

Лекция 2

*Механика
электропривода*

МЕХАНИКА ЭЛЕКТРОПРИВОДА

- В механическом движении элементов электропривода (ЭП) участвуют ротор электродвигателя, элементы механической передачи и исполнительный орган (ИО) рабочей машины (РМ).

Движение любого элемента механической части ЭП или исполнительного органа рабочей машины подчиняется известным законам механики. Поступательное и вращательное движение описывается следующими уравнениями:

$$\sum F = m dv/dt + v dm/dt, \quad (2.1)$$

$$\sum M = J d\omega/dt + \omega dJ/dt, \quad (2.2)$$

где $\sum F$ и $\sum M$ — соответственно совокупность сил и моментов, действующих на элемент; m и J — соответственно масса и момент инерции элемента; ω и v — соответственно угловая и линейная скорости движения элемента; t — время,

МЕХАНИКА ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Уравнения движения по своему характеру являются дифференциальными, поскольку содержат производные скорости, массы и момента инерции. Если масса и момент инерции элементов при движении не изменяются, то их производные в уравнениях (2.1) и (2.2) оказываются равными нулю и эти уравнения упрощаются:

$$\sum F = m dv/dt = ma; \quad (2.3)$$

$$\sum M = J d\omega/dt = J\varepsilon, \quad (2.4)$$

где a и ε — соответственно ускорения при поступательном и вращательном движениях, $a = dv/dt$, $\varepsilon = d\omega/dt$.

Уравнения (2.3) и (2.4) отражают известный закон механики: ускорение движения элемента (материального тела) пропорционально алгебраической сумме действующих на него сил (моментов) и обратно пропорционально его массе (моменту инерции).

МЕХАНИКА ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Из этих уравнений следует условие движения с постоянной скоростью. Если

$$\sum F = 0 \text{ или } \sum M = 0, \quad (2.5)$$

то $dv/dt = d\omega/dt = 0$ и элемент движется с постоянной скоростью или находится в состоянии покоя.

Другими словами, элемент будет двигаться с неизменной скоростью (или находиться в состоянии покоя), если сумма сил или моментов, к нему приложенных, будет равна нулю. Такое движение называют *установившимся*. Условия (2.5) используются для определения параметров установившегося механического движения.

При $\sum F > 0$ или $\sum M > 0$ элемент будет двигаться с ускорением, а при $\sum F < 0$ или $\sum M < 0$ — с замедлением. Такие процессы носят название *неустановившихся*, или переходных. Зависимости изменения скорости элемента во времени (графики переходных процессов) $v(t)$ или $\omega(t)$ получаются путем решения (интегрирования) уравнений (2.3) или (2.4) при известных действующих суммах сил $\sum F$ или моментов $\sum M$, массе m или моменте инерции J , а также начальных значениях скорости.

2.1. Уравнение движения электропривода

Рассмотрим простейшую механическую систему, состоящую из ротора электродвигателя и непосредственно связанной с ним нагрузки - рабочего органа машины (рис. 2.1.).

Так реализована механическая часть насосов, вентиляторов, многих других машин.

Далее в п. 2.2 показано, что к такой модели может быть приведена механическая часть большинства электроприводов, рассматриваемых в курсе.

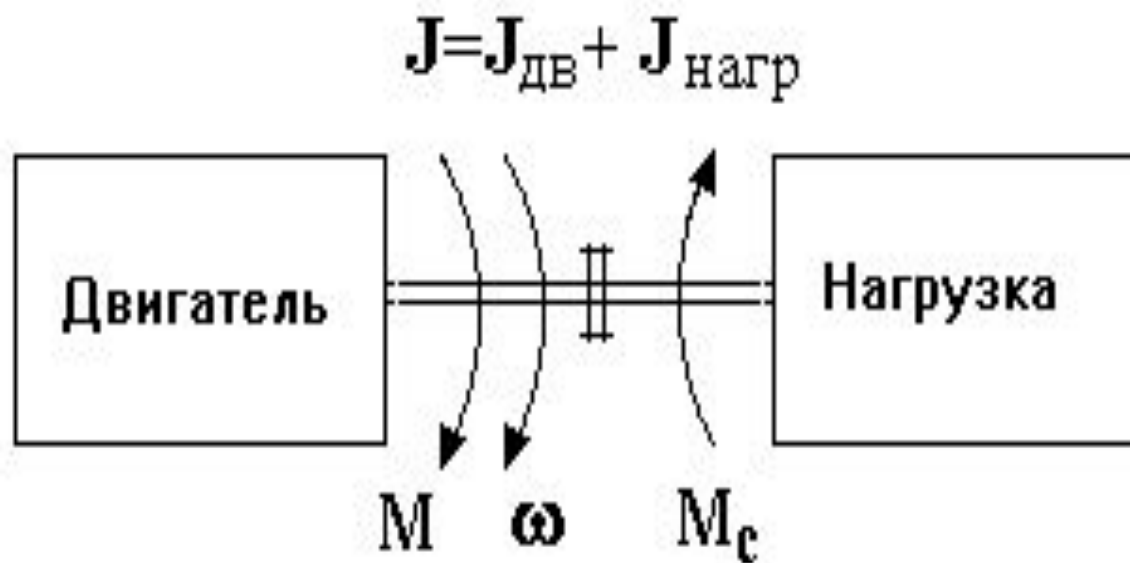


Рис. 2.1. Модель механической части электропривода

В системе на рис. 2.1 действуют два момента - электромагнитный момент M , развиваемый двигателем, и момент M_c , создаваемый нагрузкой, а также потерями механической части (трение); каждый момент имеет свою величину и направление. Движение системы определяется вторым законом Ньютона:

$$\pm M \pm M_c = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.1)$$

где ω - угловая скорость, J - суммарный момент инерции.

**Правая часть уравнения (2.1) - динамический
момент**

**который возникает, если алгебраическая сумма моментов M и
 M_c**

отлична от нуля

величина и знак динамического момента определяют ускорение

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{дин}}$$

Состояние привода определяется знаком и значением динамического момента $M_{дин}$.

При $M_{дин}=0$ привод имеет постоянную скорость или неподвижен.

В случае положительной скорости при $M_{дин} > 0$ имеет место ускорение, а при $M_{дин} < 0$ — замедление привода.

При отрицательной скорости, наоборот, $M_{дин} > 0$ соответствует замедлению, а $M_{дин} < 0$ — ускорению привода.

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Правило, по которому в формуле (2.11) определяются знаки моментов, следующее. Одно из направлений движения принимается положительным. Тогда моменты, направленные по движению, имеют знак, совпадающий со знаком скорости, а моменты, направленные против движения — противоположный знаку скорости.

В основном для ЭП режиме работы двигатель создает движущий момент, а исполнительный орган рабочих машин — момент сопротивления движению. Тогда уравнение движения принимает следующий вид:

$$M - M_c = Jd\omega/dt. \quad (2.12)$$

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Левая часть этого уравнения, представляющая собой разность моментов двигателя и нагрузки и определяющая вместе с моментом инерции J ускорение или замедление движения $d\omega/dt$, в теории ЭП получила название динамического момента

$$M_{\text{дин}} = M - M_c. \quad (2.13)$$

Уравнение движения ЭП

- Режимы, при которых $\sum M = 0$, т.е. моменты M и M_c равны по величине и противоположно направлены, называют *установившимися* или *статическими*, им соответствует , в том числе .
- Режимы, когда $\sum M \neq 0$, называют *переходными* или *динамическими* (ускорение, замедление).
- В уравнении (2.1) момент M_c практически полностью определяется свойствами нагрузки, а момент M , который можно принять за независимую переменную, формируется двигателем.
- Скорость ω - зависимая переменная; $\omega(t)$ определяется в динамических режимах решением (2.1) для любых конкретных условий, а в статических режимах находится из условия

- $$\pm M(\omega) \pm M_c(\omega) = 0$$

2.2 Приведение моментов сопротивления и моментов инерции

- Обычно между двигателем и нагрузкой находится какая-либо механическая передача, т.е. имеется несколько различных валов со своими моментами и скоростями. Для сведения любой реальной системы к простейшей модели на рис. 2.1 нужно выполнить ряд операций, называемых **приведением** моментов и моментов инерции к некоторому выбранному в качестве основного валу, обычно - к валу двигателя.

Иными словами, некоторую реальную механическую систему, например, показанную на рис. 2.2,а, нужно заметить эквивалентной системой (рис. 2.2,б), такой, чтобы эта замена не отразилась на поведении части системы, оставленной неизменной (двигателя).

2.2 Приведение моментов сопротивления и моментов инерции

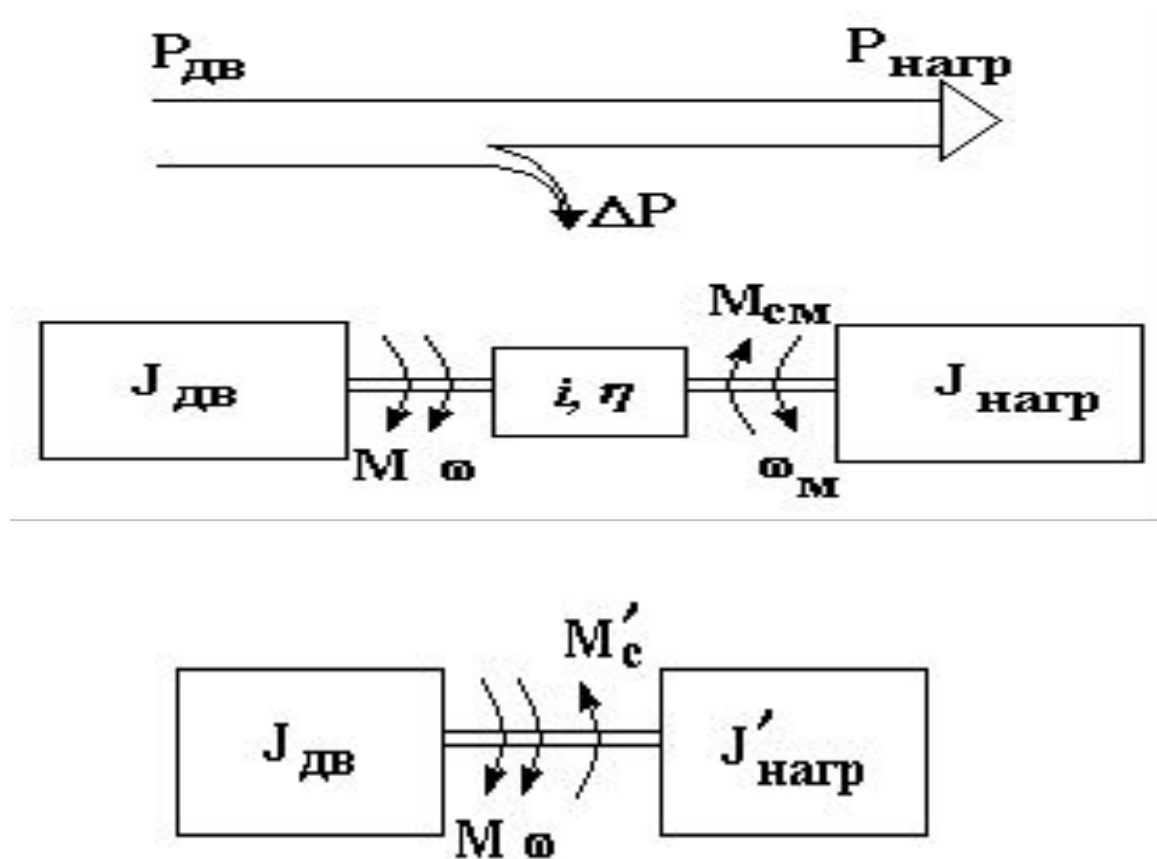


Рис. 2.2. приведение $M_{см}$ и $J_{нагр}$
к валу двигателя

2.2 Приведение моментов сопротивления и моментов инерции

- Режимы, при которых $\sum M = 0$, т.е. моменты M и M_c равны по величине и противоположно направлены, называют *установившимися* или *статическими*, им соответствует , в том числе .
- Режимы, когда $\sum M \neq 0$, называют *переходными* или *динамическими* (ускорение, замедление).
- В уравнении (2.1) момент M_c практически полностью определяется свойствами нагрузки, а момент M , который можно принять за независимую переменную, формируется двигателем.
- Скорость ω - зависимая переменная; $\omega(t)$ определяется в динамических режимах решением (2.1) для любых конкретных условий, а в статических режимах находится из условия
- $$\pm M(\omega) \pm M_c(\omega) = 0$$

Приведение моментов сопротивления

- Режимы, при которых $\sum M = 0$, т.е. моменты M и M_c равны по величине и противоположно направлены, называют *установившимися* или *статическими*, им соответствует , в том числе .
- Режимы, когда $\sum M \neq 0$, называют *переходными* или *динамическими* (ускорение, замедление).
- В уравнении (2.1) момент M_c практически полностью определяется свойствами нагрузки, а момент M , который можно принять за независимую переменную, формируется двигателем.
- Скорость ω - зависимая переменная; $\omega(t)$ определяется в динамических режимах решением (2.1) для любых конкретных условий, а в статических режимах находится из условия

- $$\pm M(\omega) \pm M_c(\omega) = 0$$

ПРИВЕДЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ

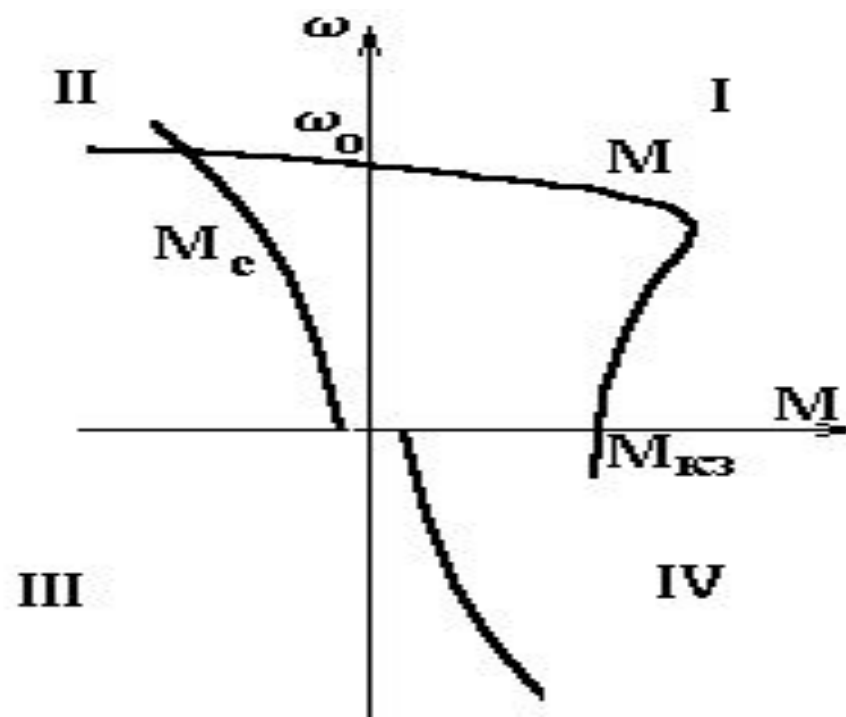
$$\frac{J_{\text{дв}} \omega^2}{2} + \frac{J_{\text{нагр}} \omega_M^2}{2} = \frac{J_{\text{дв}} \omega^2}{2} + \frac{J'_{\text{нагр}} \omega^2}{2}$$

$$J'_{\text{нагр}} = \frac{J_{\text{нагр}}}{i^2}$$

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

- Моменты M и M_c могут зависеть от времени, от положения, от скорости. Эти зависимости называют *механическими характеристиками* соответственно *двигателя* и *нагрузки (механизма)*.
- Механические характеристики используются при анализе статических и динамических режимов электропривода.
- Моменты и скорости могут иметь различные знаки, поэтому механические характеристики могут располагаться в четырех квадрантах плоскости.
 - На рис. 2.3 показаны характеристики асинхронного двигателя (M) и центробежной машины (M_c).
- Знаки величин определяют, приняв одно из направлений движения за положительное, например: по часовой стрелке- + или вверх- + и т.п.
- *Моменты, направленные по движению (движущие), имеют знак, совпадающий со знаком скорости (участок $\omega_0 - M_{к.з}$ характеристики двигателя);*
- *моменты, направленные против движения (тормозящие), имеют знак, противоположный знаку скорости (остальные участки характеристик).*

Рис. 2.3. Пример механических характеристик

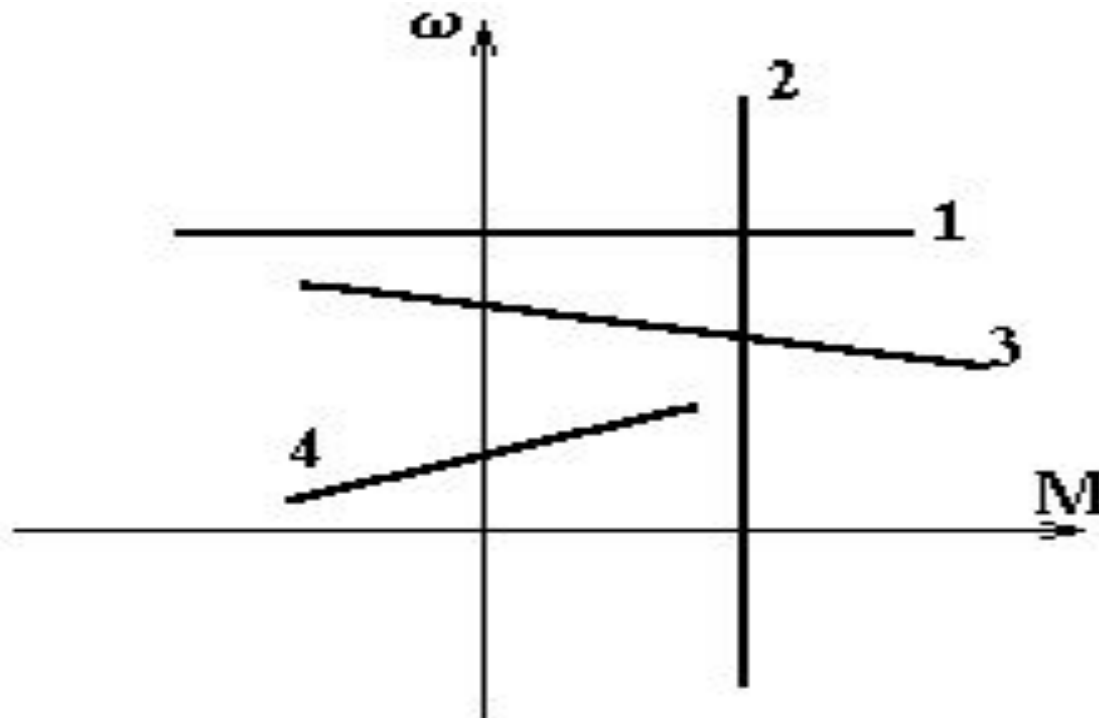


МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ЭП

- Моменты принято делить на активные и реактивные.
- **Активные моменты** могут быть как движущими, так и тормозящими, их направление не зависит от направления движения: момент, созданный электрической машиной (M на рис. 2.3), момент, созданный грузом, пружиной и т.п. Соответствующие механические характеристики могут располагаться в любом из четырех квадрантов.
- **Реактивные моменты** - реакция на движение, они всегда направлены против движения, т.е. всегда тормозящие: момент от сил трения, момент, создаваемый центробежной машиной (M_c на рис. 2.3) и т.п. Механические характеристики всегда располагаются во втором и четвертом квадрантах.

Рис. 2.4. Механические характеристики с различной жесткостью

Механические характеристики принято оценивать их жесткостью. Они бывают (рис. 2.4) абсолютно жесткими (1), абсолютно мягкими (2) могут иметь отрицательную <math><0</math>(3) или положительную (4) жесткость.



Классификация механических характеристик рабочих машин и электродвигателей

Зависимость между приведенными к валу двигателя скоростью и моментом сопротивления механизма $\omega=f(Mc)$ называют **механической характеристикой производственного механизма.**

Различные производственные механизмы обладают различными механическими характеристиками.

**Эмпирическая формула для механической характеристики
производственного механизма:**

$$M_c = M_0 + (M_{c.ном} - M_0) \left(\omega / \omega_{ном} \right)^x$$

где **M_c** — момент сопротивления производственного механизма при скорости **ω** ;

M_0 — момент сопротивления трения в движущихся частях механизма;

$M_{c.ном}$ — момент сопротивления при номинальной скорости **$\omega_{ном}$** ;

x — показатель степени, характеризующий изменение момента сопротивления при изменении скорости.

Приведенная формула позволяет классифицировать механические характеристики производственных механизмов ориентировочно на следующие основные категории:

1. Не зависящая от скорости механическая характеристика (прямая 1 на рис. 2.4).

При этом $x = 0$ и момент сопротивления M_c не зависит от скорости.

Сюда же могут быть отнесены с известным приближением все механизмы, у которых основным моментом сопротивления является момент трения, так как обычно в пределах рабочих скоростей момент трения изменяется мало.

2. Линейно-возрастающая механическая характеристика (прямая 2 на рис. 2.4).

В этом случае $x = 1$ и момент сопротивления линейно зависит от скорости ω , увеличиваясь с ее возрастанием (для упрощения принято $M_0 = 0$).

3. Нелинейно-возрастающая (параболическая) механическая характеристика (кривая 3 на рис. 2.4). Этой характеристике соответствует $x = 2$; момент сопротивления M_c здесь зависит от квадрата скорости. Механизмы, обладающие такой характеристикой, называют иногда механизмами с вентиляторным моментом, поскольку у вентиляторов момент сопротивления зависит от квадрата скорости.

4. Нелинейно-спадающая механическая характеристика (кривая 4 на рис. 2.4).

При этом $x = -1$ и момент сопротивления M_c изменяется обратно пропорционально скорости, а мощность, потребляемая механизмом, остается постоянной.

Эти характеристики не исчерпывают всех практически возможных случаев, но дают представление о характеристиках некоторых типичных производственных механизмов.

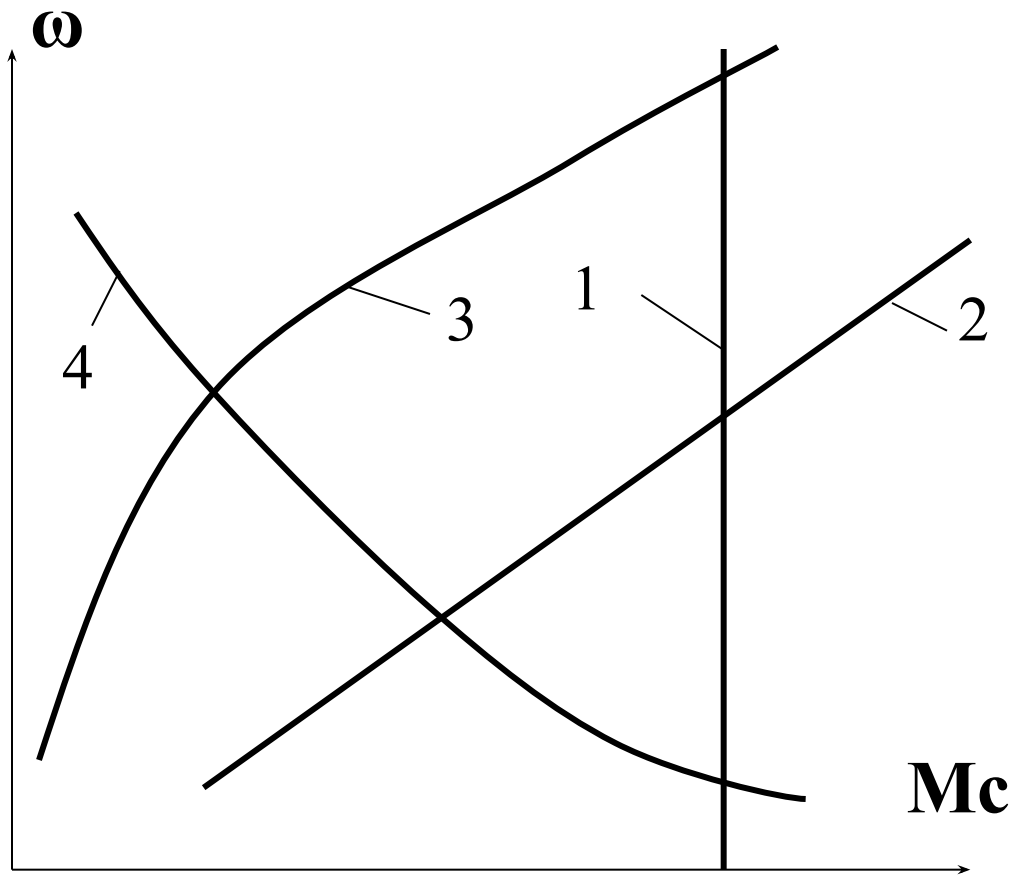


Рисунок 2.4 Механические характеристики
производственных механизмов.

Механической характеристикой

**электродвигателя называется зависимость его
угловой скорости от вращающего момента, т.е.
 $\omega=f(M)$.**

Почти все электродвигатели обладают тем свойством, что скорость их является убывающей функцией момента двигателя.

Жесткость механической характеристики электропривода — это отношение разности электромагнитных моментов, развиваемых электродвигательным устройством, к соответствующей разности угловых скоростей электропривода, т. е.

$$\beta = (M_2 - M_1) / (\omega_2 - \omega_1) = \Delta M / \Delta \omega \quad (2.3)$$

Обычно на рабочих участках механические характеристики двигателей имеют отрицательную жесткость $\beta < 0$.

Линейные механические характеристики обладают постоянной жесткостью.

В случае нелинейных характеристик их жесткость не постоянна и определяется в каждой точке как производная момента по угловой скорости

$$\beta = \partial M / \partial \omega \quad (2.4)$$

Понятие жесткости может быть применено и к механическим характеристикам производственных механизмов. Эти характеристики можно оценивать жесткостью

$$\beta_c = \partial M_c / \partial \omega \quad (2.5)$$

Механические характеристики электродвигателей можно разделить на четыре основные категории:

1. Абсолютно жесткая механическая характеристика () - это характеристика, при которой скорость с ~~изменением~~ изменением момента остается неизменной. Такой характеристикой обладают синхронные двигатели (прямая 1 на рис. 2.5).

2. Жесткая механическая характеристика — это характеристика, при которой скорость с изменением момента хотя и уменьшается, но в малой степени.

Жесткой механической характеристикой обладают двигатели постоянного тока независимого возбуждения, а также асинхронные двигатели в пределах рабочей части механической характеристики (кривая 2 на рис. 2.5).

Для асинхронного двигателя жесткость в различных точках механической характеристики различна (рис. 2.6).

Между максимальными (критическими) значениями моментов в двигательном $M_{к,д}$ и генераторном $M_{к,г}$ режимах характеристика асинхронного двигателя имеет сравнительно большую жесткость.

3. Мягкая механическая характеристика — это характеристика, при которой с изменением момента скорость значительно изменяется. Такой характеристикой обладают двигатели постоянного тока последовательного возбуждения, особенно в зоне малых моментов (кривая 3 на рис. 2.5). Для этих двигателей жесткость не остается постоянной для всех точек характеристик.

Двигатели постоянного тока смешанного возбуждения могут быть отнесены ко второй или третьей группе в зависимости от значения жесткости механической характеристики.

4. Абсолютно мягкая механическая характеристика ($\beta=0$) - это характеристика, при которой момент двигателя с изменением угловой скорости остается неизменным. Такой характеристикой обладают, например, двигатели постоянного тока независимого возбуждения при питании их от источника тока или при работе в замкнутых системах электропривода в режиме стабилизации тока якоря (прямая 4 на рис. 2.5).

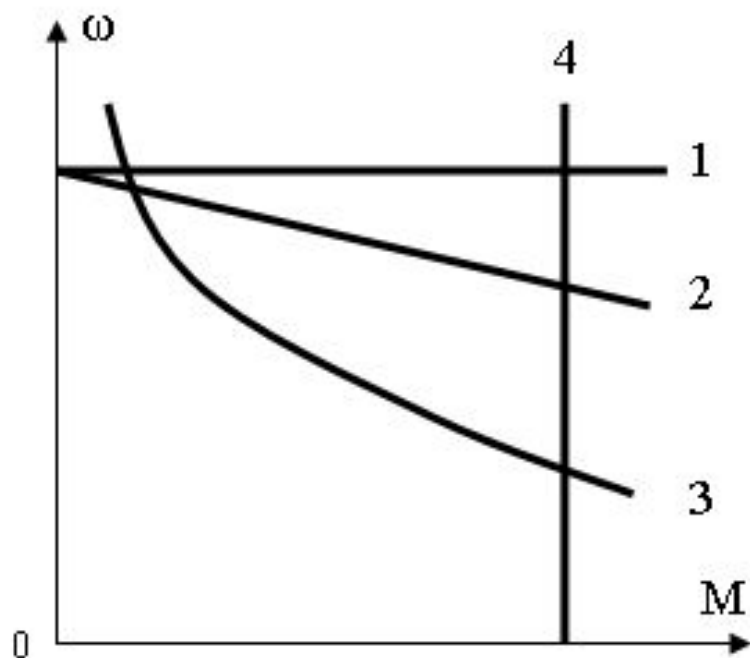


Рисунок 2.5 Механические характеристики двигателей

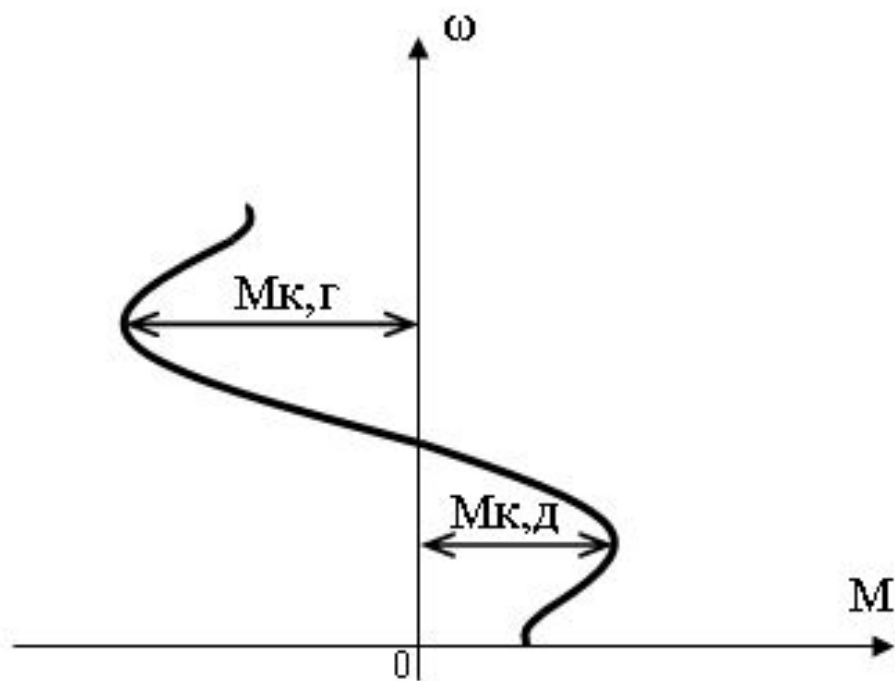


Рисунок 2.6 Механические характеристики асинхронного двигателя

Кинематические схемы и параметры механической части ЭП

Основная задача электропривода - приведение в движение исполнительных механизмов и управление их движением.

Механическая часть включает в себя все механически связанные между собой движущиеся инерционные массы двигателя, передачи и рабочего оборудования.

Непосредственное представление о движущихся массах установки и механических связях между ними дает

кинематическая схема электропривода.

Кинематические схемы конкретных электроприводов бесконечно многообразны, однако обладают общими особенностями:

1. Простейшим примером может служить кинематическая схема **электропривода центробежного вентилятора**, изображенная на рис.2.7. Ротор двигателя **Д** через соединительную муфту **СМ** вращает вал рабочего колеса вентилятора **В**. Все элементы кинематической схемы движутся с одной и той же скоростью.

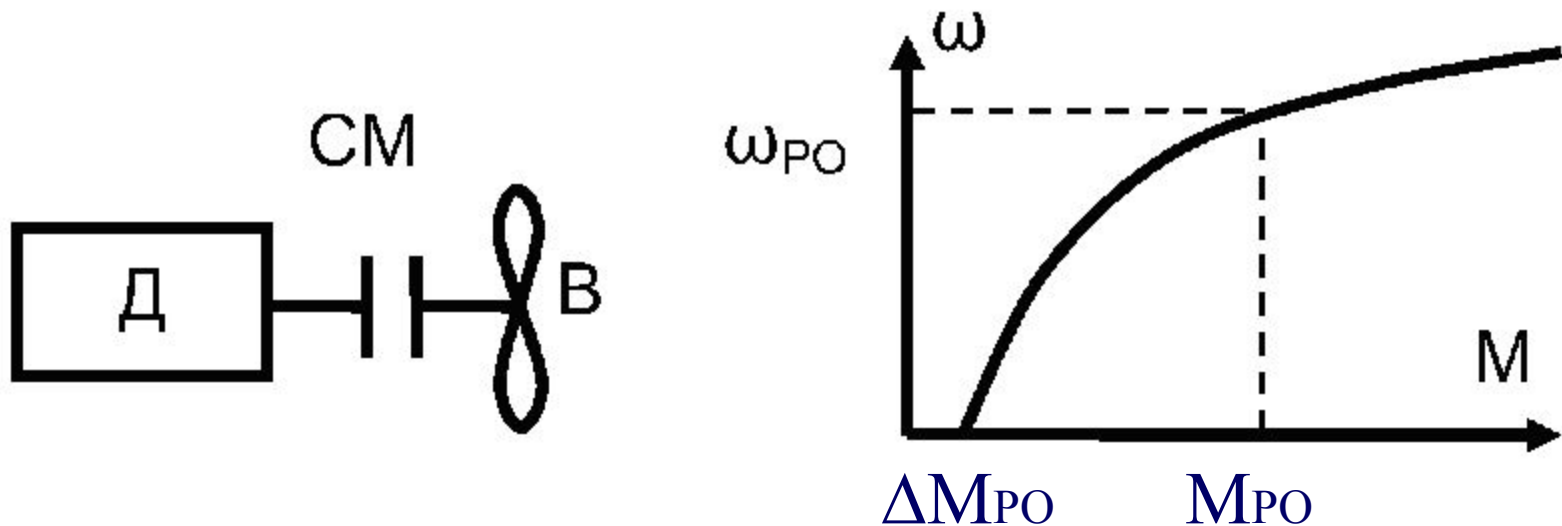


Рисунок 2.7 Кинематическая схема и механическая характеристика вентилятора

Механическая характеристика вентилятора представляет собой квадратичную зависимость момента от скорости .

Момент сопротивления движению рабочего органа M_{PO} , зависящий от скорости рабочего органа ω_{PO} , создается на рабочем колесе вентилятора

$$M_{PO} = \Delta M_{PO} + M_{BH} \left(\frac{\omega_{PO}}{\omega_{BH}} \right)^n \quad (2.6)$$

где ΔM_{PO} момент механических потерь на трение в подшипниках рабочего колеса вентилятора;

- номинальная скорость вентилятора;

M_{BH} - номинальный момент вентилятора при его номинальной скорости;

n - коэффициент, зависящий от магистрали, на которую работает вентилятор ($n = 2$ - магистраль без противодавления).

2. В кинематическую схему привода шпинделя токарного станка (рис. 2.8) введена клиноременная передача КРП и коробка передач КП для ступенчатого регулирования скорости. Выходной вал коробки передач связан со шпинделем станка Ш, в котором устанавливается заготовка 3. В результате взаимодействия вращающейся детали с неподвижным резцом Р возникают усилие резания и момент резания

$$MZ = FZ \cdot r_3 \quad (2.7)$$

где MZ - момент резания;

FZ - усилие резания;

r_3 - радиус заготовки.

По требованиям технологии обработка деталей ведется в режиме постоянства мощности

$$P_z = MZ \cdot \omega_{PO} = \text{const}, \quad (2.8)$$

поэтому момент резания будет обратно пропорционален скорости ω_{PO} при ее изменении, а механическая характеристика принимает вид гиперболы (см. рис. 2.8). Кроме полезного момента $M_{PO} = MZ$, во всех элементах кинематической цепи действуют силы трения в подшипниках, в зубчатых зацеплениях, в трущихся поверхностях клиноременной передачи.

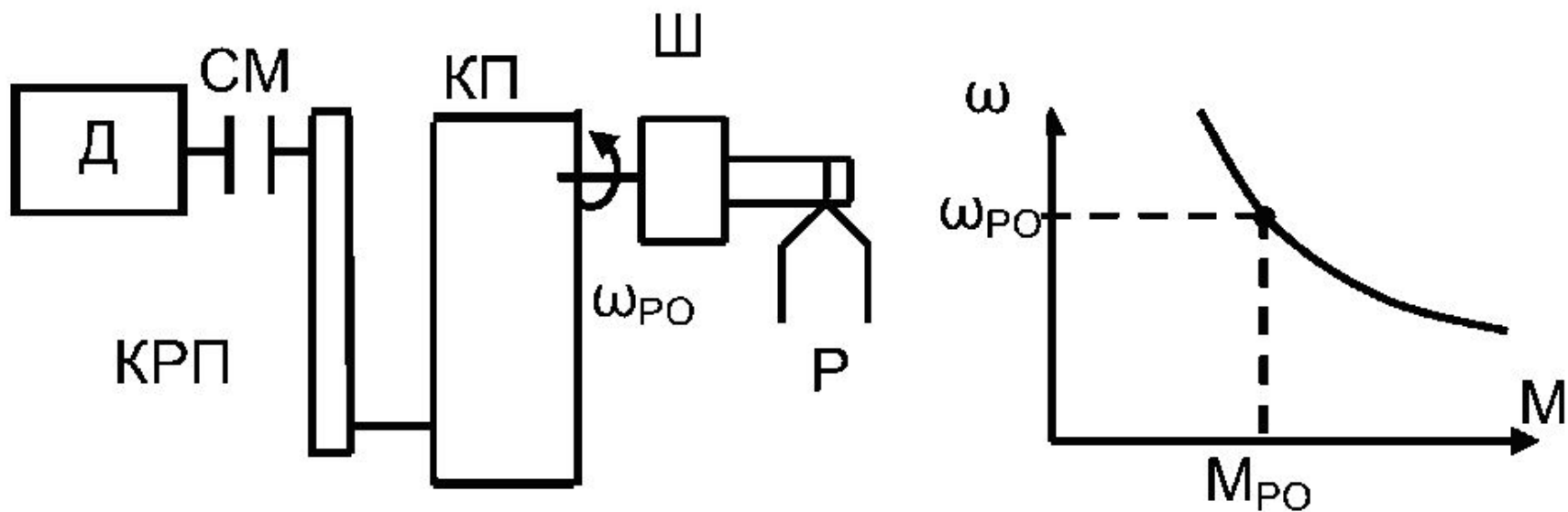


Рисунок 2.8 Кинематическая схема и механическая характеристика шпинделя токарного станка

3. В механизме передвижения тележки мостового крана (рис. 2.9) момент на валу двигателя преодолевает только силы трения. Двигатель Д через редуктор Р вращает ведущую пару колес тележки, преодолевая силу сопротивления движению тележки

$$F_{PO} = \frac{k_3 mg (f + \mu r_{ш})}{R_K} \quad (2.9)$$

обусловленную трением скольжения в подшипниках и трением качения колес по рельсам,

где k_3 - коэффициент запаса;

m - масса тележки с грузом;

$f = \frac{M_{ТРК}}{N}g$ - ускорение свободного падения;

$\mu = \frac{F_{ТРС}}{N}$ - коэффициент трения качения;

- коэффициент трения скольжения;

$M_{ТРК}$ - момент трения качения;

$F_{ТРС}$ - сила трения скольжения;

R_K, r_{III} - радиусы колеса и шейки оси колеса;

N – нормальная составляющая $G=mg$, приложенная к рельсам.

F_{PO}

Сила трения всегда направлена навстречу движения тележки. Под реактивными силами будем понимать такие силы, которые при смене направления движения рабочего органа меняют свой знак. Значит, реактивная сила.

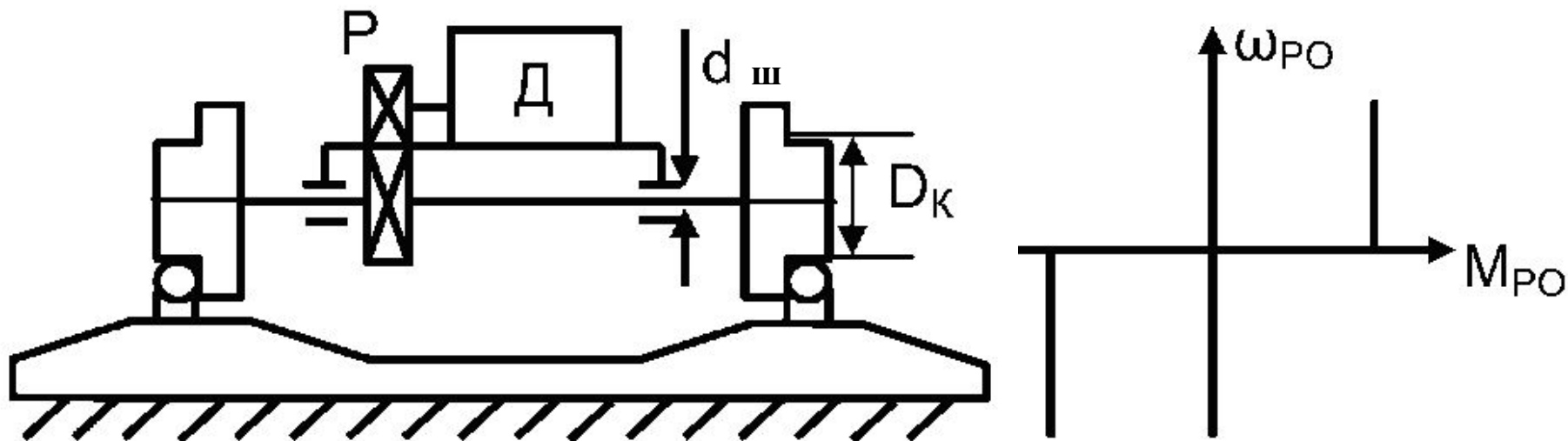


Рисунок 2.9 Кинематическая схема и механическая характеристика механизма передвижения тележки (с реактивным характером нагрузки)

Из формулы (2.9) следует, что модуль силы трения не зависит от скорости вращения рабочего органа. Приведенная формула (2.9) и вид механической характеристики не учитывают сухое трение (покоя), несколько увеличивающие силы трения при пуске механизма.

4. Кинематическая схема механизма подъема приведена на рисунке 2.10. Двигатель Д через редуктор Р вращает барабан Б, на котором намотан трос с грузом. На груз действует сила тяжести, не зависящая от скорости.

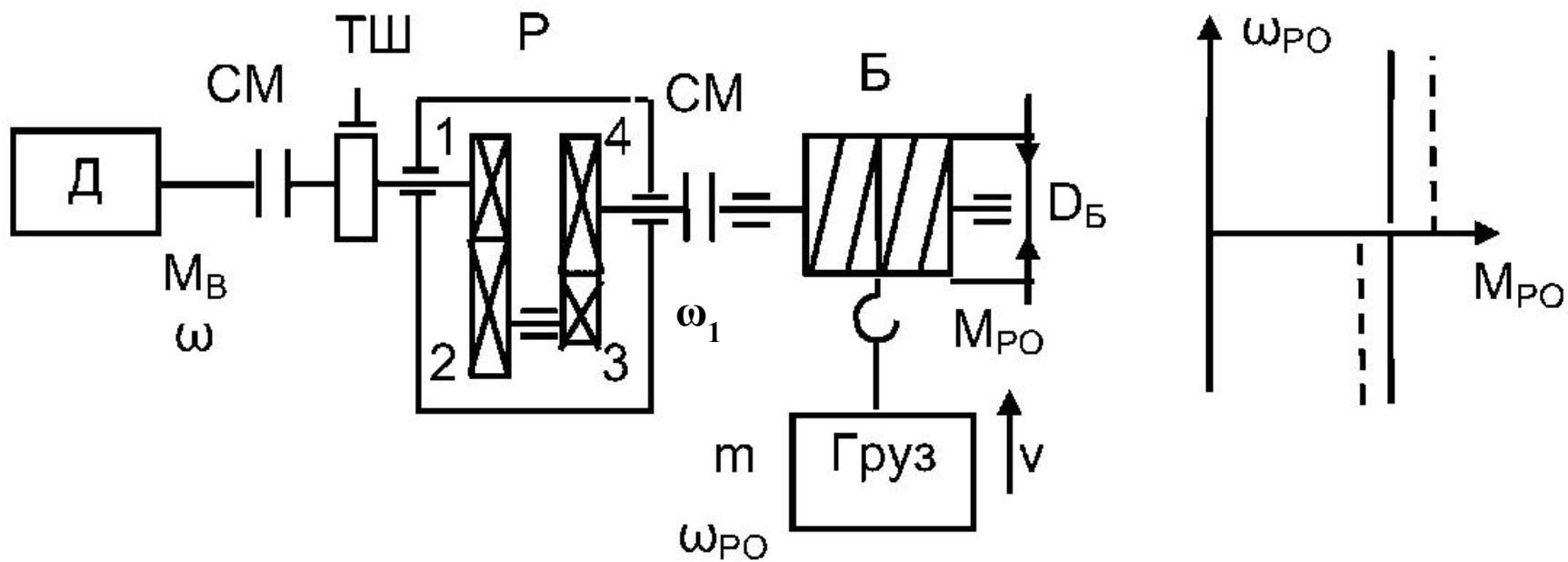


Рисунок 2.10 Кинематическая схема и механическая характеристика механизма подъёма (с активным характером нагрузки)

Кроме силы тяжести двигатель преодолевает силы трения в подшипниках и зубчатых зацеплениях редуктора (пунктирные линии на рис. 2.10 – с учетом F_{po}).

Таким образом, электропривод механизма подъёма в целом является реверсивным, с постоянным, независящим от скорости, моментом, знак которого не изменяется при изменении направления движения, т.е. носящим активный характер.

Момент рабочего органа носит активный характер, электропривод лифта - реверсивный, в приведенной схеме - редукторный.

При многообразии кинематических схем рабочего органа по отношению к электроприводу они *обладают следующими особенностями:*

- реверсивные или неревверсивные электроприводы;
- редукторные или безредукторные электроприводы;
- в электроприводе действуют движущие моменты и силы, моменты и силы сопротивления движению рабочего органа, а также моменты и силы трения;
- моменты сопротивления могут быть постоянны или могут зависеть от скорости, угла поворота, времени;

- моменты сопротивления могут иметь характер активный (энергия поступает от другого источника или имеется запас потенциальной энергии) или реактивный (обусловлен силами трения);
- при изменении направления движения реактивные моменты сопротивления движению скачком изменяют знак, а активные моменты - знак не изменяют.

2.4 Расчетные схемы механической части электропривода

Кинематическая схема дает представление об идеальных кинематических связях между движущимися массами конкретной установки и не учитывает деформации элементов при их нагружении.

С помощью кинематической схемы необходимо составить расчетную схему механической части электропривода, в которой все моменты инерции, моменты нагрузки вращающихся элементов, поступательно движущихся элементов, а также реальные жесткости механических связей заменяются эквивалентными величинами, приведенными к одной скорости, чаще всего - к скорости вала двигателя.

Приведение моментов сопротивления движению к валу двигателя.

Критерием приведения моментов сопротивления движению к валу двигателя является энергетический баланс реальной и расчетной схем, заключающийся в равенстве энергий, затраченных на выполнение определенной работы в реальной и расчетной схемах.

В идеальном случае при отсутствии потерь мощности в передаче мощность рабочего органа P_{PO} равна мощности на валу двигателя P_B :

$$P_{PO} = P_B \quad (2.11)$$

Рассмотрим для примера механизм подъема
(см. рис. 2.10).

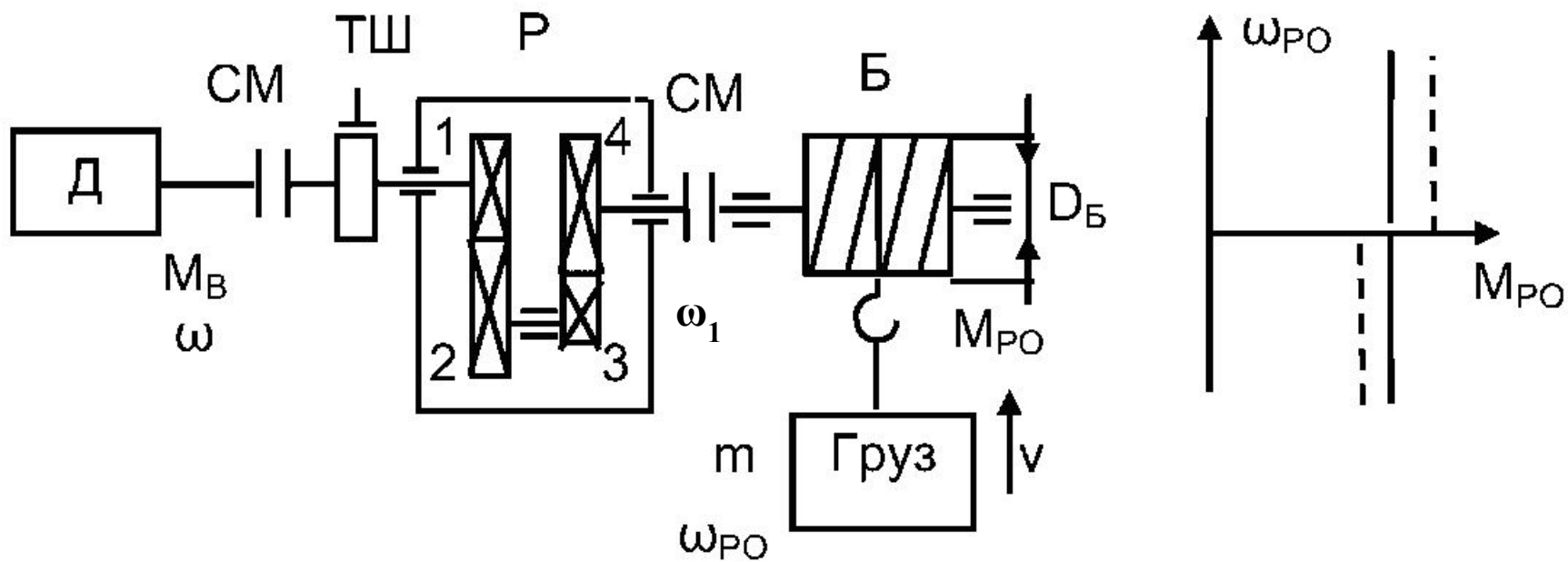


Рисунок 2.10 Кинематическая схема и механическая характеристика механизма подъёма (с активным характером нагрузки)

Для вращательного движения барабана:

- мощность на валу рабочего органа

$$P_{PO} = M_{PO} \cdot \omega_{PO} \quad (2.12)$$

- мощность на валу двигателя

$$P_B = M_B \cdot \omega \quad (2.13)$$

Подставив уравнения (2.13) и (2.12) в (2.11), получим момент сопротивления движению, приведенный к валу двигателя:

$$M_B = \frac{M_{PO} \omega_{PO}}{\omega} = \frac{M_{PO}}{i_P} \quad (2.14)$$

где $i_P = \frac{\omega}{\omega_{PO}}$ - передаточное число редуктора.

Для поступательного движения мощность на валу рабочего органа

$$P_{PO} = M_{PO} \omega_{PO} = mg \frac{D_6}{2} \omega_{PO} = mgv = Gv \quad (2.15)$$

тогда момент сопротивления движению, приведенный к валу двигателя,

$$M_B = G \frac{v}{\omega} = G\rho \quad (2.16)$$

где $\rho = \frac{v}{\omega}$ - радиус приведения, м.

Приведение моментов инерции к валу двигателя.

Критерием приведения является равенство запаса кинетической энергии реальной и расчетной схем электропривода. Кинетическая энергия реальной схемы равна сумме кинетических энергий каждого элемента движения.

Для схемы механизма подъема (см. рис. 2.10) выражение кинетической энергии $W_{\text{кин}}$ для расчетной и реальной схем можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 W_{\text{КИН}} = J \frac{\omega^2}{2} = & J_{\text{ДВ}} \frac{\omega^2}{2} + J_{\text{ТШ}} \frac{\omega^2}{2} + J_1 \frac{\omega^2}{2} + J_2 \frac{\omega_1^2}{2} + J_3 \frac{\omega_1^2}{2} + \\
 & + J_4 \frac{\omega_{\text{РО}}^2}{2} + J_{\text{Б}} \frac{\omega_{\text{РО}}^2}{2} + m \frac{v^2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

где **J** - момент инерции расчетной схемы, приведенный к валу двигателя;

J_{ДВ}, J_{ТШ}, J₁, J₂, J₃, J₄, J_Б - моменты инерции соответственно двигателя, тормозного шкива, шестерен редуктора, барабана;

m - масса груза;

ω₁ - скорость промежуточного вала редуктора.

Поделив правую и левую части уравнения (2.17) на $\omega^2/2$, получим значение момента инерции J расчётной схемы, приведенного к валу двигателя,

$$J = J_{ДВ} + J_{ТШ} + J_1 + J_2 \frac{1}{i_1^2} + J_3 \frac{1}{i_1^2} + J_4 \frac{1}{i_p^2} + J_B \frac{1}{i_p^2} + m\rho^2 \quad (2.18)$$

В полученном выражении:

i_1 - передаточное число до промежуточного вала редуктора;

i_p - передаточное число редуктора;

$\rho = \frac{v}{\omega}$ - радиус приведения от линейной скорости груза до вала двигателя.

В связи со сложностью определения моментов инерции элементов передачи, расчет момента инерции, приведенного к валу двигателя, выполняют по формуле

$$J = \delta J_{ДВ} + J_{ПРРО} \quad (2.19)$$

$$\delta = \frac{J_{ДВ} + J_{ПР}}{J_{ДВ}} = 1, 1 \dots 1, 3 \quad (2.20)$$

где $J_{ПР} = J_{ТШ} + J_1 + J_2 \frac{1}{i_1^2} + J_3 \frac{1}{i_1^2} + J_4 \frac{1}{i_p^2}$ - приведенный момент инерции передачи;

$J_{ПРРО} = J_B \frac{1}{i_p^2} + m\rho^2$ - приведенный момент инерции вращающегося элемента (барабана) и поступательно движущегося элемента (массы груза) рабочего органа.

В кулачковом механизме (рис.2.11) на валу двигателя закреплен рычаг радиуса **R**, на конце которого установлен ролик. Ролик воздействует на тарелку толкателя, который перемещает деталь массой **m**. Силовое замыкание кинематической цепи обеспечивается пружиной, надетой на толкатель. При равномерном вращении вала с угловой скоростью масса **m** перемещается по закону $\alpha = R \sin \varphi = R \sin(\omega t)$ со скоростью $v = d\alpha/dt = \omega R \cos \varphi$.

В этом случае радиус приведения становится переменной величиной

$$\rho = v/\omega = R \cos \varphi \quad (2.21)$$

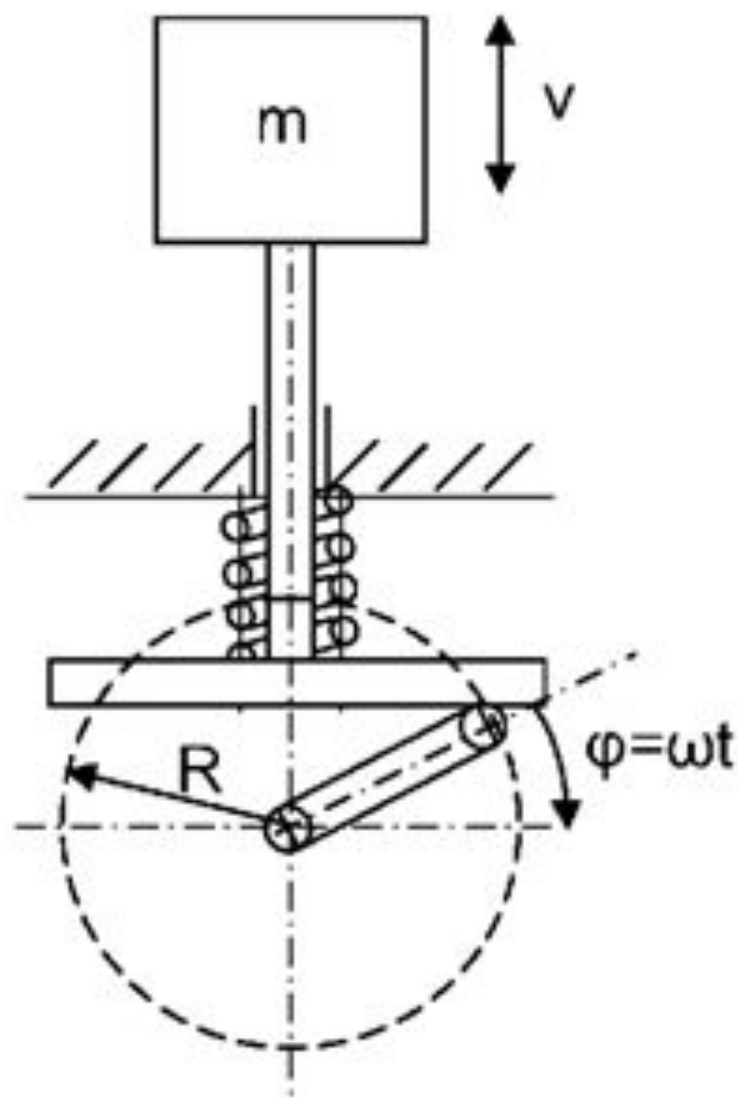


Рисунок 2.11
Кинематическая схема
кулачкового механизма

Приведенным моментом инерции расчётной схемы называют момент инерции простейшей системы, состоящей из элементов, вращающихся со скоростью вала, к которому осуществлено приведение, и которая обладает при этом запасом кинетической энергии, равным запасу кинетической энергии реальной системы.

Иногда в каталогах для двигателей указывается значение *махового момента* GD^2 , кгс·м². В этом случае моменты инерции ротора двигателя, кг·м², вычисляются по формуле

$$J_p = GD^2/4 \quad (2.22)$$

где D — диаметр инерции, м; G — сила тяжести (вес), кгс. Это соотношение следует из формулы

$$GD^2 = m(2\rho)^2 = 4m\rho^2 = 4J_p \quad (2.23)$$

где ρ — радиус инерции, м.

Если сила тяжести выражена в ньютонах, то масса тела определяется из равенства

$$G = mg \quad (2.24)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Момент инерции сплошного цилиндра относительно продольной оси вычисляется по формуле

$$J = mR^2/2 \quad (2.25)$$

где R — радиус цилиндра, м.

Приведение масс, движущихся поступательно, осуществляется также на основании равенства запаса кинетической энергии

$$\frac{mv^2}{2} = J \frac{\omega_d^2}{2} \quad (2.26)$$

Отсюда момент инерции, приведенный к валу двигателя,

$$J = m(v/\omega_d)^2 \quad (2.27)$$

Если механизм имеет вращающиеся и поступательно движущиеся элементы, то суммарный приведенный к валу двигателя момент инерции определяется

$$J = J_{Д} + J_1 \frac{1}{i_1^2} + J_2 \frac{1}{i_1^2 i_2^2} + \dots + J_n \frac{1}{i_1^2 i_2^2 \dots i_n^2} + m \left(\frac{v}{\omega_d} \right)^2 \dots \quad (2.28)$$

Для приведения момента инерции к поступательному движению нужно момент инерции заменить приведенной массой, т. е.

$$m = J(\omega_d/v)^2 \quad (2.29)$$

2.5 Уравнение движения ЭП

**Механическая энергия на валу двигателя $W_{дв}$
расходуется:**

- *на совершение полезной работы и преодоление сопротивления движению рабочего органа W_c ;*
- *на создание запаса кинетической энергии в механической части электропривода $W_{кин}$.*

$$W_{дв} = W_c + W_{кин} \quad (2.30)$$

Мощность двигателя равна производной энергии по времени

$$P_{ДВ} = \frac{dW_{ДВ}}{dt} = M \frac{dW_{С}}{dt} + M \frac{dW_{КИН}}{dt} = M_C \omega + M_{ДИН} \omega \quad (2.31)$$

Тогда момент двигателя

$$M = M_C + M_{ДИН} \quad (2.32)$$

Определим динамический момент, продифференцировав по времени выражение кинетической энергии:

$$\frac{dW_{\text{КИН}}}{dt} = \frac{d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right)}{dt} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ}{dt} + J\omega \frac{d\omega}{dt} = P_{\text{ДИН}} = M_{\text{ДИН}}\omega \quad (2.33)$$

Из формулы (2.33) следует, что динамический
МОМЕНТ

$$M_{\text{ДИН}} = \frac{\omega}{2} \cdot \frac{dJ}{dt} + J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.34)$$

Момент M , развиваемый двигателем, уравнивается моментом сопротивления движению M_c и динамическим моментом $M_{дин}$:

$$M = M_c + M_{дин} = M_c + J\omega \frac{d\omega}{dt} + \frac{dJ}{dt} \omega \quad (2.35)$$

Выражение (2.35) называют **полным уравнением движения**.

Для большинства механизмов момент инерции $J = \text{const}$. Тогда получаем **основное уравнение движения электропривода**:

$$M = M_c + J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.36)$$

В основное уравнение движения входят:

- M - электромагнитный момент двигателя;
- M_c - момент сопротивления движению, обеспечивающий преодоление моментов и сил сопротивления движению. В дальнейшем M_c будем называть статическим моментом, действующим в статике и динамике;
- $M_{ДИН}$ - динамический момент, действующий только в динамике.

Основное уравнение движения позволяет оценить со

- при $M > M_c \rightarrow \quad > 0 \rightarrow$ при $J = \text{const} \rightarrow \quad > 0 \rightarrow \omega \uparrow$ - *элек*
- при $M < M_c \rightarrow \quad < 0 \rightarrow$ при $J = \text{const} \rightarrow \quad < 0 \rightarrow \omega \downarrow$ - *эле*
- при $M = M_c \rightarrow \quad = 0 \rightarrow$ при $J = \text{const} \rightarrow \quad = 0 \rightarrow \omega = \text{const}$ -
- при $M = 0 \rightarrow M_{\text{дин}} = -M_c \rightarrow \quad < 0 \rightarrow \omega \downarrow$ - *электропривод торм*

Знаки моментов:

- *момент двигателя положительный - $M (+)$, если направление действия момента двигателя совпадает с направлением вращения двигателя;*
- *статический момент положительный - $M_s (+)$, если статический момент направлен навстречу скорости вращения двигателя.*

Основное уравнение поступательного движения

выводится аналогично и имеет вид

$$F_{ДВ} = F_C + m \frac{dv}{dt} \quad (2.37)$$

где $F_{ДВ}$ - сила двигателя (линейного);

F_C - сила сопротивления движению;

m - передвигаемая масса;

v - линейная скорость передвижения.

2.6 Структурная схема ЭП:

- одномассового

- двухмассового

Рассмотрим расчетную схему электропривода с бесконечной жесткостью механических связей между элементами. Расчетная схема электропривода представляется вращающимся элементом с моментом инерции, приведенным к валу двигателя,

$$J = \delta J_{ДВ} + J_{РО} / i_{ПР},$$

приведенным к валу двигателя статическим моментом M_c и моментом двигателя M .

Основное уравнение движения при линейной ($J = \text{const}$) кинематической цепи:

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.38)$$

запишем в операторной форме:

$$\mathbf{M}(p) = \mathbf{M}_c(p) + \mathbf{J} \cdot \omega(p) \cdot p \quad (2.39)$$

где $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования

Передаточную функцию механической части электропривода, на выходе которой рассматриваем $w(p)$, на входе - динамический момент $M_{дин}(p)$

$$M_{дин}(p) = M(p) - M_c(p) \quad (2.40)$$

получаем в виде

$$W(p) = \frac{x_{ВЫХ}}{x_{ВХ}} = \frac{\omega(p)}{M(p) - M_c(p)} = \frac{1/J}{p} \quad (2.41)$$

Жесткое приведенное звено как объект управления может быть представлено интегрирующим звеном с коэффициентом усиления $1/J$.

Структурная схема (особая форма записи уравнений) механической части электропривода, логарифмическая амплитудная (ЛАХ) и переходная характеристики изображены на рис. 2.12.

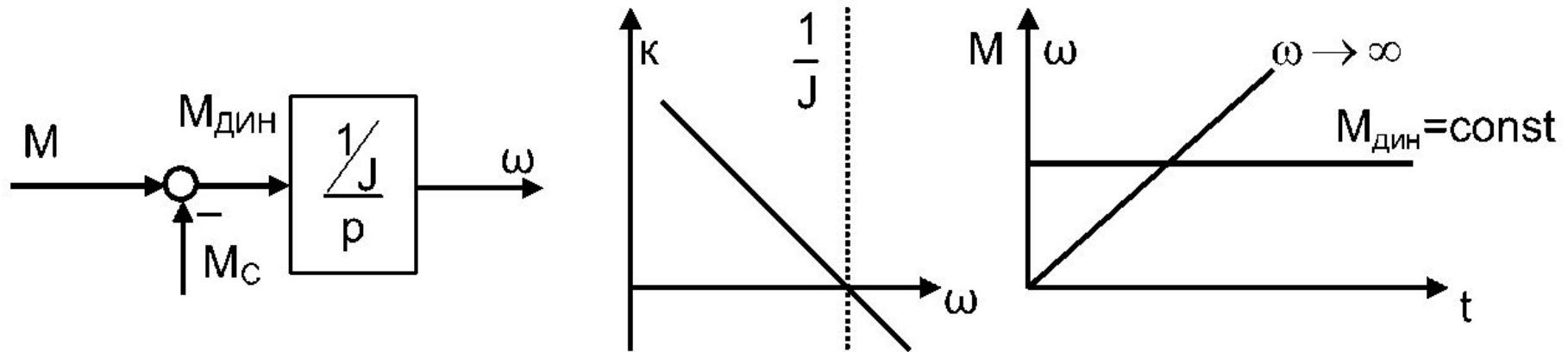


Рисунок 2.12 Структурная схема одномассового ЭП, ЛАХ и переходная характеристика механической части электропривода

При скачке на входе

$$M_{\text{дин}}(p) = M(p) - M_c(p) = \text{const} \text{ и } J = \text{const}$$

выходная величина $\omega(t)$ будет нарастать по линейному (так как $d\omega/dt = \varepsilon = \text{const}$) закону в функции времени от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$.

При составлении расчётных схем механической части с упругим элементом осуществляется приведение к валу двигателя коэффициента жесткости упругого элемента. Критерием приведения является равенство запаса потенциальной энергии в реальной и расчетной схемах.

Для вращательного движения потенциальная энергия для приведенного и реального звена определяется по формуле

$$W_{\Pi} = J_{\Pi P} \frac{\Delta\varphi_{\text{ГПР}}^2}{2} = K \frac{\Delta\varphi_i^2}{2}$$

тогда приведенная жесткость

$$C_{\text{ПР}} = C_K \left(\frac{\Delta\varphi_i^2}{\Delta\varphi_{\text{ПР}}^2} \right) = C_K \frac{1}{i^2} \quad (2.42)$$

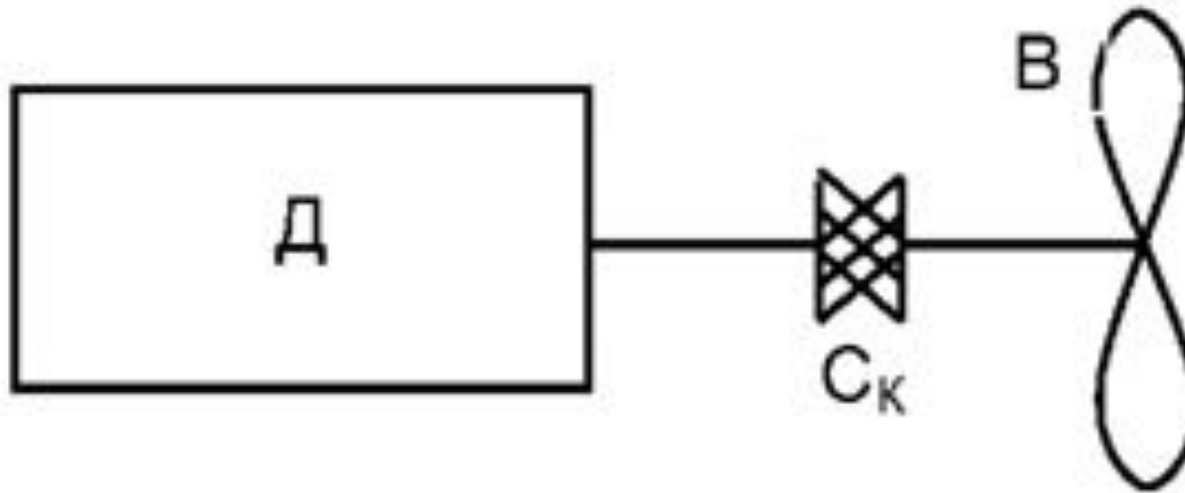
Для поступательного движения потенциальная энергия для приведенного и реального звена

$$W_{\text{П}} = \frac{\Delta\varphi_{\text{ПР}}^2}{2} C_{\text{ПР}} = \frac{\Delta L_i^2}{2} C_K$$

тогда приведенная жесткость определится как

$$C_{\text{ПР}} = C_L \left(\frac{\Delta L_i^2}{\Delta\varphi_{\text{ПР}}^2} \right) = C_L \rho^2 \quad (2.43)$$

Рассмотрим упругую систему с одним упругим элементом - схему электропривода вентилятора (рис. 2.13).



**Рисунок 2.12 Кинематическая
схема вентилятора**

При наличии упругих элементов не всегда удаётся получить одномассовую расчётную схему, и в зависимости от числа упругих элементов получаются многомассовые механические системы - двухмассовая, трехмассовая и т. д.

В кинематической схеме вентилятора можно рассмотреть четыре массы с моментами инерции: ротора двигателя $\delta J_{ДВ}$, полумуфт J_1 и J_2 , рабочего колеса $J_{ПР}$, соединенные тремя упругими элементами: валом двигателя до полумуфты жесткостью C_1 , упругой муфтой - C_2 , валом вентилятора до рабочего колеса - C_3 . Получили четырехмассовую систему (рис. 2.13), в которой вращающиеся массы соединены отрезками, пропорциональными податливостям валов.

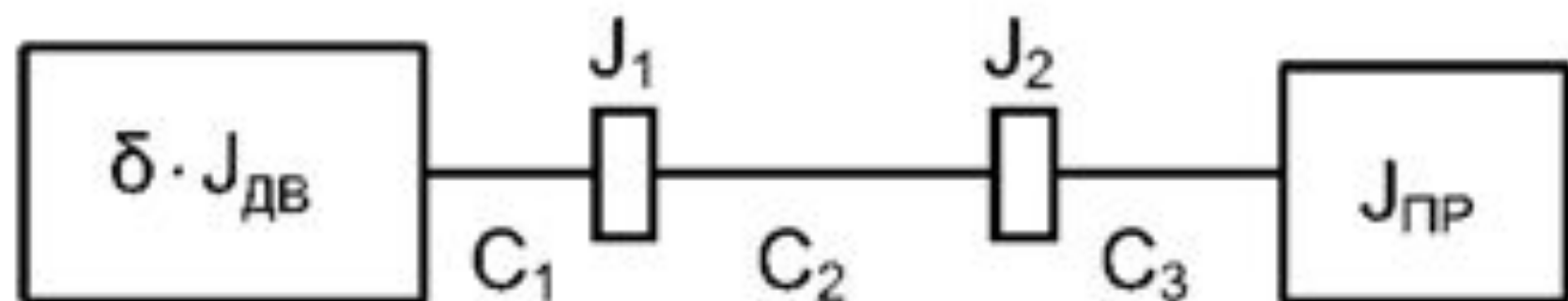


Рисунок 2.13 Четырехмассовая упругая система

Обычно многомассовую систему приводят к наиболее податливому звену (в нашем случае - C_2), при этом вращающиеся массы с малыми моментами инерции присоединяют к главным массам с гораздо большими моментами инерции. В схеме вентилятора отнесем J_1 к $\delta J_{ДВ}$, а J_2 - к $J_{ПР}$ и получим двухмассовую упругую систему (рис. 2.14). В расчетной схеме рассматриваем главные массы $\delta J_{ДВ}$ и $J_{ПР}$. Эквивалентную жесткость C_{12} двухмассовой упругой системы определяют через сумму податливостей упругих элементов реальной схемы

$$\frac{1}{C_{ЭКВ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (2.44)$$

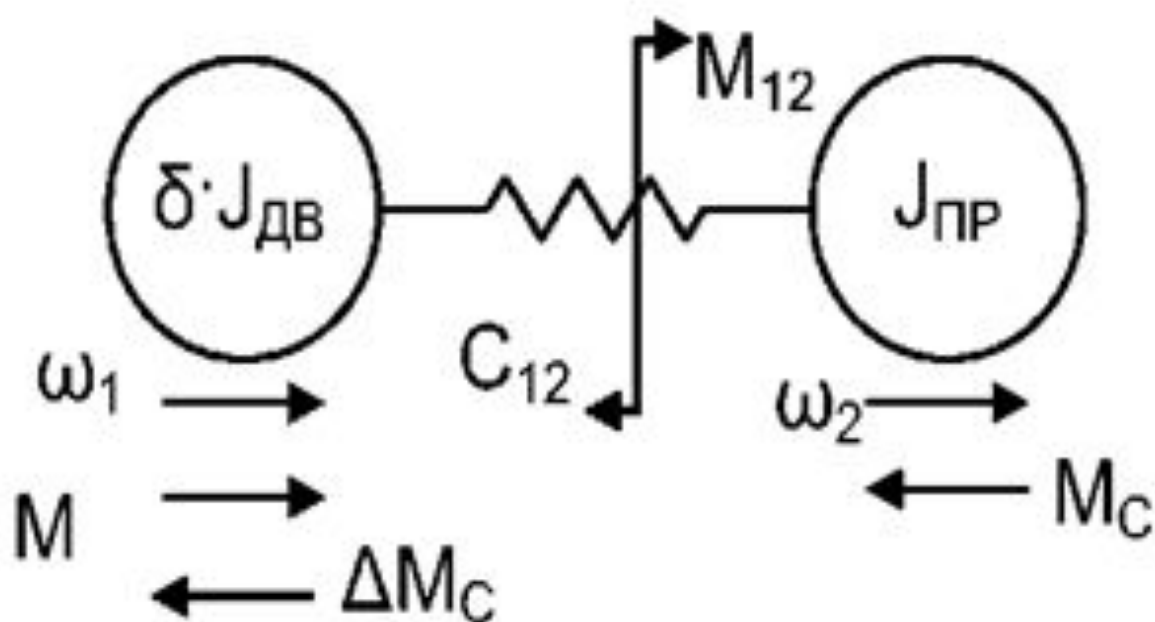
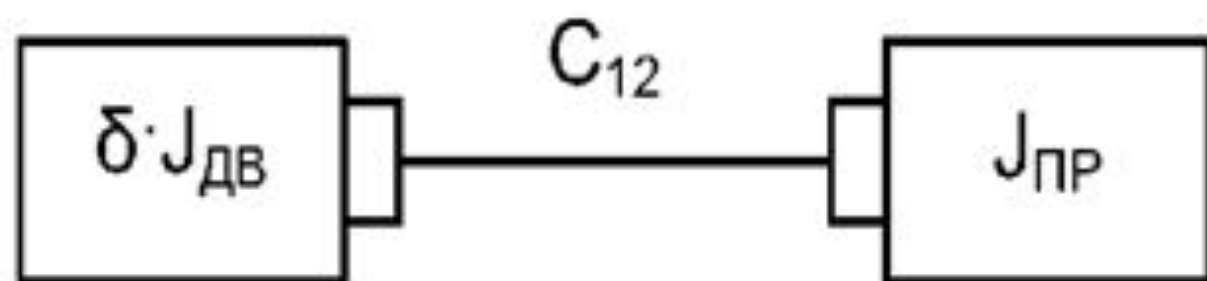


Рисунок 2.14 Расчетная схема двухмассовой упругой системы

Главная масса $\delta J_{\text{ДВ}}$ вращается со скоростью ω_1 , к ней приложен момент двигателя M и момент статический ΔM_C . Главная масса $J_{\text{ПР}}$ вращается со скоростью ω_2 , к ней приложен момент M_C . Разрежем систему по упругому элементу, в месте разреза приложим момент M_{12} . Момент M_{12} представляет собой момент упругого взаимодействия между главными массами $\delta J_{\text{ДВ}}$ и $J_{\text{ПР}}$.

Движение двухмассовой упругой системы (ДУС) описывается системой дифференциальных уравнений (рис.2.14):

$$\begin{aligned}
 M &= \Delta M_C + \delta J_{ДВ} \frac{d\omega_1}{dt} + M_{12} \\
 M_{12} &= M_C + J_{ПР} \frac{d\omega_2}{dt} \\
 M_{12} &= C_{12} \Delta \varphi_{12} = C_{12} (\varphi_1 - \varphi_2) = C_{12} \left(\int \omega_1 dt - \int \omega_2 dt \right)
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

Перепишем систему уравнений (2.45) в операторной форме

$$\begin{aligned}
 M(p) &= \Delta M_C(p) + \delta J_{ДВ} \omega_1(p) p + M_{12}(p) \\
 M_{12}(p) &= M_C(p) + J_{ПР} \omega_2(p) p \\
 M_{12}(p) &= C_{12} \frac{\omega_1(p) - \omega_2(p)}{p}
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

где $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования;
 $\frac{1}{p}$ - оператор интегрирования.

По системе уравнений (2.46) строится структурная схема ДУС (рис. 2.15). Отличие структурной схемы ДУС от схемы системы с идеально жесткими связями заключается в том, что главные массы разделены, между ними - интегрирующее звено C_{12}/p , представляющее жесткость.

Получим передаточную функцию ДУС, для чего преобразуем структурную схему рис. 2.15.

На рис. 2.16 приведена преобразованная структурная схема, в которой обратные связи перенесены на выход системы.

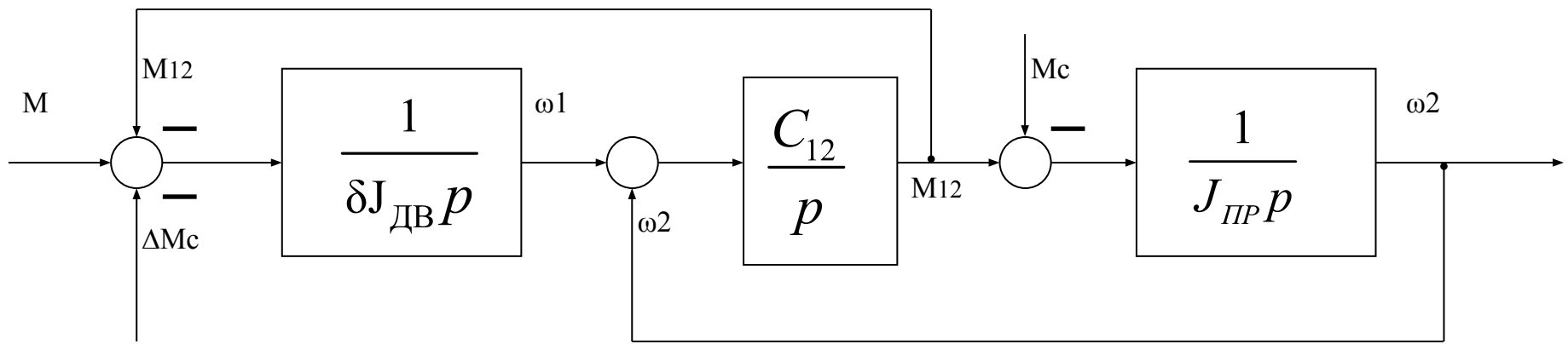


Рисунок 2.15 Структурная схема ДУС

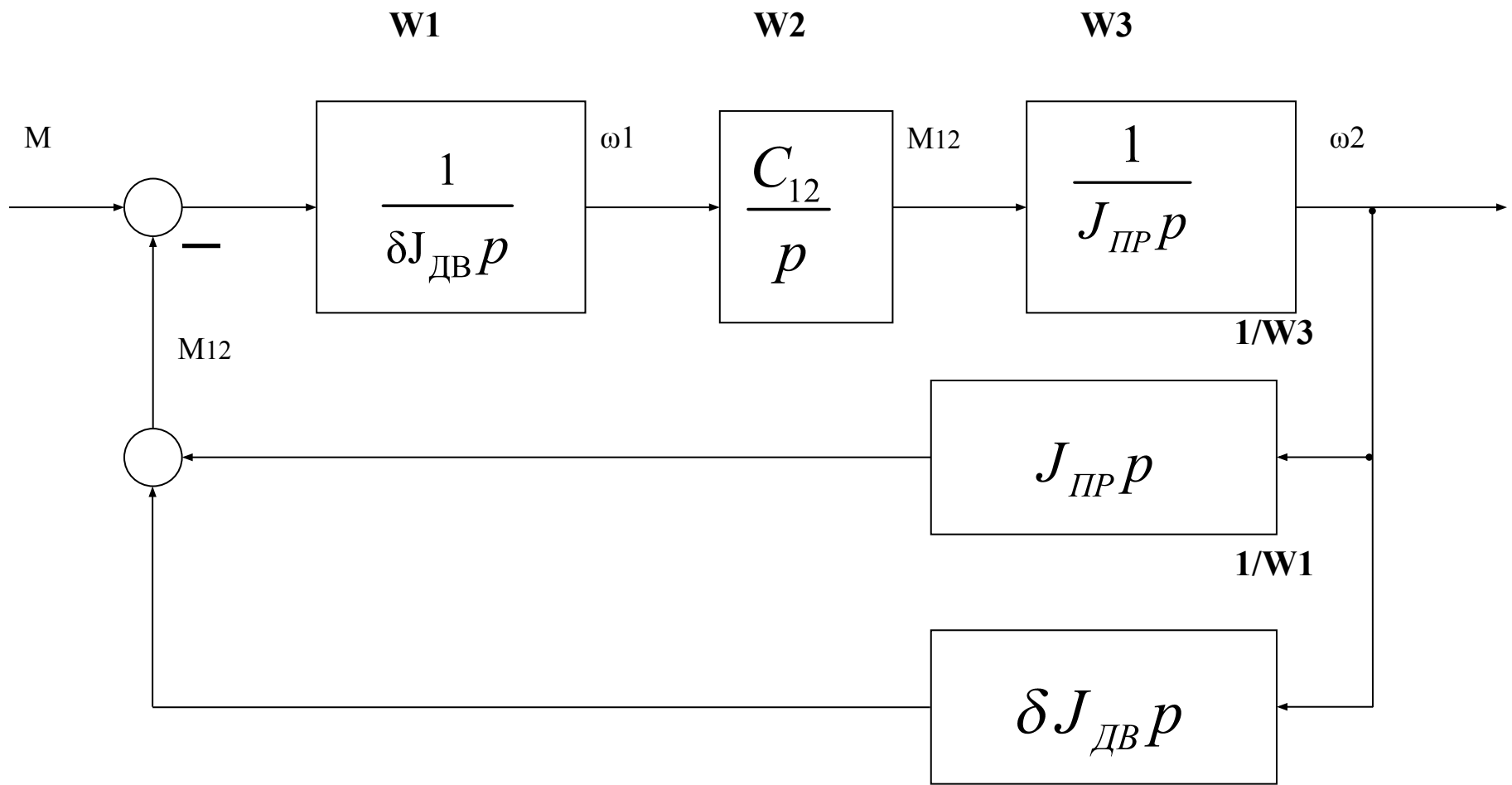
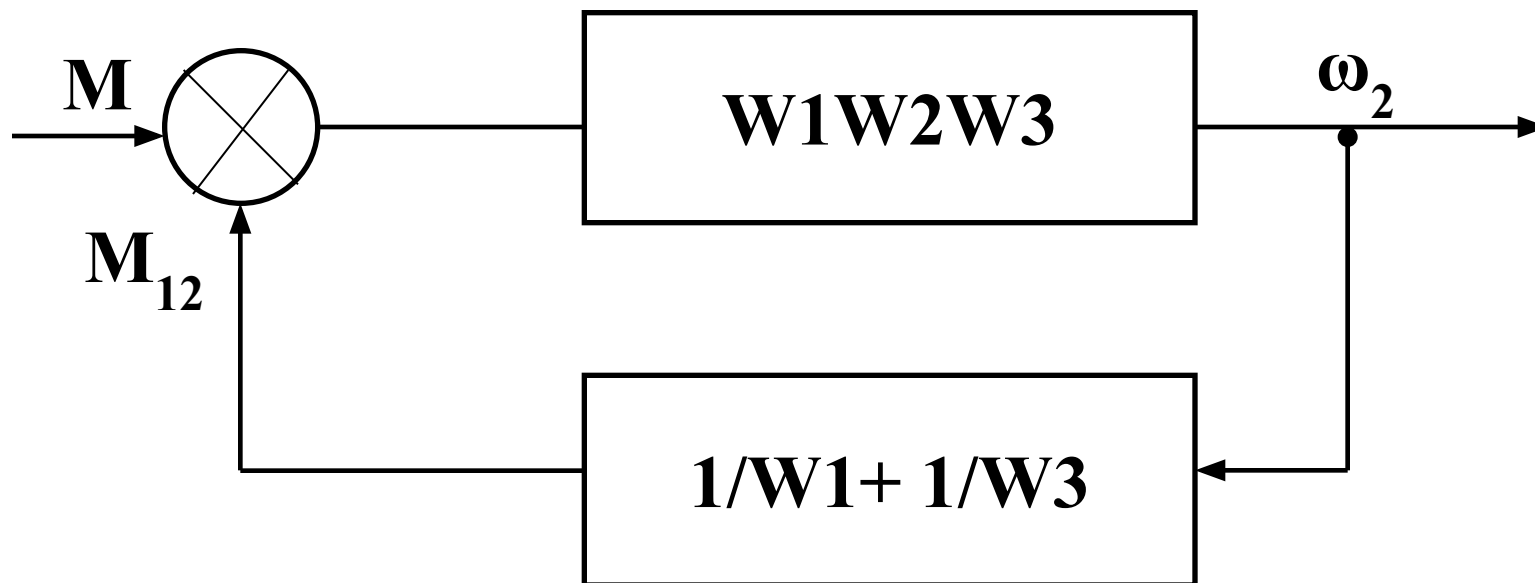


Рисунок 2.16 Преобразованная структурная схема при $\Delta M_C = 0, M_c = 0$

Проведем дальнейшие математические преобразования:



$$W(p) = \frac{W_1W_2W_3}{1 + W_1W_2W_3 \cdot \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_3} \right)} = \frac{W_1W_2W_3}{1 + W_1W_2W_3 \cdot \left(\frac{W_3 + W_1}{W_1W_3} \right)}$$

Выразим числитель и знаменатель передаточной функции замкнутой системы через параметры передаточных функций исходной структурной схемы.

$$W_1 = \frac{1}{\delta J_{ДВ} p}; \quad W_2 = \frac{C_{12}}{p}; \quad W_3 = \frac{1}{J_{ПР} p}$$

Передаточная функция этой схемы имеет вид

$$\begin{aligned}
 W(p) &= \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{\frac{C_{12}}{p^3 \delta J_{ДВ} J_{ПР}}}{1 + \frac{C_{12}}{p^3 \delta J_{ДВ} J_{ПР}} (J_{ПР} + \delta J_{ДВ}) p} = \\
 &= \frac{1}{(J_{ПР} + \delta J_{ДВ}) p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta J_{ДВ} J_{ПР}}{(J_{ПР} + \delta J_{ДВ}) C_{12}} \cdot p^2}
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Как видно из (2.47), передаточная функция содержит два звена:

- **интегрирующее звено** с коэффициентом усиления $1/J = 1/(J_{\text{ПР}} + \delta J_{\text{ДВ}})$ - это звено представляет идеально жесткую систему;
- **консервативное звено** (колебательное звено без демпфирования колебаний) с постоянной времени T_K и частотой среза $\Omega_K = \Omega_{12}$:

$$T_K = \sqrt{\frac{J_{\text{ДВ}} \delta J_{\text{ПР}}}{(J_{\text{ПР}} + \delta J_{\text{ДВ}}) C_{12}}}; \quad \Omega_K = \sqrt{\frac{(J_{\text{ПР}} + \delta J_{\text{ДВ}}) C_{12}}{J_{\text{ДВ}} \delta J_{\text{ПР}}}}$$

Передаточная функция консервативного звена записывается в виде

$$W(p) = \frac{1}{(T_K^2 p^2 + 1)}$$

При $C_{12}=\infty$ да постоянная времени $T_k=0$, частота среза $\Omega_{12}=\infty$, передаточная функция упругой системы превращается в передаточную функцию звена с идеально жесткими связями.

При $p = j \cdot \Omega$ получим
$$W(j \cdot \Omega) = \frac{1}{(T_K^2 \cdot (j \cdot \Omega)^2 + 1)}$$

Амплитуду консервативного звена дает модуль этого комплексного числа

$$A = \left| \frac{1}{(T_K^2 \cdot (j \cdot \Omega)^2 + 1)} \right| = \frac{1}{(1 - T_K^2 \Omega^2)}$$

Нетрудно убедиться, что амплитуда консервативного звена будет равна бесконечности

$A = \infty$ при $\Omega = 1/T_k$.

Таким образом, при частоте среза консервативного звена Ω_{12} наступает явление резонанса (эту частоту $\Omega_{12} = \Omega_{\text{РЕЗ}}$ называют резонансной), ЛАЧХ этого звена терпит разрыв. ЛАЧХ упругой системы приведена на рис. 2.17. Если возмущения проходят с частотой Ω_{12} , в упругой системе возникают резонансные колебания упругого момента с амплитудой $A = \infty$.

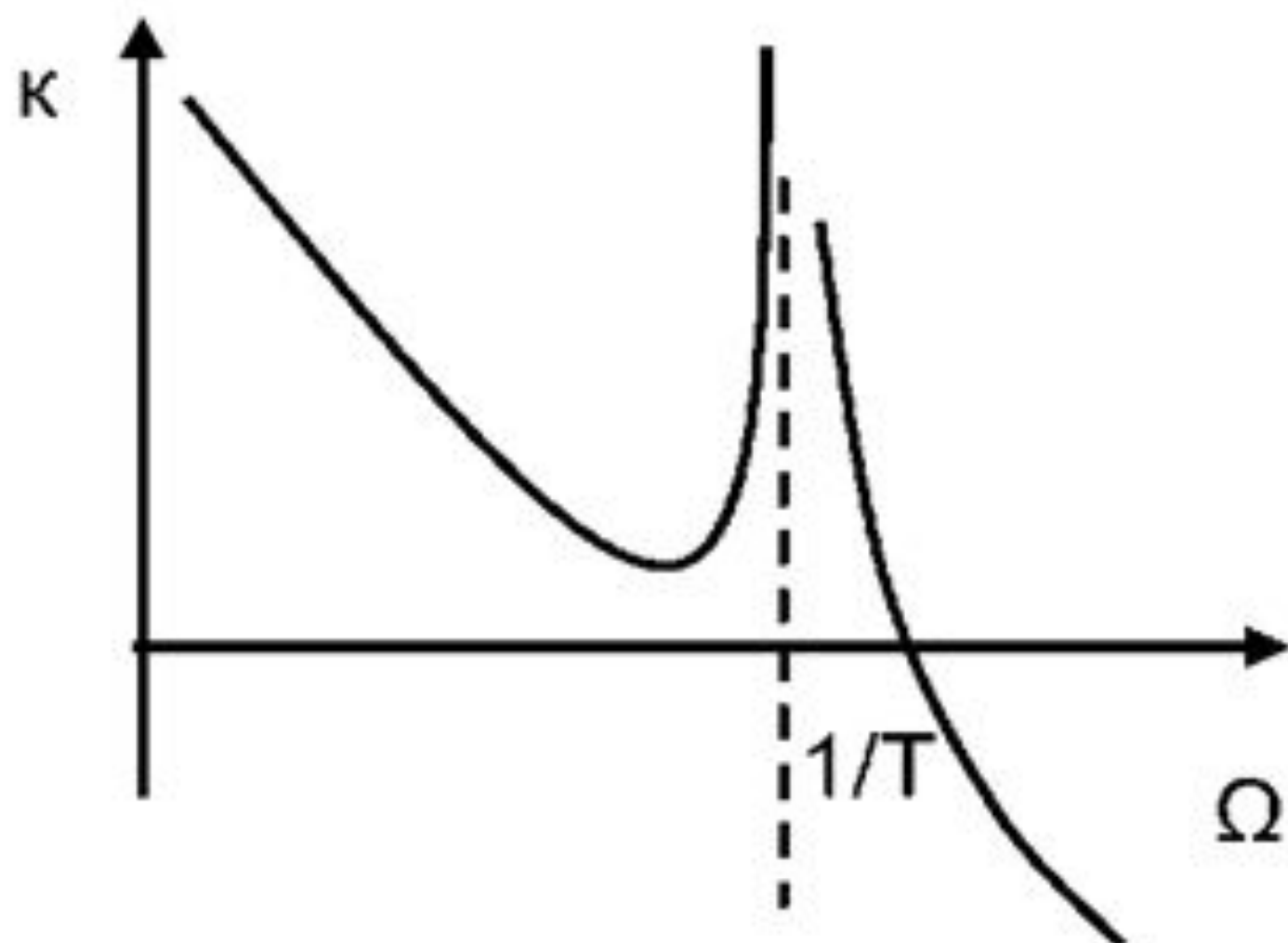


Рисунок 2.17 Частотная характеристика ДУС

2.7 Статическая и динамическая устойчивость ЭП

Для расчетной одномассовой схемы установившееся механическое движение ЭП будет определяться равенством моментов двигателя и нагрузки, т.е. условием $M=M_c$. Проверка выполнения этого условия может производиться аналитически или с помощью, так называемых механических характеристик двигателя и исполнительного органа.

Механической характеристикой двигателя называется зависимость его угловой скорости от развиваемого момента $\omega(M)$ (для вращательного движения) или линейной скорости от усилия $v(F)$ (для поступательного движения).

Различают естественные и искусственные характеристики двигателей.

Естественная характеристика двигателя (она у него единственная) соответствует основной (паспортной) схеме его включения и номинальным параметрам питающего напряжения. Естественные механические характеристики двигателей вращательного движения приведены на рис. 2.18 а (1...4 - соответственно синхронного, постоянного тока с независимым возбуждением, асинхронного и постоянного тока с последовательным возбуждением). На естественной характеристике располагается точка номинального (паспортного) режима работы двигателя с координатами $\omega_{\text{ном}}$, $M_{\text{ном}}$.

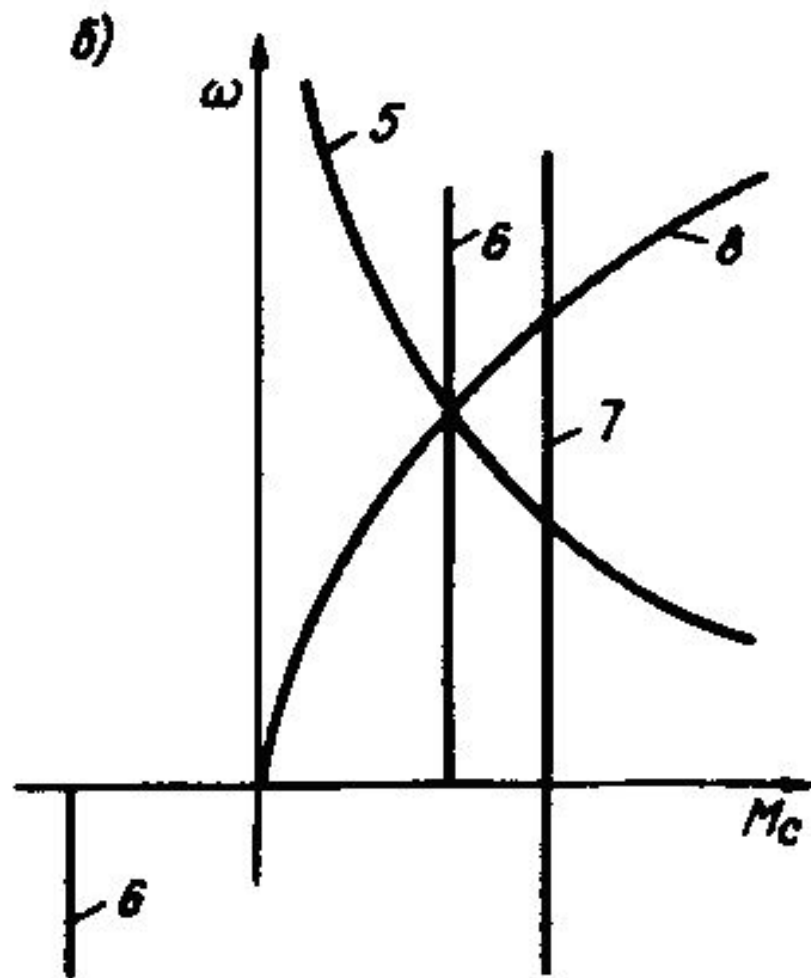
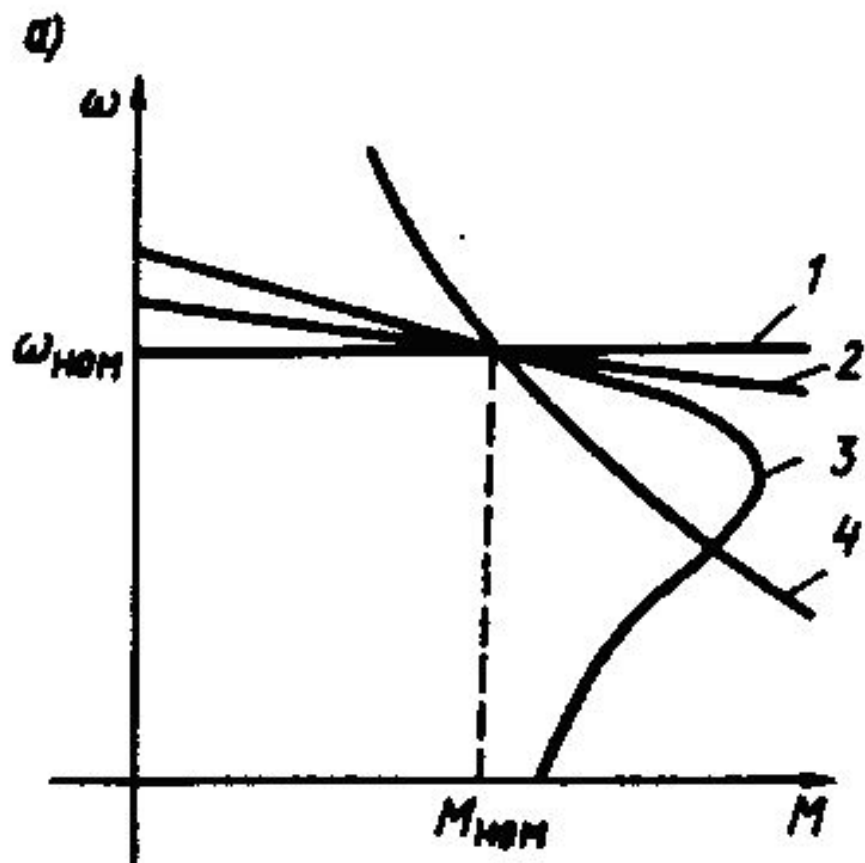


Рисунок 2.18 Естественные механические характеристики двигателей (а) и некоторых исполнительных органов (б)

Если включение двигателя происходит не по основной схеме, или в его электрические цепи включены какие-либо дополнительные электротехнические элементы (резисторы, реакторы, конденсаторы), или двигатель питается напряжением с неноминальными параметрами, то его характеристики будут называться искусственными. Таких характеристик у двигателя может быть сколь угодно много. Поскольку эти характеристики получают с целью регулирования переменных (координат) двигателя - тока, момента, скорости, положения, то они иногда называются регулировочными.

Механической характеристикой исполнительного органа

называется зависимость скорости его движения от усилия или момента на нем, т.е. $\omega_{\text{ио}}(M_{\text{ио}})$ при вращательном движении и $v_{\text{ио}}(F_{\text{ио}})$ при поступательном движении. В результате операции приведения эти характеристики преобразуются в зависимость вида $\omega(M_c)$, где ω - скорость двигателя, а M_c - приведенный к его валу момент нагрузки (сопротивления).

Механические характеристики некоторых исполнительных органов приведены на рис. 2.18 б

(5 - механизма главного движения металлообрабатывающего станка;

6 - транспортера, механизма подачи станка;

7 - подъемного механизма;

8 - вентилятора, дымососа, компрессора и центробежного насоса).

Отметим, что реальные механические характеристики исполнительных органов более сложны по своему виду и обычно представляют собой сочетание показанных на рис. 2.18 б зависимостей.

По характеру действия моменты нагрузки M_c как указывалось ранее делятся на **активные** и **реактивные**.

Активные моменты имеют постоянное, не зависящее от скорости направление своего действия и создаются так называемыми потенциальными силами - силами притяжения Земли (характеристика 7), силами упругой деформации и др.

Реактивный момент, характеристика которого соответствует зависимости б на рис. 2.18 б, создается в основном силами трения, он всегда противодействует движению и поэтому изменяет свой знак с изменением направления скорости движения.

Количественно механические характеристики двигателя и исполнительного органа оцениваются жесткостью

$$\beta = dM/d\omega \approx \Delta M/\Delta \omega \quad (2.48)$$

Используя этот показатель, можно оценить характеристику синхронного двигателя 1 как абсолютно жесткую ($\beta = \infty$), характеристику асинхронного двигателя 3 - как имеющую переменную положительную и отрицательную жесткости, а характеристику подъемного механизма 7 - как имеющую нулевую жесткость ($\beta = 0$) и т.д.

Введенное понятие механических характеристик позволяет графически выполнить проверку условия установившегося движения и найти его параметры. Для этого в одном и том же квадранте совмещаются характеристики двигателя 1 и исполнительного органа 2, как это показано на рис. 2.19. Точка А пересечения этих характеристик, в которой моменты двигателя и исполнительного органа равны, и будет соответствовать установившемуся движению со скоростью $\omega_{уст}$ и моментом $M_{уст}$.

Аналитический способ для такой проверки применяется в тех случаях, когда механические характеристики двигателя и нагрузки заданы в виде двух уравнений, совместное решение которых при условии $M=M_c$ дает искомое значение $\omega_{уст}$. Подстановка этого значения скорости в любое из двух уравнений механических характеристик позволяет получить значение установившегося момента.

Видом механических характеристик двигателя и исполнительного органа определяется устойчивость установившегося движения. Под **устойчивостью** понимается *свойство системы «двигатель - исполнительный орган» поддерживать движение со скоростью $\Omega_{уст}$ или с минимально возможными отклонениями от нее*. Рассмотрим способ определения устойчивости движения с помощью механических характеристик (см. рис. 2.19).

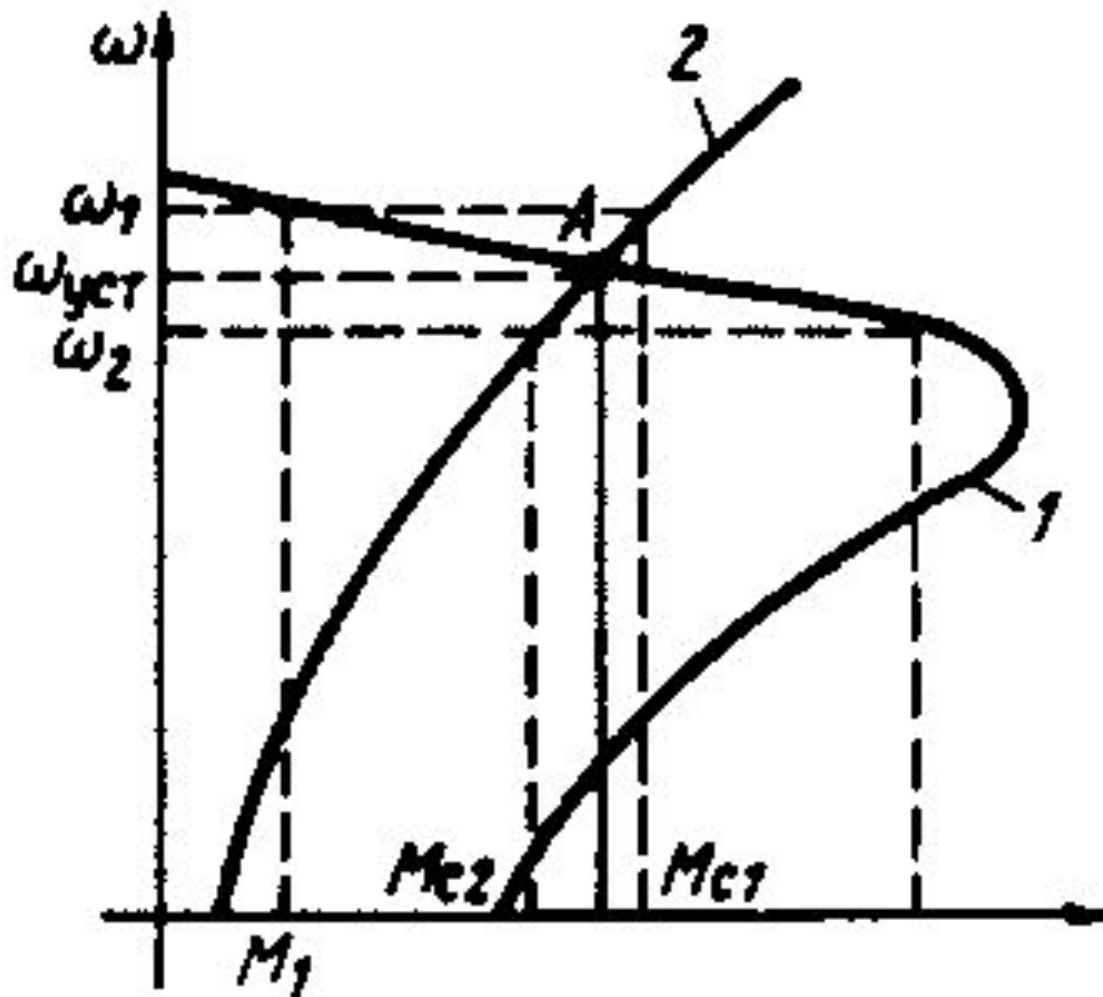


Рисунок 2.19 Совмещение механических характеристик двигателя (1) и исполнительного органа (2)

Предположим, что по какой-то причине скорость ЭП повысилась до уровня ω_1 . Выясним, что будет происходить со скоростью, если причина вызвавшая ее изменение исчезнет. Из характеристик двигателя и исполнительного органа видно, что при скорости ω_1 момент нагрузки M_{c1} больше момента двигателя M_1 , т.е. $M_1 < M_{c1}$. Тогда в системе «двигатель - исполнительный орган» будет действовать отрицательный динамический момент.

Начнется процесс торможения ($d\omega/dt < 0$), который закончится при скорости $\omega_{уст}$.

Рассмотрим теперь положение, при котором кратковременное возмущение вызвало снижение скорости до уровня $\omega_2 < \omega_{уст}$. В этом случае $M_2 > M_{c2}$ и под действием уже положительного динамического момента скорость начнет возрастать, пока не достигнет уровня $\omega_{уст}$. Таким образом, система «двигатель - исполнительный орган» с приведенными на рис. 2.19 механическими характеристиками обладает свойством возвращаться к скорости установившегося движения при возможных отклонениях от нее, т. е. движение в такой системе является устойчивым.

Проверка на устойчивость движения может быть выполнена также аналитически с использованием понятия жесткости характеристик. Движение будет устойчиво при выполнении условия

$$\beta - \beta_c < 0 \text{ или } \beta < \beta_c \quad (2.49)$$

где β и β_c - соответственно жесткости механических характеристик двигателя и исполнительного органа.

Неустановившееся движение ЭП имеет место, когда моменты двигателя и нагрузки отличаются друг от друга, т. е. $M \neq M_c$. В этом случае динамический момент $M_{дин}$ не равен нулю и происходит увеличение или снижение скорости движения.

Неустановившееся движение возникает при переходе ЭП из установившегося движения с одними параметрами к установившемуся движению с другими параметрами. По этой причине неустановившееся движение называют также переходным процессом или переходным режимом ЭП.

Целью рассмотрения неустановившегося движения является получение зависимостей механических переменных (координат) ЭП - моментов, скорости и угла поворота вала двигателя от времени. Рассмотрим переходные процессы в механической части ЭП, обусловленные инерционностью движущихся элементов. Иногда такие процессы называют механическими.

Искомые зависимости получим решением (интегрированием) дифференциального уравнения механического движения, а также дифференциального уравнения $\omega = d\varphi/dt$, связывающего угол поворота φ вала двигателя и его скорость ω .

Рассмотрим наиболее часто имеющий место случай, когда моменты двигателя и нагрузки ЭП являются постоянными величинами, не зависящими от скорости или времени, а моменты инерции и массы движущихся элементов не изменяются в переходных процессах.

На рис. 2.20а приведены механические характеристики двигателя 2 и нагрузки (исполнительного органа) 1, при которых их моменты неизменны, т.е. динамический момент постоянен и положителен. Уравнение движения в этом случае решается методом разделения переменных, т.е.

$$\omega = (M - M_c)t/J + C \quad (2.50)$$

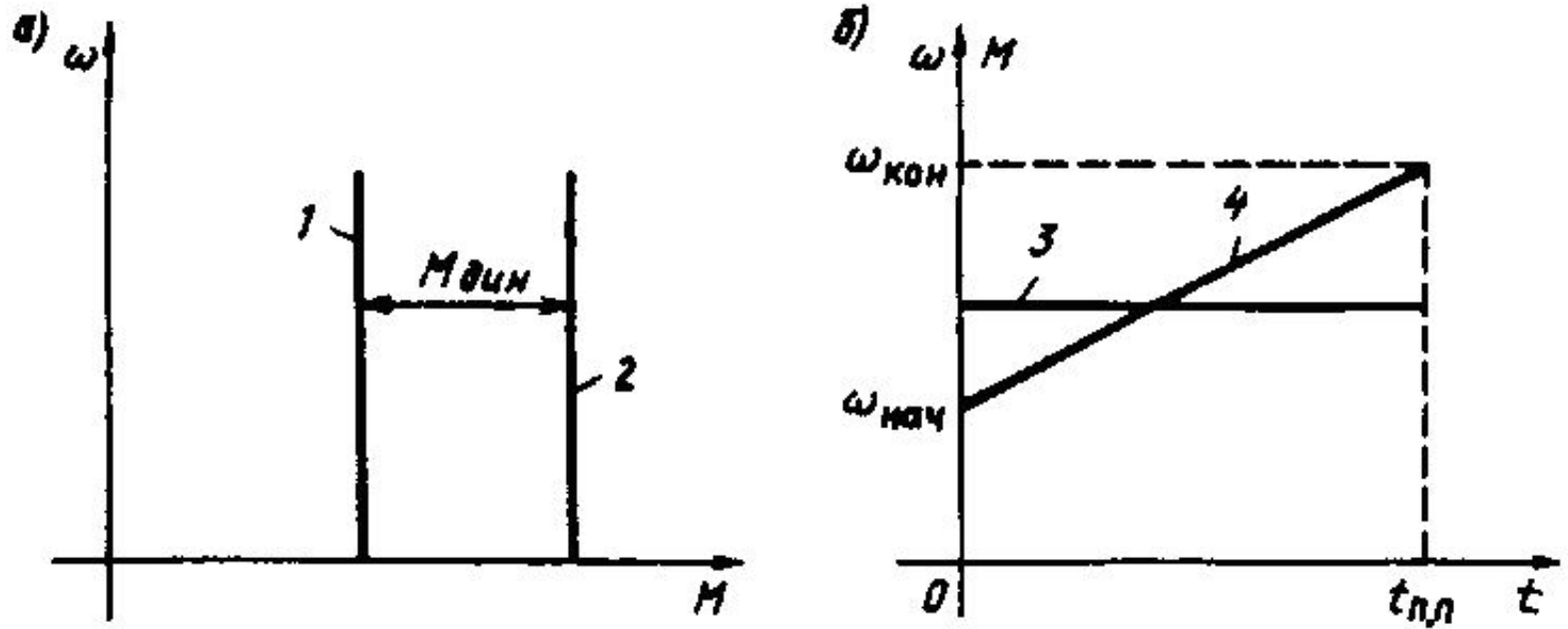


Рисунок 2.20 Механические характеристики двигателя 2 и нагрузки 1 а); зависимость скорости ЭП 4 и момента двигателя 3 от времени б)

Постоянная интегрирования C находится из начального условия переходного процесса: при $t = 0$ $\omega = \omega_{\text{НАЧ}}$. Подставляя это условие в (2.50), получим $C = \omega_{\text{НАЧ}}$. Тогда окончательно (2.50) принимает вид

$$\omega = ((M - M_c)/J)t + \omega_{\text{НАЧ}} \quad (2.51)$$

Полученная формула показывает, что при разбеге ЭП (см. рис. 2.20б) скорость ω линейно зависит от времени t : при $(M - M_c) > 0$ она увеличивается (прямая 4), а при $(M - M_c) < 0$ - снижается. Момент двигателя от времени не зависит (прямая 3).

Время переходного процесса $t_{\text{ПП}}$, за которое скорость изменится от некоторого начального $\omega_{\text{НАЧ}}$ до конечного $\omega_{\text{КОН}}$ уровня, определяется из (2.51) при подстановке в нее $t=t_{\text{ПП}}$ и $\omega=\omega_{\text{КОН}}$:

$$t_{\text{ПП}} = J(\omega_{\text{КОН}} - \omega_{\text{НАЧ}}) / (M - Mc) \quad (2.52)$$

При линейных механических характеристиках двигателя и исполнительного органа динамический момент ЭП также линейно зависит от скорости. Такие переходные процессы характерны для ЭП с двигателями постоянного тока независимого возбуждения, а также двигателями, характеристики которых могут быть частично или полностью представлены (аппроксимированы) прямыми линиями.

На рис. 2.21а показаны линейные механические характеристики двигателя 1 и исполнительного органа 2, построенные по следующим уравнениям:

$$M = M_{кз} - \beta\omega \quad (2.53)$$

$$M = M_{с0} + \beta_c\omega \quad (2.54)$$

где $M_{кз}$ и $M_{с0}$ - моменты двигателя и исполнительного органа при нулевой скорости $\omega=0$.

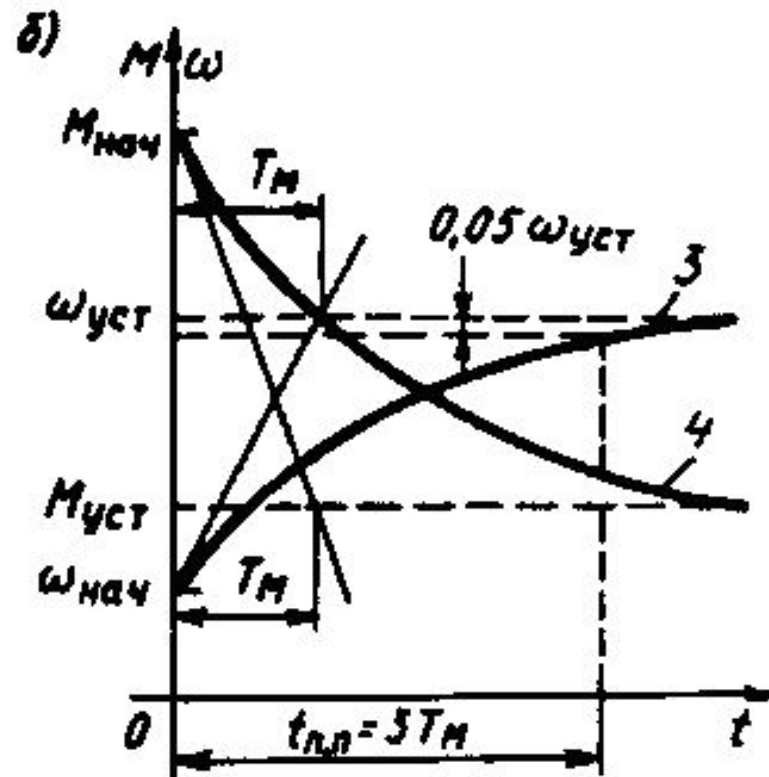
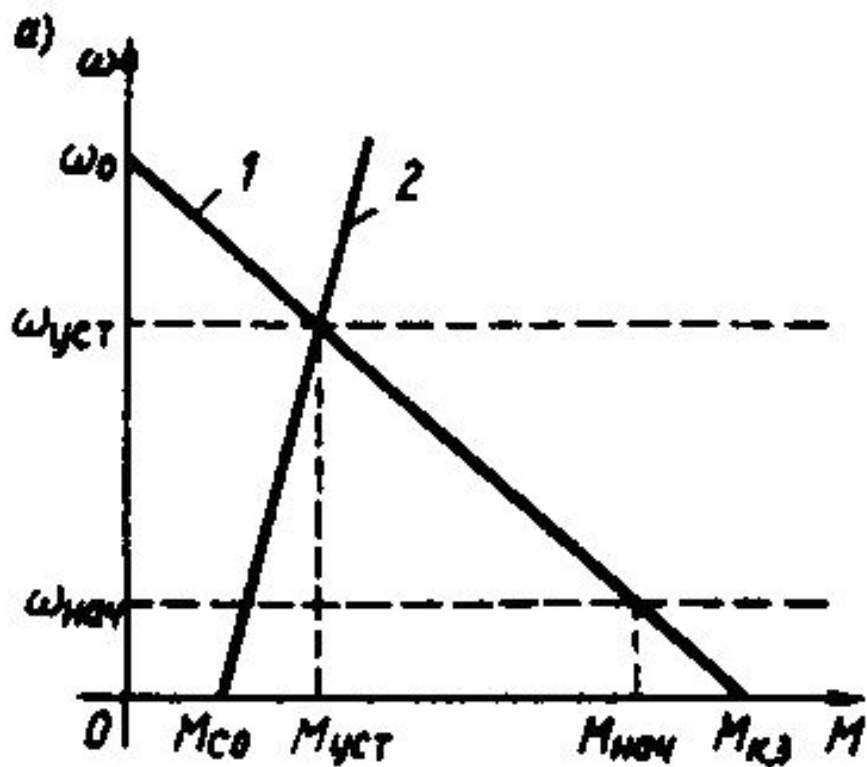


Рисунок 2.21 Механические характеристики двигателя 1 и исполнительного органа 2 а); изменение скорости 3 и момента 4 ЭП во времени б).

Подставляя эти выражения в уравнение движения, получим

$$M - Mc = M_{кз} - \beta\omega - M_{c0} - \beta_c\omega = J(d\omega/dt) \quad (2.55)$$

В обычной для дифференциальных уравнений форме (2.55) будет иметь вид

$$T_M(d\omega/dt) + \omega = \omega_{уст} \quad (2.56)$$

где $T_M = J/(\beta + \beta_c)$ - электромеханическая постоянная времени, с;

$\omega_{уст} = (M_{кз} - M_{c0})/(\beta + \beta_c)$ - установившаяся скорость, соответствующая точке пересечения характеристик двигателя и исполнительного органа.

Выражение (2.56) по своей форме является линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка, решение которого имеет вид

$$\omega(t) = A e^{-t/T_m} + \omega_{уст} \quad (2.57)$$

где постоянный коэффициент A определяется из начальных условий переходного процесса: при $t = 0$ $\omega = \omega_{нач}$, т. е.

$$A = \omega_{нач} - \omega_{уст} \quad (2.58)$$

Тогда окончательно зависимость изменения скорости от времени будет иметь вид

$$\omega(t) = (\omega_{нач} - \omega_{уст}) e^{-t/T_m} + \omega_{уст} \quad (2.59)$$

Запишем момент двигателя в функции времени, исходя из (2.58) и (2.59):

$$M(t) = M_{кз} - \beta\omega(t) \quad (2.60)$$

С учетом того, что $\beta = \Delta M / \Delta \omega = M_{кз} / \omega_0 = (M_{кз} - M_{уст}) / \omega_{уст} = (M_{кз} - M_{нач}) / \omega_{нач}$, после подстановки $\omega_{нач}$ и $\omega_{уст}$ получим

$$M(t) = (M_{нач} - M_{уст}) e^{-t/T_m} + M_{уст} \quad (2.61)$$

В распространенном для ЭП случае, когда $\beta_c = 0$ (характеристикой исполнительного органа является вертикальная прямая линия), входящие в (2.59) и (2.61) параметры будут иметь упрощенный вид

$$T_m = J / \beta = J \omega_0 / M_{кз}; \quad \omega_{уст} = (M_{кз} - M_c) / \beta$$

Время переходного процесса t_{III} , за которое скорость двигателя изменится от некоторого начального значения $\omega_{НАЧ}$ до конечного $\omega_{КОН}$, определяется в этом случае логарифмированием (2.59):

$$t_{III} = T_m \ln((\omega_{УСТ} - \omega_{НАЧ}) / (\omega_{УСТ} - \omega_{КОН})) \quad (2.62)$$

Анализ полученных выражений (2.59) и (2.61) показывает, что скорость и момент двигателя изменяются во времени по экспоненциальному закону с постоянной времени T_m . На рис. 2.21 б показаны графики переходного процесса разбега: $\omega(t)$ - кривая 3 и $M(t)$ -кривая 4 при увеличении скорости двигателя от $\omega_{нач}$ до $\omega_{уст}$. Отметим, что начальные и установившиеся уровни скорости и момента определяются из рис. 2.21а, отражая связь установившегося и переходного движений ЭП.

Как следует из (2.62), время достижения установившихся уровней скорости и момента (т.е. время переходного процесса) является бесконечно большим. Поэтому в технических расчетах используют так называемое практическое время переходного процесса, принимаемое обычно равным трем постоянным времени, т.е. $t_{III} = 3T_m$. За этот интервал времени скорость достигает **95%** своего установившегося значения.

Постоянная времени T_M имеет определенное графическое и физическое выражение. На рис. 2.21,б она равна отрезку, отсекаемому касательной, проведенной к кривой переходного процесса в точке $t = 0$ на горизонтальной прямой, соответствующей установившемуся значению переменной (скорости или момента).

Количественно T_M равна времени разгона t_p двигателя без нагрузки ($M_c = 0$) из неподвижного состояния ($\omega_{нач} = 0$) до скорости идеального холостого хода $\omega_0 = \omega_{уст}$ под действием пускового момента $M_{кз}$. Действительно, из формулы (2.52) для указанных условий следует, что $t_{III} = t_p = J\omega_0 / M_{кз} = T_M$

Линеаризация нелинейных механических характеристик двигателя и исполнительного органа основана на представлении (аппроксимации) этих характеристик или их отдельных участков прямыми линиями.

В этом случае для построения кривых переходного процесса или расчета его продолжительности используются формулы (2.52), (2.59) и (2.61). Если механические характеристики аппроксимируются несколькими прямыми отрезками, то переходный процесс строится по участкам, при этом конечное значение переменной на предыдущем участке является начальным значением для следующего участка.

При переходных процессах этого вида моменты двигателя и исполнительного органа различны и могут быть нелинейными функциями скорости, времени или положения. Основная сложность получения искомых зависимостей $\omega(t)$ и $M(t)$ заключается в интегрировании уравнения движения, которое не имеет универсального способа решения. Поэтому в зависимости от исходных данных и требуемой точности расчета могут применяться различные методы получения кривых переходного процесса, которые кратко рассматриваются далее.

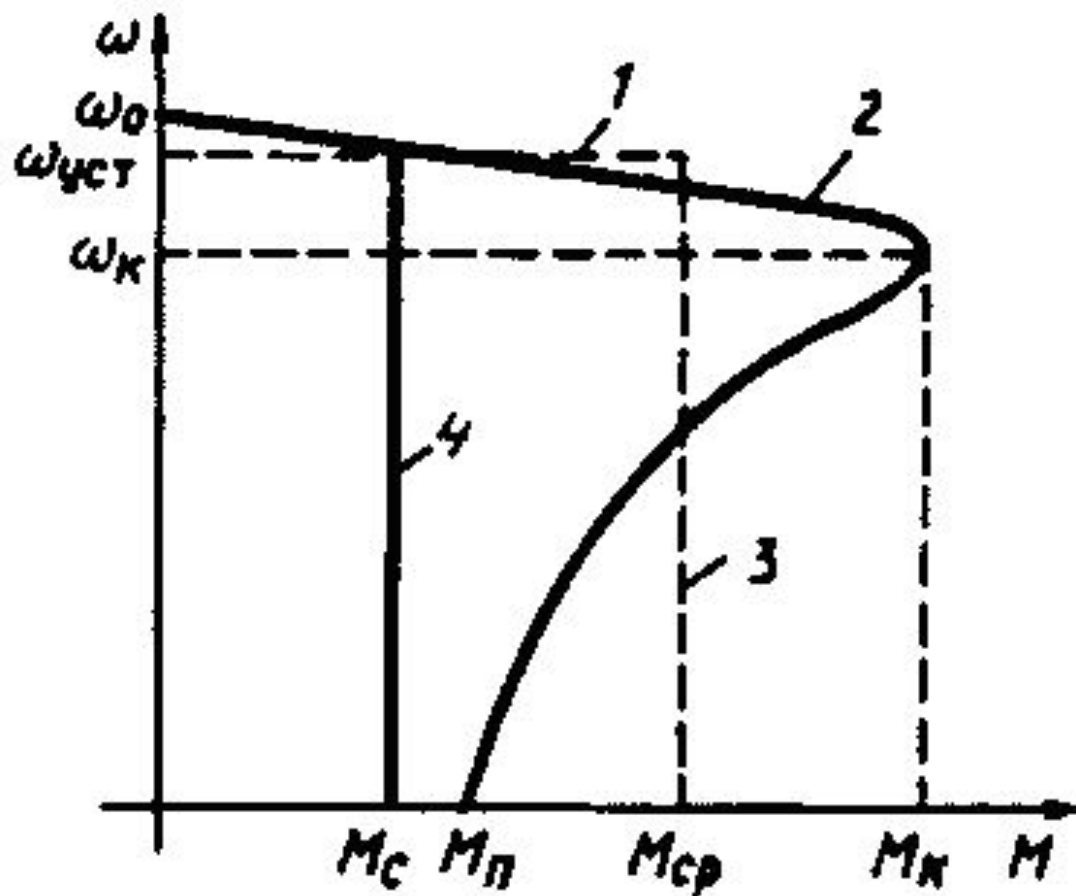


Рисунок 2.22 Нелинейная механическая характеристика двигателя

Точное интегрирование уравнения движения используется в тех случаях, когда моменты двигателя и исполнительного органа заданы аналитически (в виде формул) как функции скорости, положения или времени. Нахождение зависимостей $\omega(t)$ и $M(t)$ осуществляется подстановкой этих формул в уравнение движения и его решением, которое является теоретически точным.

Методы численного интегрирования уравнения движения. Во многих случаях, когда механические характеристики двигателя и исполнительного органа заданы графически или в виде таблиц, целесообразно применять для решения разработанные в математике численные методы интегрирования дифференциальных уравнений, к которым и относится уравнение механического движения. Наиболее простым из них является метод Эйлера.