ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

ЦИКЛЫ КАРНО,
НЕРАВЕНСТВО КЛАУЗИУСА,
ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ
ТЕРМОДИНАМИКИ

Прямой цикл Карно

В 1824 г. Сади Карно создал идеальный цикл теплового двигателя, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Все процессы предполагаются обратимыми.

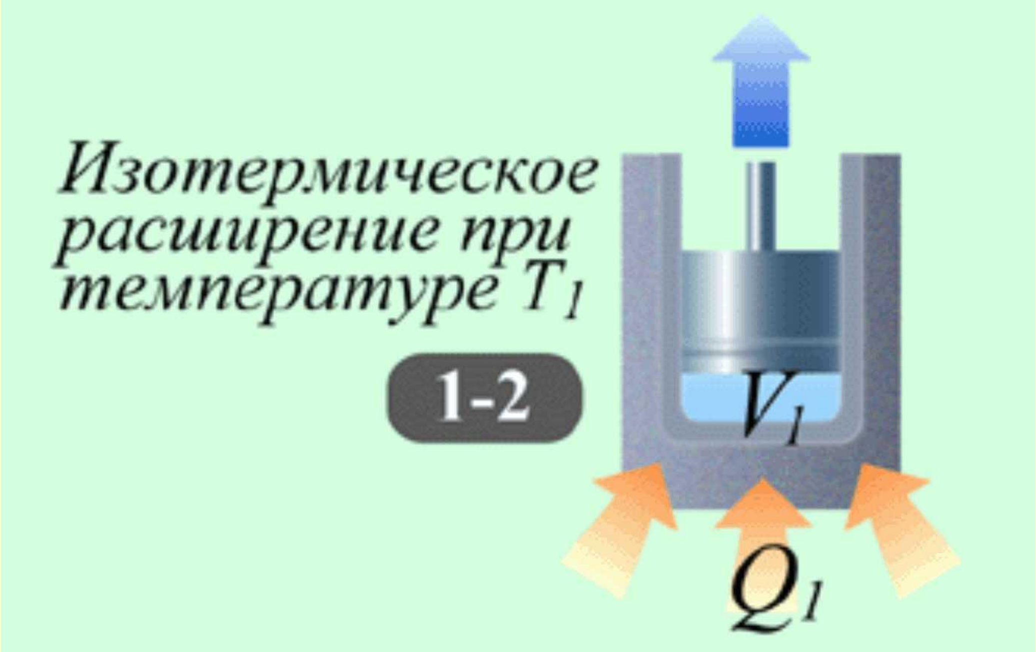
Теплоемкость каждого источника столь велика, что отъем рабочим телом теплоты от одного источника и передача его другому практически не меняет их температуры.

Например: горячий источник – недра земли, холодный источник - атмосфера

Прямой цикл Карно

Теплоту от горячего источника к рабочему телу нужно подводить **изотермически**. В любом другом случае температура рабочего тела будет меньше температуры источника, т.е. теплообмен будет неравновесным.

1 – 2 Газ помещен в цилиндр под поршень. Боковые стенки цилиндра и поршень абсолютно нетеплопроводны.



При изотермическом расширении газ забирает от источника теплоту

$$q_1 = T_1(S_2 - S_1)$$

Прямой цикл Карно

Равновесно охладить рабочее тело от температуры горячего источника до температуры холодного, не отдавая теплоту другим телам, (которых по условию нет), можно только за счет адиабатного расширения.

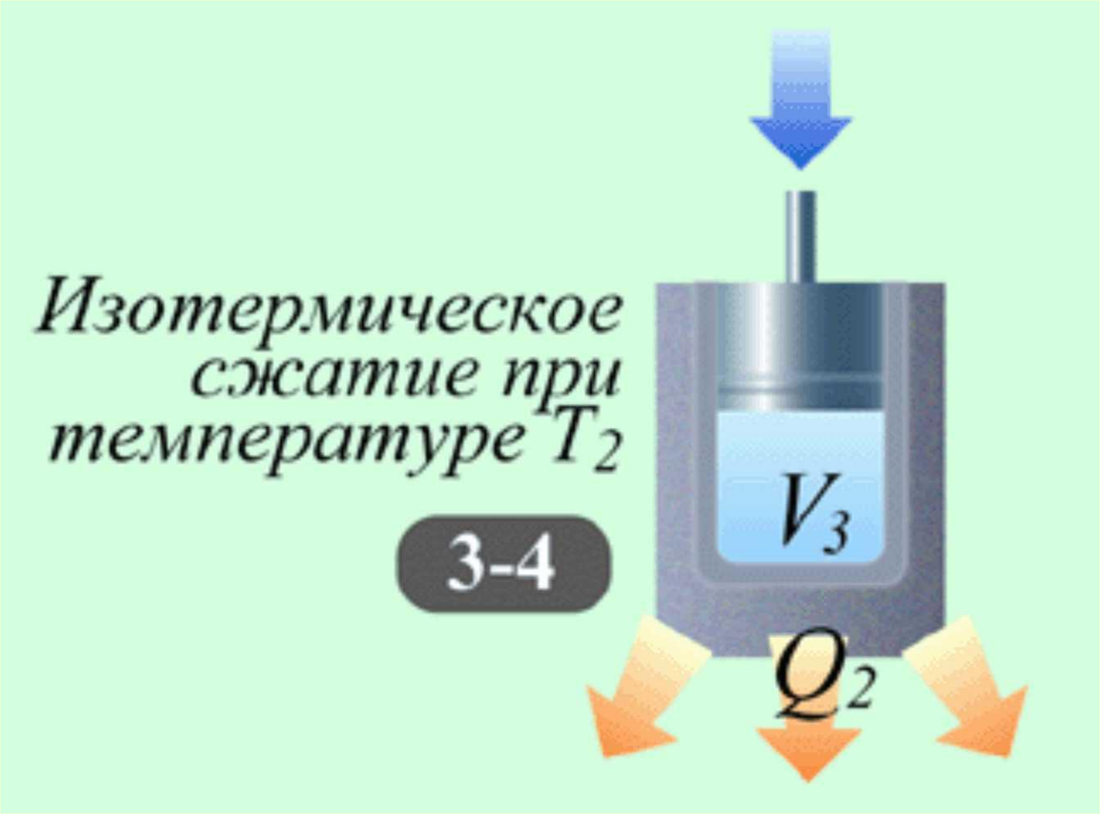
2 -3 Подвод теплоты прекращается

Дальнейшее расширение рабочего тела происходит адиабатно. Работа расширения совершается только за счет внутренней энергии.
Температура падает до T_2

Прямой цикл Карно

Аналогично первому этапу – процесс теплообмена от рабочего тела к холодному источнику должен быть изотермическим

3 – 4 Рабочее тело помещается на холодный источник с температурой T_2



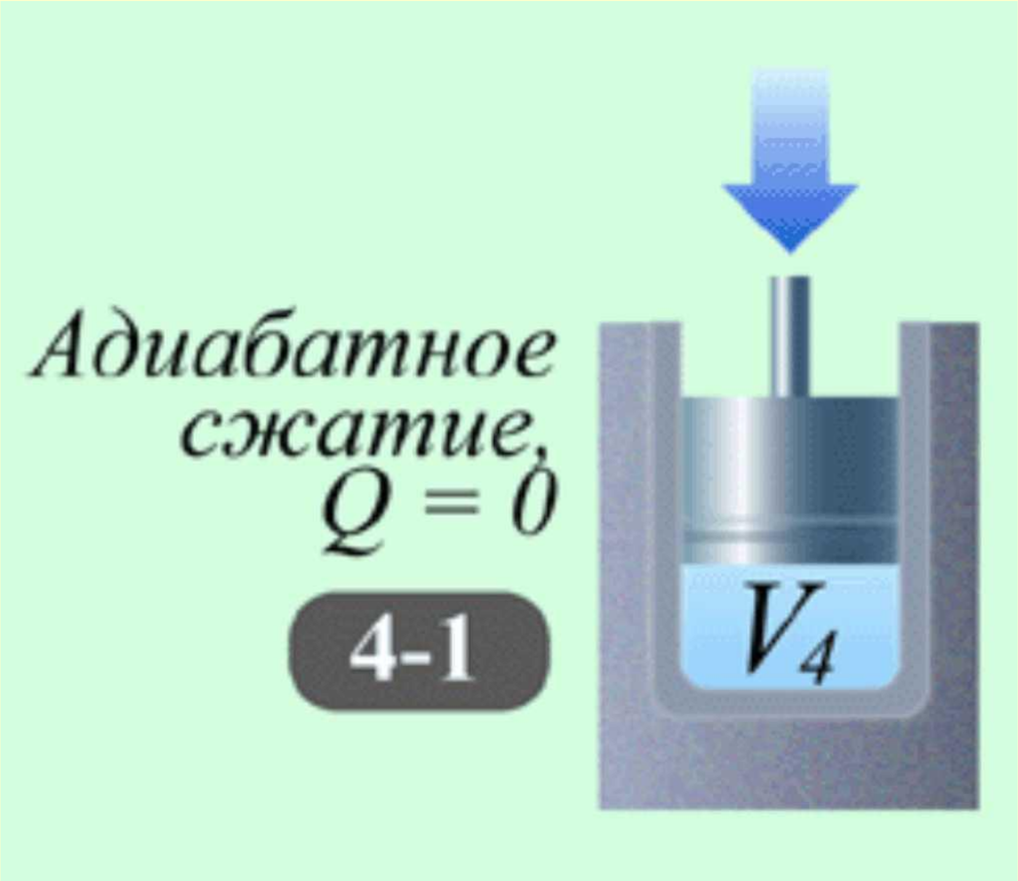
Изотермически сжимаем рабочее тело по изотерме, отводя при этом холодному источнику теплоту

$$q_2 = T_2(S_2 - S_1)$$

Прямой цикл Карно

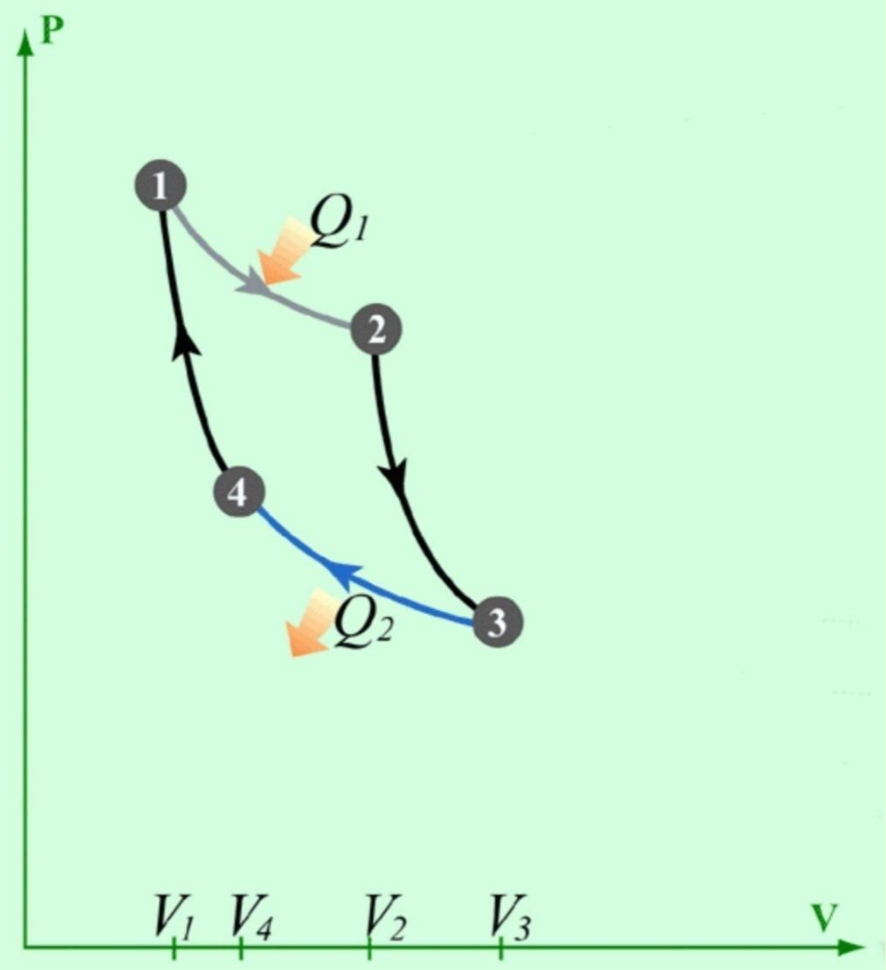
Для завершения цикла необходимо произвести адиабатное сжатие

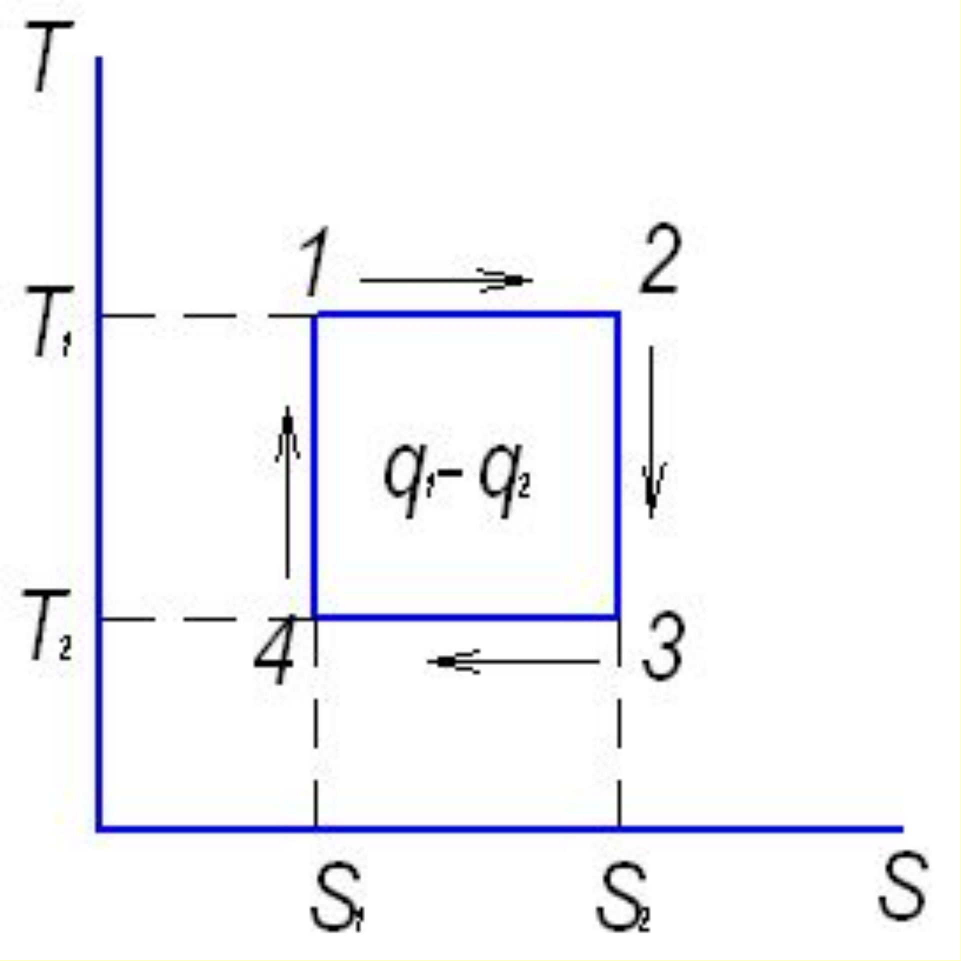
4 – 1 Отвод теплоты прекращается



Дальнейшее сжатие производится в адиабатных условиях. Работа, затраченная на сжатие идет на увеличение внутренней энергии, в результате чего температура газа увеличивается до T_1

Прямой цикл Карно





Прямой цикл Карно

Термический коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2(S_2 - S_1)}{T_1(S_2 - S_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Увеличить КПД можно, увеличив T_1 или уменьшив T_2

Влияние температур на значение КПД:

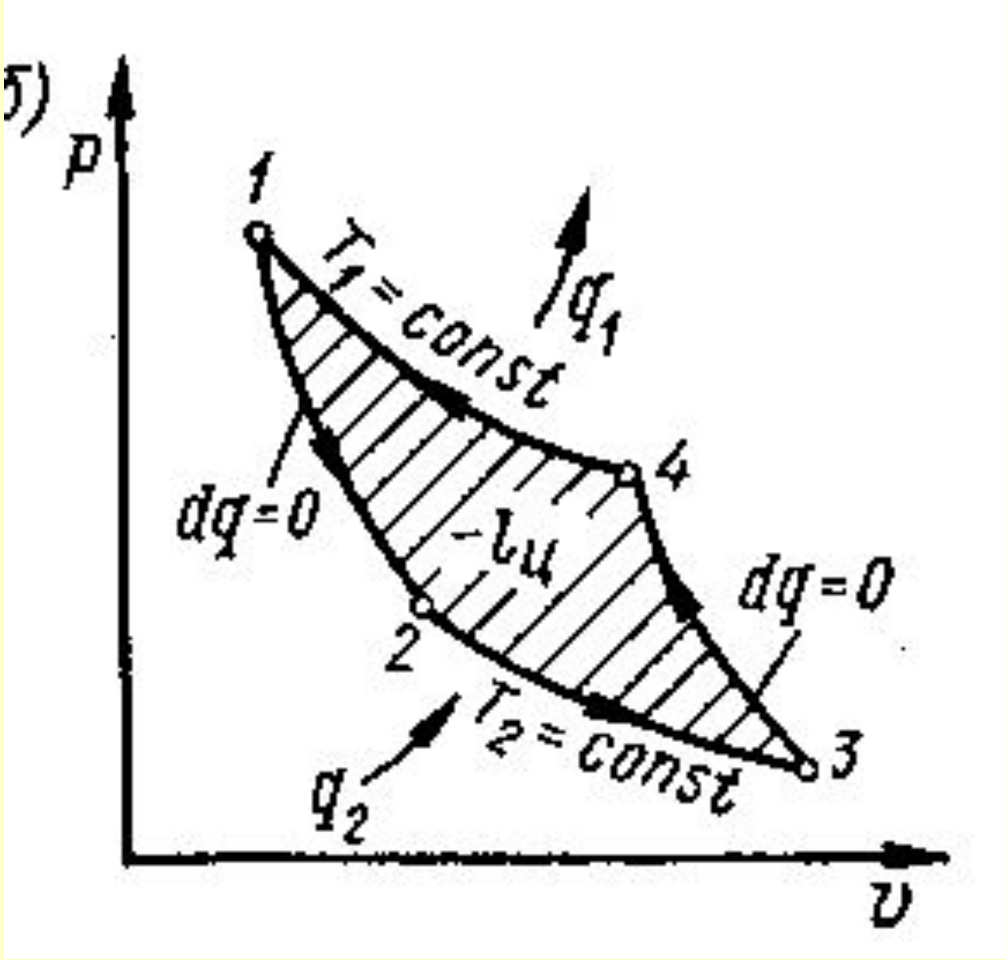
$$\frac{\partial \eta_t}{\partial T_1} = \frac{T_2}{T_1^2} \qquad \frac{\partial \eta_t}{\partial T_2} = -\frac{1}{T_1} = -\frac{T_1}{T_1^2}$$

Следовательно $\left|\frac{\partial \eta_t}{\partial T_2}\right| > \left|\frac{\partial \eta_t}{\partial T_1}\right|$

Увеличение T_1 в меньшей мере повышает КПД цикла Карно, чем уменьшение T_2. При $T_1 = T_2$ КПД системы равен нулю, т. е. невозможно превратить работу в теплоту

Обратный цикл Карно

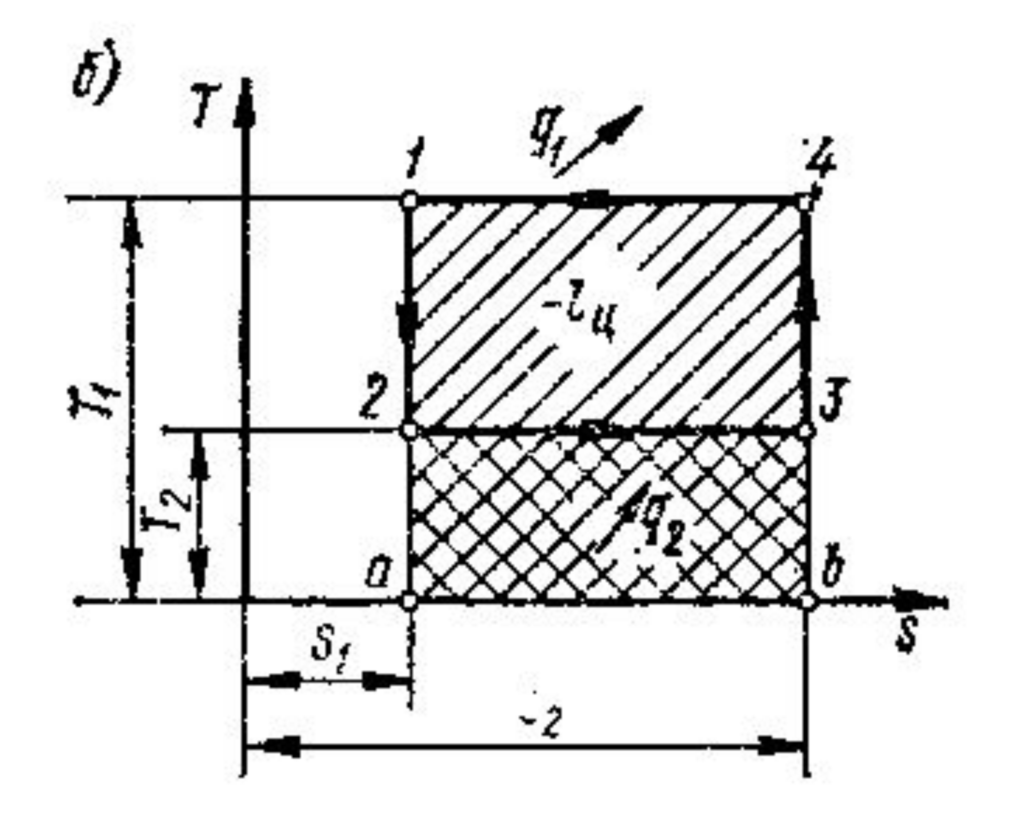
Осуществим цикл Карно в обратном направлении



1 – 2 Рабочее тело расширяется адиабатно, совершая работу расширения за счет внутренней энергии, и охлаждается от температуры T_1 до T_2.

2 – 3 Дальнейшее расширение происходит по изотерме, и рабочее тело отбирает от нижнего источника с температурой T_2 теплоту q_2

Обратный цикл Карно



3 – 4 Газ подвергается сжатию по адиабате и его температура от T_2 повышается до T_1

4 – 1 Изотермическое сжатие T_1 = const. При этом рабочее тело отдает верхнему источнику количество теплоты q_1

Обратный цикл Карно является **идеальным циклом холодильных установок**. В качестве рабочего тела используются пары легкокипящих жидкостей. Процесс «перекачки теплоты» от тел, помещенных в холодильную камеру, к окружающей среде происходит за счет затрат электроэнергии

Обратный цикл Карно

Эффективность холодильной установки оценивается холодильным коэффициентом, определяемым как отношение отнятой за цикл теплоты к затраченной работе

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Первая теорема Карно: КПД тепловой машины обуславливает только разность температур нагревателя и холодильника, а природа рабочего тела не играет никакой роли

Вторая теорема Карно: Коэффициент полезного действия любой тепловой машины, работающей по необратимому циклу, меньше коэффициента полезного действия машины с обратимым циклом Карно, при условии равенства температур их нагревателей и холодильников

Неравенство Клаузиуса

Совместное применение первой и второй теорем Карно позволяет получить следующее неравенство:

$$\frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Знак равенства в этой формуле соответствует случаю описания обратимой тепловой машины, а знак меньше - описанию необратимой тепловой машины

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} \le 0$$

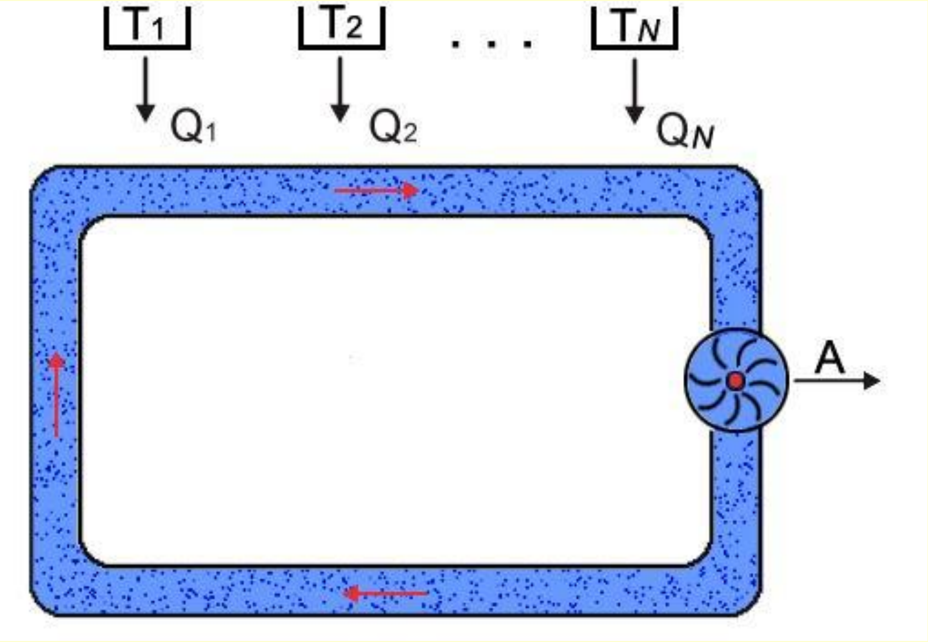
Если полученное выражение записать через количество теплоты, подводимой к рабочему телу от нагревателя Q_1 и холодильника $Q_2 = -Q'_2$, то оно примет окончательную форму

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \le 0$$

Частный случай неравенства Клаузиуса

Неравенство Клаузиуса

Для получения неравенства Клаузиуса в общем случае рассмотрим тепловую машину, рабочее тело которой при совершении кругового термодинамического процесса обменивается теплотой с большим числом тепловых резервуаров (нагревателей и холодильников). Работа такой машины будет равна: $A = Q_1+Q_2+..+Q_N$. Необходимо учитывать, что теплоты могут иметь отрицательный знак в случае, если в при теплообмене теплота отбирается от рабочего тела.



$$\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}+\ldots+\frac{Q_N}{T_N}\leq 0$$

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{T_i}\leq 0$$

Неравенство Клаузиуса

Величина Q/T называется **приведенным количеством теплоты**, которое численно равно количеству теплоты, полученной системой, при абсолютной температуре T, деленной на эту температуру

При переходе к **бесконечному числу тепловых резервуаров**, с которыми рабочее тело тепловой машины обменивается теплотой, суммирование в формуле может быть заменено интегрированием по замкнутому термодинамическому циклу:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Сумма приведенных количеств теплоты на замкнутом цикле для любой термодинамической системы не может быть больше нуля

Если термодинамический цикл состоит только из **обратимых процессов**, неравенство переходит в **равенство Клаузиуса**

Основное уравнение термодинамики

Из 1-го закона термодинамики: $\delta Q = dU + pdV$

Из 2-го закона термодинамики: $TdS \geq \delta Q$

Основное неравенство термодинамики:

$$TdS \geq dU + pdV$$

Знак равенства соответствует равновесным термодинамическим процессам, а знак неравенства - неравновесным

$$TdS = dU + pdV$$

Основное уравнение термодинамики равновесных (обратимых) процессов

Основное уравнение термодинамики

Рассмотрим применение этого уравнения для определения соотношения между уравнением состояния P(V,T) и выражением для внутренней энергии U(V,T) термодинамической системы

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

$$dS = \frac{dU + PdV}{T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + P\right] dV$$

Энтропия тоже является функцией состояния, для ее полного дифференциала можно записать выражение

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

Отсюда

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + P\right]$$

Основное уравнение термодинамики

Учтем, что
$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$$

дифференцируя по V и по T полученные ранее выражения имеем:

$$\frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = -\frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] + \frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\right]$$

Поскольку:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V}$$

В результате получаем окончательное выражение для уравнения, связывающего уравнение состояния p(V,T) и внутреннюю энергию U(V,T) термодинамической системы

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

Основное уравнение термодинамики

Рассмотрим применение этого уравнения для определения внутренней энергии идеального газа, для которого уравнение состояния имеет вид

$$P = \frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}$$

Тогда $$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{M}{\mu}\frac{R}{V}\right) - P = 0$$

Таким образом, внутренняя энергия идеального газа не зависит от его объема, а является функцией только его температуры U = f(T)

$$U = \frac{M}{\mu} C_V T$$

Основное уравнение термодинамики

Подстановка полученного выражения для внутренней энергии идеального газа и его уравнения состояния в основное уравнение термодинамики равновесных процессов дает

$$dS = \frac{M}{\mu} C_V \frac{dT}{T} + \frac{M}{\mu} R \frac{dV}{V}$$

Интегрирование этого уравнения позволяет определить зависимость энтропии идеального газа от его объема и температуры

$$S = \frac{M}{\mu} C_V \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{M}{\mu} R \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

где: T_0, V_0 и S_0 - константы интегрирования

Задача

Тепловая машина работает по некоторому обратимому прямому циклу, КПД которого η = 25%. Каков будет холодильный коэффициент этой машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении?

Решение

В обратном цикле рабочее тело будет отбирать у холодильника количество тепла Q_2 и затем отдавать нагревателю количество теплоты Q_1. Работа А, совершенная рабочим телом в обратном цикле, будет отрицательна. Холодильный коэффициент запишется:

$$k = \frac{Q_2}{|A|}$$

Коэффициент полезного действия прямого цикла:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

Решение

количество подводимого в этом цикле тепла можно выразить через холодильный коэффициент :

$$Q_1 = \left|Q_2\right| + A = A(k+1)$$

Следовательно:

$$\eta = \frac{A}{A(k+1)} = \frac{1}{k+1}$$

Окончательно получаем:

$$k = 1 - \frac{1}{\eta} = \frac{1}{0.25} - 1 = 300\%$$