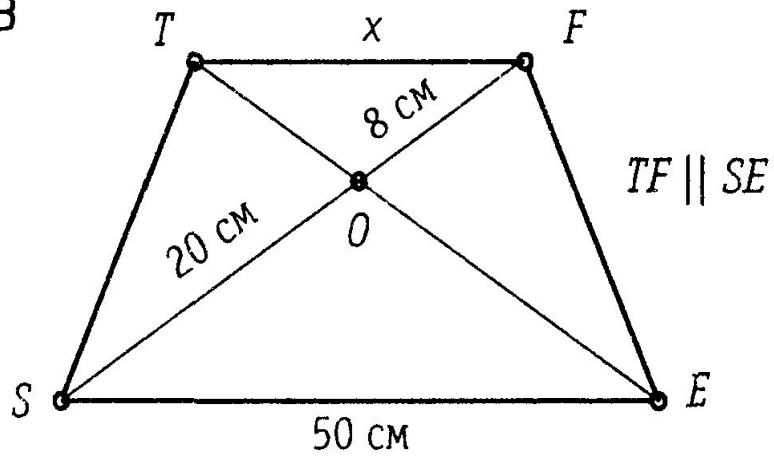
1



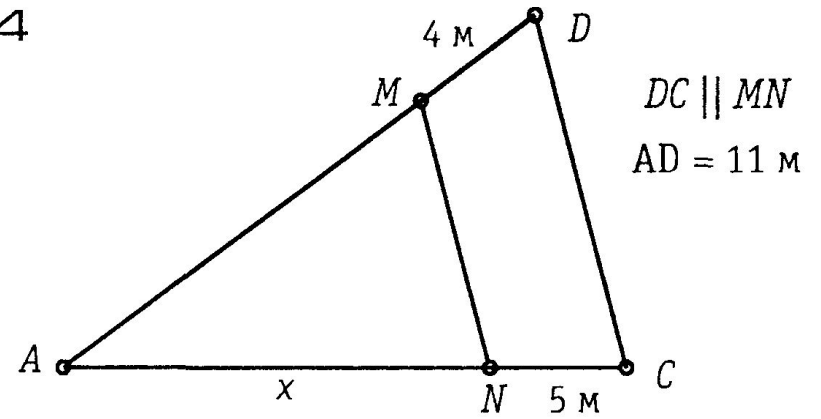
2



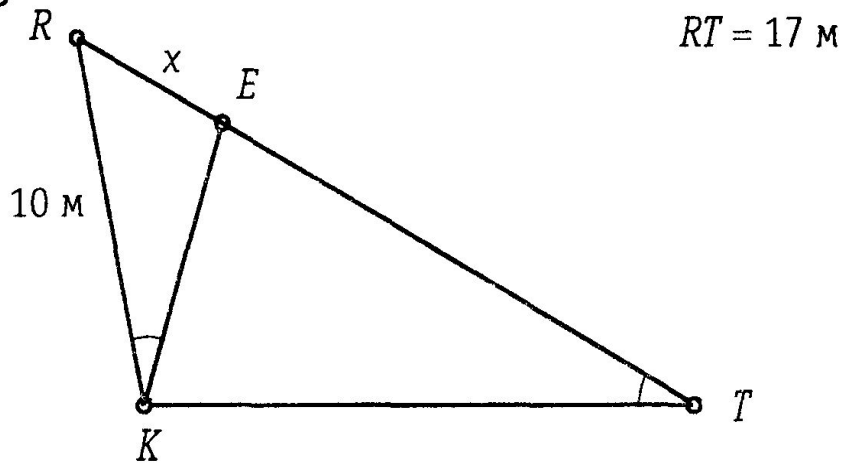
3



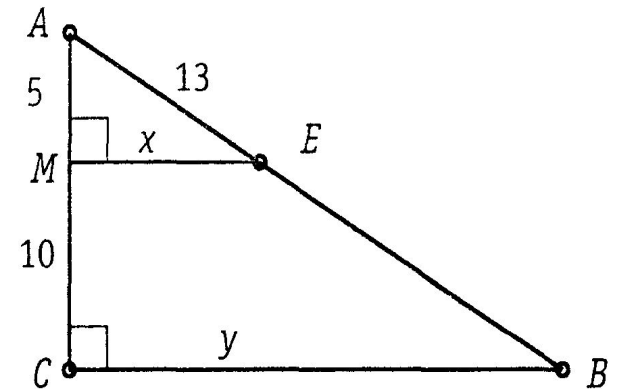
4

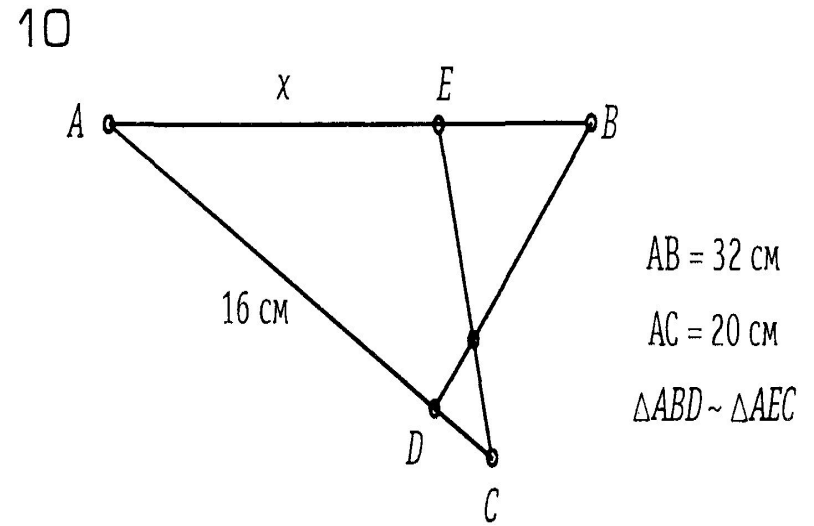
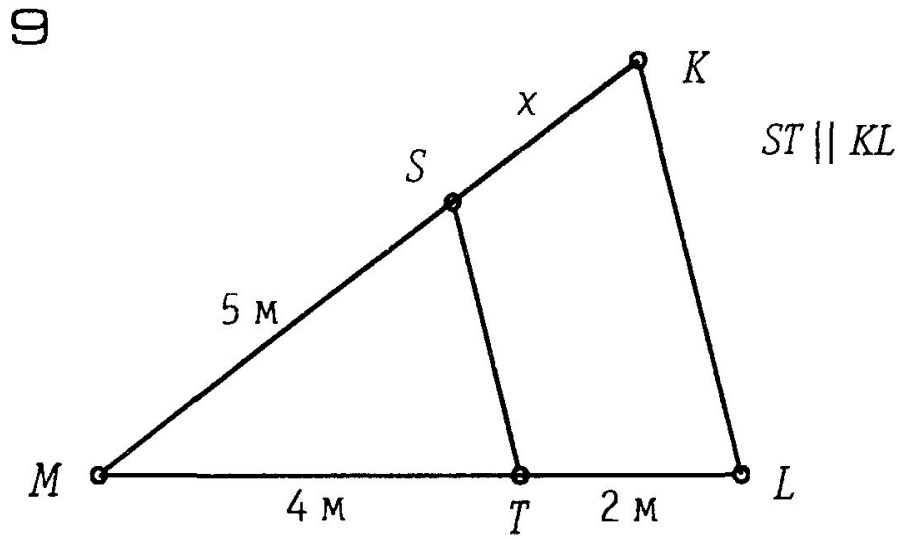
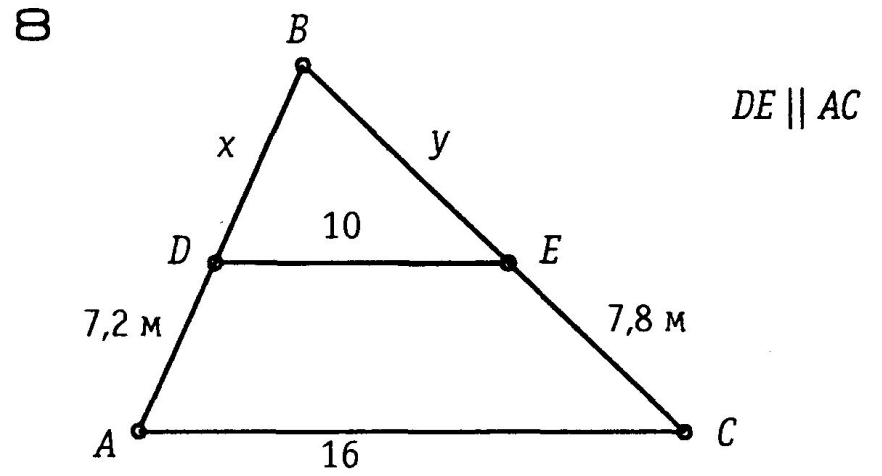
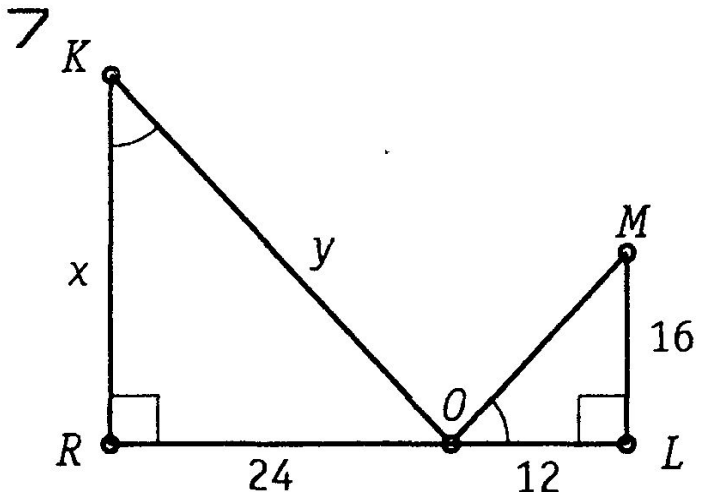


5



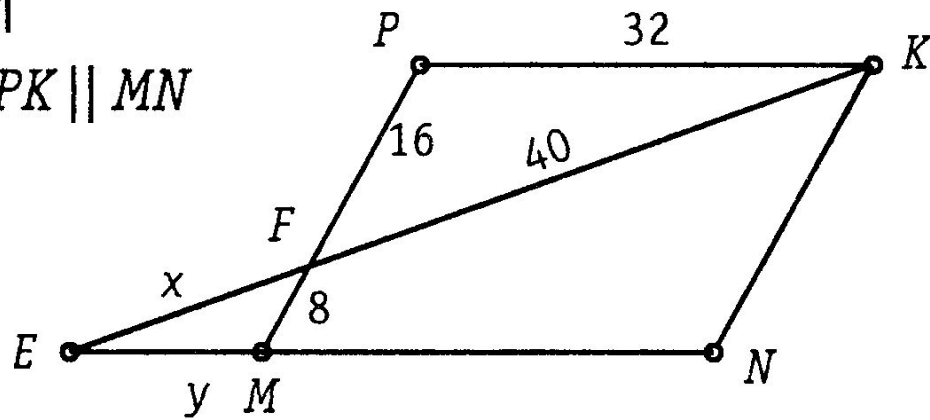
6





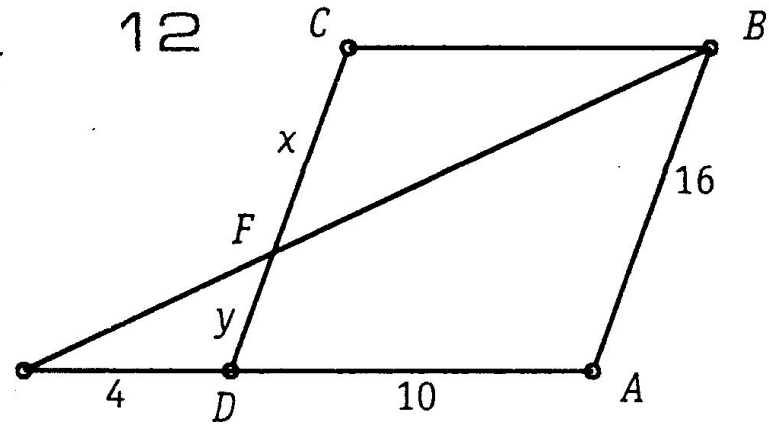
11

$PK \parallel MN$

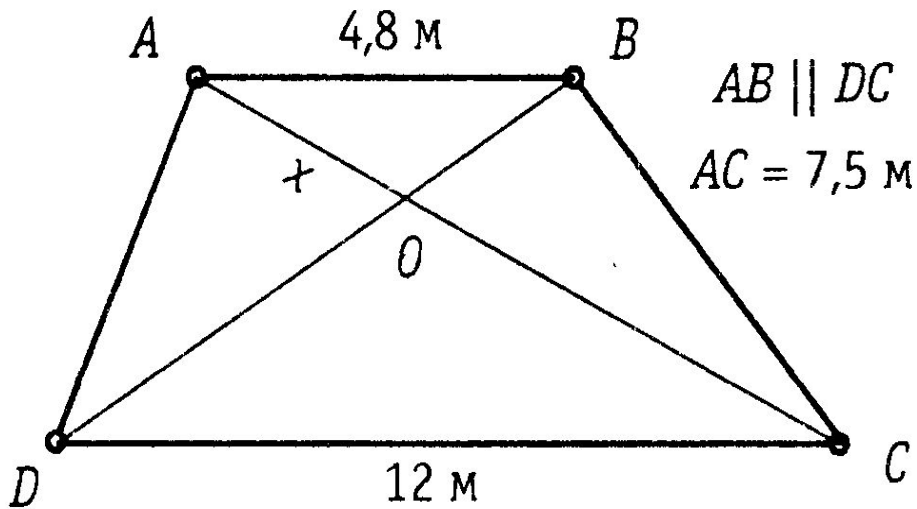


12

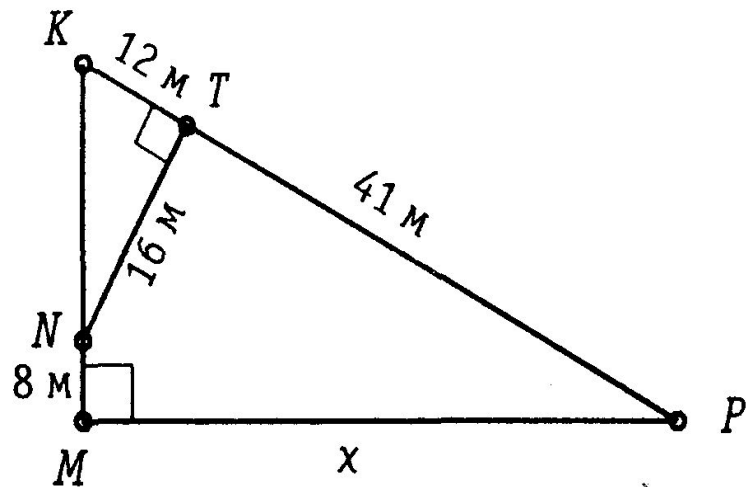
$CB \parallel DA$



13



14



### Задача № 557 (б)

Краткое решение:

$$\begin{aligned}\Delta ABC \sim \Delta ADE &\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{10}{AD} = \frac{8}{AC+CE} = \frac{4}{DE} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{10}{AD} = \frac{8}{12} = \frac{4}{DE} \Rightarrow AD = \frac{10 \cdot 12}{8} = 15(\text{см}), DE = \frac{12 \cdot 4}{8} = 6(\text{см}). \\ BD &= AD - AB = 15 - 10 = 5(\text{см}).\end{aligned}$$

Ответ:  $BD = 5$  см,  $DE = 6$  см.

### Задача № 552 (в)

Краткое решение (рис. 461):

Пусть  $AO = x$  см, тогда  $OC = AC - AO = 15 - x$  (см).

$$\Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{x}{15-x} = \frac{96}{24} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24x = 1440 - 96; 120x = 1440; x = 12 \text{ (см)}, \text{ т. е. } AO = 12 \text{ см.}$$

Ответ:  $AO = 12$  см.

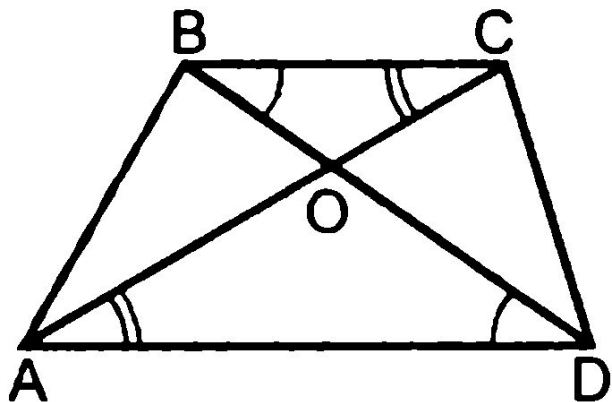


### Дополнительная задача

Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $O$ . Периметры треугольников  $BOC$  и  $AOD$  относятся как  $2 : 3$ ,  $AC = 20$ .

Найдите длины отрезков  $AO$  и  $OC$ .

Решение



$\triangle BOC \sim \triangle DOA$  по двум углам ( $\angle CBO = \angle ADO$ ,  $\angle BCO = \angle DAO$  как накрест лежащие при параллельных прямых  $AD$  и  $BC$  и секущих  $AC$  и  $BD$ ), тогда

$$\frac{P_{BOC}}{P_{AOD}} = \frac{BO}{DO} = \frac{OC}{OA} = \frac{BC}{AD} = \frac{2}{3},$$

т. е.  $OC : OA = 2 : 3$ ,  $OA = 1,5 OC$ .

Так как  $AC = 20$ , то  $AC = AO + OC = 1,5 OC + CO = 20$ , откуда  $OC = 8$ , тогда  $AO = 12$ .

Ответ:  $AO = 12$ ,  $OC = 8$ .

# Самостоятельная работа.

## Вариант А1

1.

Стороны треугольника равны 5 см, 3 см и 7 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 105 см.

2.

У подобных треугольников сходственные стороны равны 7 см и 35 см. Площадь первого треугольника равна  $27 \text{ см}^2$ . Найдите площадь второго треугольника.

3.

Найдите две стороны треугольника, если их сумма равна 91 см, а биссектриса, проведенная к третьей стороне, делит эту сторону в отношении 5:8.

## Вариант А2

1.

Стороны треугольника относятся как 4:5:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, если его периметр равен 96 см.

2.

Площади подобных треугольников равны  $17 \text{ см}^2$  и  $68 \text{ см}^2$ . Сторона первого треугольника равна 8 см. Найдите сходственную сторону второго треугольника.

3.

Найдите две стороны треугольника, если их разность равна 28 см, а биссектриса, проведенная к третьей стороне, делит ее на отрезки 43 см и 29 см.

## Вариант Б 1

1.

Стороны треугольника относятся как  $7:13:19$ . Найдите периметр подобного ему треугольника, разность между двумя большими сторонами которого равна  $132$  см.

2.

Сходственные стороны подобных треугольников равны  $6$  см и  $4$  см, а сумма их площадей равна  $78$  см<sup>2</sup>. Найдите площади этих треугольников.

3.

В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки  $10$  см и  $6$  см. Найдите периметр этого треугольника.

## Вариант Б 2

1.

Стороны треугольника равны  $14$  см,  $42$  см и  $40$  см. Найдите периметр подобного ему треугольника, сумма наибольшей и наименьшей сторон которого равна  $108$  см.

2.

Сходственные стороны подобных треугольников относятся как  $8:5$ , а разность площадей треугольников равна  $156$  см<sup>2</sup>. Найдите площади этих треугольников.

3.

В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу на отрезки  $20$  см и  $15$  см. Найдите периметр этого треугольника.

# Домашнее задание

## Задачи:

1. Диагонали четырехугольника  $ABCD$   $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$  так, что  $OC = 5$  см,  $OB = 6$  см,  $OA = 15$  см,  $OD = 18$  см. Докажите, что в четырехугольнике  $ABCD$   $BC \parallel AD$  и найдите отношение треугольников  $AOD$  и  $BOC$ .

2. Перпендикулярно высоте  $BD$  треугольника  $ABC$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $P$  соответственно. Найдите  $AB$  и отношение площадей треугольников  $MPB$  и  $ABC$ , если известно, что  $BM = 7$  см,  $BP = 9$  см,  $PC = 18$  см.

3. Прямая  $EF$  пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно так, что  $\angle A + \angle EFC = 180^\circ$ , а площадь четырехугольника  $AEFC$  относится к площади треугольника  $EBF$  как  $16 : 9$ . Докажите, что треугольник  $BFE$  подобен треугольнику  $BAC$  и найдите коэффициент подобия данных треугольников.

4. Диагональ  $BD$  четырехугольника  $ABCD$  является биссектрисой его угла,  $BC \cdot BA = BD^2$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle BDC$ . В каком отношении площадь четырехугольника делится его диагональю  $BD$ , если известно, что  $DC : AD = 3 : 2$ ?

5. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$  так, что  $\triangle BKC \sim \triangle ABC$ . Найдите  $AK$ ,  $KC$ ,  $BK$ , если известно, что  $AB : BC : AC = 3 : 7 : 9$ , а периметр треугольника  $ABC$  равен 57 см.

**Спасибо**  
**за**  
**урок!**