

БАЛТИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени И. КАНТА

РАЗДЕЛ III

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЙ

к.т.н. Олег Романович Кивчун

**Калининград
2013**

ЛЕКЦИЯ № 21

ОСНОВНЫЕ КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМА

1. Задача оптимального приема дискретных сообщений.
2. Критерий идеального наблюдения (Котельникова).
3. Критерии минимального среднего риска и Неймана-Пирсона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Теория электрической связи: Учеб. Для вузов / А.Г. Зюко, Д. Д. Кловский, В.И. Коржик, М. В. Назаров; Под ред. Д. Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1998. – 433 с.

Дополнительная:

1. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
2. Бернард Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Сухоруков А.С. Теория электрической связи: Конспект лекций. Часть 1. – М.: МТУСИ, ЦЕНТР ДО, 2002. – 65 с.

1. Задача оптимального приема дискретных сообщений

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМА

1. Источник дискретных сообщений. Это значит, что известен ансамбль (множество) первичных сигналов (символов) $B = \{b_i\}_m$, $i = 1, 2, \dots, m$, где m – объем алфавита кода (источника) и их статистика $P(b_i)$ – вероятность появления каждого символа.

2. Модулятор. Это значит, что известны правила преобразования каждого кодового символа (сообщения) в непрерывный сигнал, длительность которого T .

$$b_i \rightarrow s_i(t); \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad t \in (0, T).$$

3. Непрерывный канал. Канал задается своей математической моделью, описывающей связь его реализации с суммой сигнала $s_i(t)$ и аддитивной помехи $n(t)$, например

$$z(t) = s_i(t) + n(t), \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$z(t)$ – реализация суммы сигнала и аддитивной помехи на входе приемника;

$s_i(t)$ – реализация случайного сигнала на входе приемника (детектора) без учета аддитивных помех;

$n(t)$ – реализация СП $N(t)$.

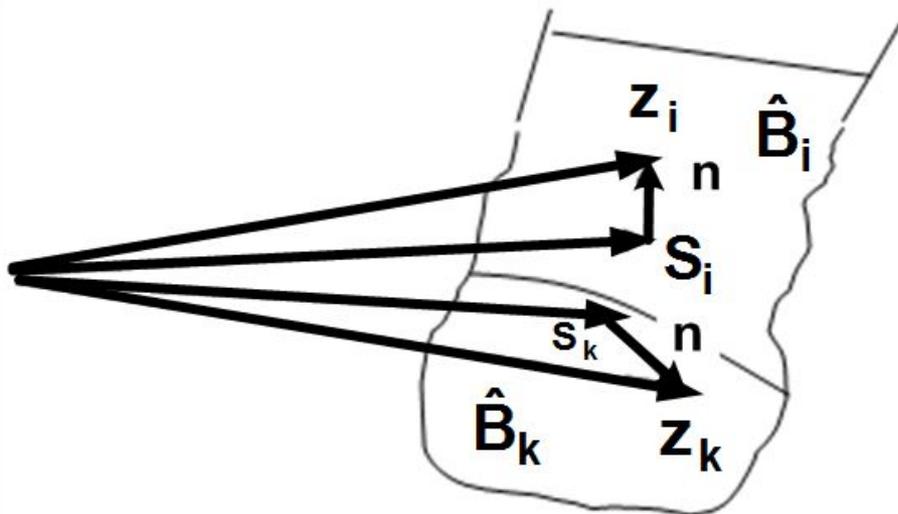
4. Тактовая синхронизация осуществляется идеально.

ПРОСТРАНСТВА ПРИНИМАЕМЫХ КОЛЕБАНИЙ

Каждый демодулятор описывается законом, по которому поступивший на его вход непрерывный сигнал превращается в кодовый символ. Этот закон называется ПРАВИЛОМ РЕШЕНИЯ, а реализующая его схема – РЕШАЮЩЕЙ. Демодуляторы с различными правилами решения будут выдавать, различные решения, из которых одни верные, а другие – ошибочные.

ИДЕАЛЬНЫМ (ОПТИМАЛЬНЫМ) ПРИЕМНИКОМ называется устройство, которое при заданных условиях обеспечивает максимум вероятности правильного приема или минимум средней вероятности ошибки. Поэтому его помехоустойчивость является потенциальной.

СМЫСЛ ПРИНИМАЕМЫХ ДЕМОДУЛЯТОРОМ РЕШЕНИЙ



Принятый сигнал $S_i(t)$ длительности T ограниченный по спектру верхней частотой F_B представляется:

$B = 2F_B T$ – базой сигнала,
где число отсчетов его амплитуды:

$$S_i(t) = (V_1, V_2, \dots, V_B).$$

Таким образом, сигнал может быть представлен в виде точек в некоторой области B -мерного пространства, ПРОСТРАНСТВОМ СИГНАЛОВ.

ВИДЫ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ ДЕМОДУЛЯТОРОМ

ПРИМЕР: если расширить область \hat{V}_i за счет области \hat{V}_k , то уменьшится вероятность ошибки $P_{ош}$ передаваемого символа b_i . Очевидно, всегда существует такое расположение областей, которое лучше всякого другого.

Очевидно, всегда существует такое расположение областей, которое лучше всякого другого. Итак, в случае, если заданы модель дискретного канала и области \hat{V}_i , то существует матрица переходных вероятностей. $P(b_i / z(t))$ – это условная вероятность передачи символа b_i при условии прихода реализации элемента сигнала $z(t)$. Ее называют АПОСТЕРИОРНОЙ ВЕРОЯТНОСТЬЮ символа.

ВИДЫ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ ДЕМОДУЛЯТОРОМ

1. Жесткие решения. Количество областей равно количеству принимаемых символов т.е., если $m = 2$, то имеется всего 2 области.
2. Стирание сообщений. $\hat{V}_i = m + 1$, появляется дополнительная область: сигнал идентифицировать не удалось (символ стирания).
3. Мягкие решения. Разбиение на области не производится. Как работает демодулятор? Любому принятому сигналу $z(t)$ демодулятор ставит в соответствие апостериорное распределение вероятностей по ансамблю источника. Решение о том, какое сообщение передавалось, принимается непосредственно перед выдачей его получателю.

2. Критерий идеального наблюдения (Котельникова)

КРИТЕРИЙ КОТЕЛЬНИКОВА (СЛАЙД 1)

Воспользуемся формулой Байеса:

$$P(b_i / z) = \frac{P(b_i)W(z/b_i)}{W(z)},$$

$P(b_i)$ – априорная вероятность передачи символа (определяется до момента наблюдения и начала анализа сигнала);

$W(z)$ – безусловная плотность вероятности не являющаяся функцией i ;

$W(z/b_i)$ – условная плотность вероятности, определяемая выбором решающей схемы и свойством помех в канале – условная плотность распределения колебания $z(t)$ при передаче символа b_i . Иначе – функция правдоподобия.

Учитывая, что $W(z)$ не зависит от b_i , получим:

$$P(b_i)W(z/b_i) > P(b_j)W(z/b_j), j = 0, 1, \dots, m - 1, j \neq i$$

Приемник, реализующий данное правило, получил название КРИТЕРИЯ ИДЕАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ (приемника Котельникова). При передаче двоичных символов данное соотношение принимает вид:

$$P(0)W(z/0) > P(1)W(z/1)$$

Если неравенство выполняется, то регистрируется символ «1», в противном случае – «0».

КРИТЕРИЙ КОТЕЛЬНИКОВА (СЛАЙД 2)

Критерий идеального наблюдателя (приемника Котельникова) можно представить в виде отношения функций правдоподобия двух гипотез о передаче символов b_i и b_j :

$$\Lambda_{ij} = \frac{W(z/b_i)}{W(z/b_j)} > \frac{P(b_j)}{P(b_i)}, \quad \text{при } P(b_i) = 1/m$$

$$\Lambda_{ij} > 1; \quad i \in \overline{0, m-1}, j \neq i$$

Выделенное выражение, реализующее критерий идеального наблюдателя при равновероятных символах сообщения, называют ПРАВИЛОМ (КРИТЕРИЕМ) МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ.

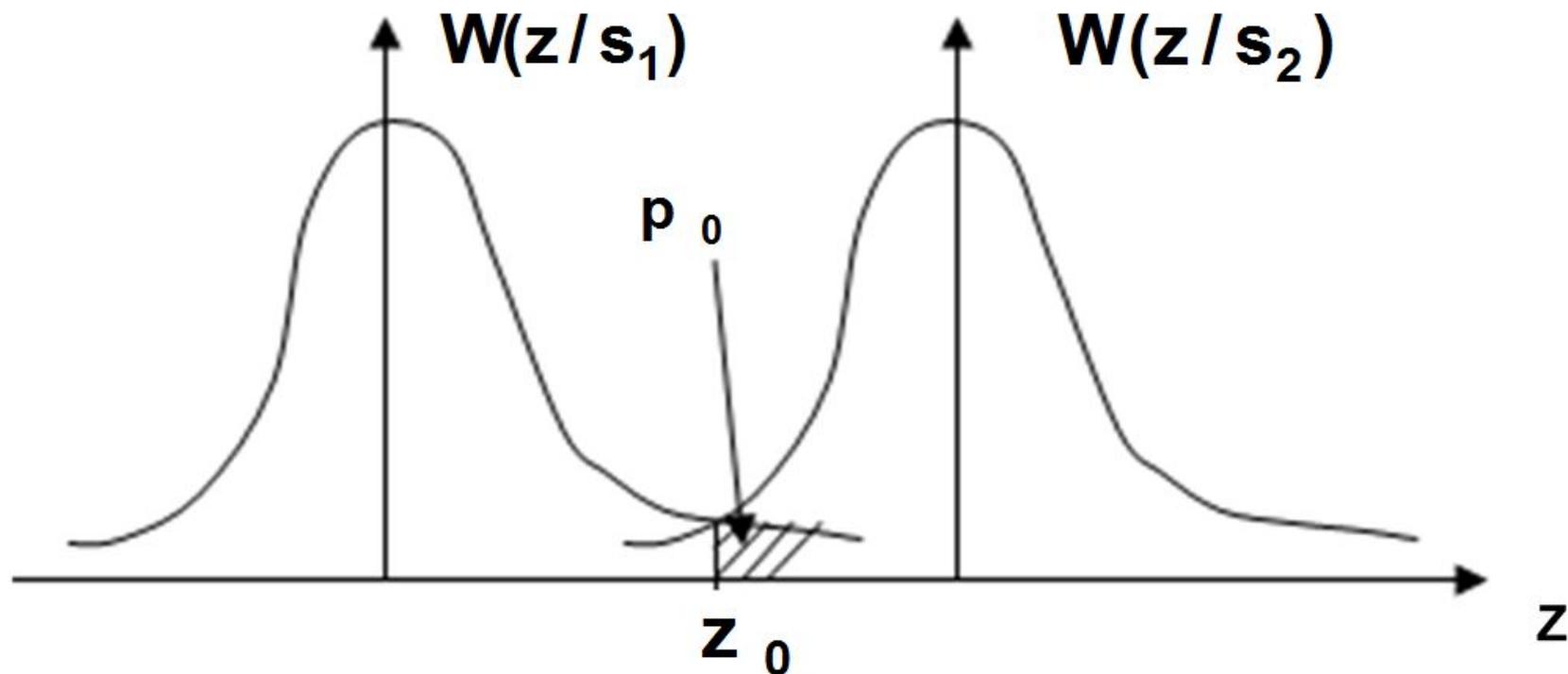
ДОСТОИНСТВО – отсутствие априорных сведений о передаваемых символах.

НЕДОСТАТОК – равная вероятность появления любой из ошибок («0» или «1»).

В реальных системах (передачи дискретной информации) связи данная ситуация наблюдается довольно часто – все символы от источника передаются как правило с одинаковыми вероятностями.

КРИТЕРИЙ КОТЕЛЬНИКОВА (СЛАЙД 3)

График плотности условного распределения вероятностей при передаче сигналов



$$p_{12} = p(s_1/s_2) = \int_{-\infty}^{x_0} W(z/s_2) dz - \text{условная вероятность передачи } S_2 \text{ при условии приема } S_1$$

$$p_{21} = p(s_2/s_1) = \int_{x_0}^{\infty} W(z/s_1) dz - \text{условная вероятность передачи } S_1 \text{ при условии приема } S_2$$

3. Критерии минимального среднего риска и Неймана-Пирсона

КРИТЕРИЙ НЕЙМАНА-ПИРСОНА

Согласно критерию Неймана-Пирсона приемник является оптимальным в том случае, если при заданной вероятности ложной тревоги $P_{лт}$ (ошибочное обнаружение цели, когда она фактически отсутствует), он обеспечивает минимальную вероятность пропуска цели $P_{пр}$.

Оптимальный способ разделения, который обеспечит равенство вероятности ложной тревоги при некоторой наперед заданной величине ε (эпсилон), т.е.

$$P_{лт} = \int_{\hat{B}_{11}} W(z/0) dz = \varepsilon, \quad W(z/0) \text{ – плотность распределения помехи, так как символ «0» соответствует в данном случае отсутствию сигнала о цели.}$$

Задание этой области определяет вероятность правильного обнаружения цели:

$$P_{про} = \int_{\hat{B}_1} W(z/1) dz = 1 - P_{прц} = 1 - \int_{\hat{B}_0} W(z/1) dz, \quad P_{прц} \text{ – вероятность пропуска цели.}$$

Максимум вероятности правильного обнаружения цели:

$$\Lambda_{1,0} = \frac{W(z/1)}{W(z/0)} > \lambda, \quad \lambda \text{ – величина порога, определяемая заданной величиной вероятности ложной тревоги } P_{лт} = \varepsilon$$

КРИТЕРИЙ МИНИМАЛЬНОГО СРЕДНЕГО РИСКА

КРИТЕРИЕМ МИНИМАЛЬНОГО СРЕДНЕГО РИСКА устраняется недостаток критерия идеального наблюдателя – равная вероятность появления любой из ошибок (0 или 1).

Его существо состоит в том, что любой паре переданного символа \hat{b}_j ($i \neq j$) и принятого символа приписывают некоторую численную величину L_{ij} , называемую «ПОТЕРЕЙ» или «СТОИМОСТЬЮ». Чем более нежелательна ошибка, тем большую стоимость она имеет. Правильному приему в этом случае будет соответствовать нулевая «потеря».

УСЛОВНЫЙ РИСК – условное математическое ожидание величины «потери» при передаче некоторого символа b_i .

$$R_i = \sum_{j=0}^{m-1} P(\hat{b}_j / b_i) L_{ij} = \sum_{j=0}^{m-1} L_{ij} \int_{\hat{B}_j} W(z / b_i) dz ,$$

$W(z/b_i)$ – условная плотность распределения колебания $z(t)$ на входе приемника при передаче символа b_i ;

\hat{B}_j – область принятия в данном случае ошибочного решения о появлении колебания $z(t)$ в приемнике, если передавался символ b_i .

При усреднении R_i по всем символам b_i , получим величину, которую принято называть СРЕДНИМ РИСКОМ:

$$R_{\text{cp}} = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} P(b_i) L_{ij} \int_{\hat{B}_j} W(z / b_i) dz .$$

Таким образом, в результате изучения лекции № 21 удалось сделать следующие выводы:

- каждый демодулятор описывается законом (правилом решения), по которому поступающий на его вход непрерывный сигнал превращается в кодовый символ;**
- в системах связи в качестве критерия оптимального приема сообщений (критерий идеального наблюдателя) используют критерий максимума апостериорной вероятности (вероятности правильного приема символа);**
- при равновероятной передаче различных символов критерий идеального наблюдателя реализуется правилом максимального правдоподобия;**
- критерии Неймана-Пирсона и минимального среднего риска (байесовский) относятся к статистическим критериям оптимального приема сигналов;**
- критерием минимального среднего риска устраняется недостаток критерия идеального наблюдателя – равновероятность появления любой из ошибок.**

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
2. Бернارد Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Сухоруков А.С. Теория электрической связи: Конспект лекций. Часть 1. – М.: МТУСИ, ЦЕНТР ДО, 2002. – 65 с.
4. Сухоруков А.С. Теория цифровой связи: Учебное пособие. Часть 2. – М.: МТУСИ, 2008. – 53 с.
5. Аджемов А.С. Мир информационной реальности. – М.: ИРИАС, 2006. – 296 с.
6. Каганов В.И., Битюков В.К. Основы радиоэлектроники и связи: Учеб. пособие для вузов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 542 с.
7. Стеценко О.А. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высш. шк., 2007. – 432 с.
8. Санников В.Г. Сборник задач по курсу «Теория электрической связи»: Учеб. пособие. Часть 1. – М.: МТУСИ, 1992. – 62 с.
9. Санников В.Г. Сборник задач по курсу «Теория электрической связи»: Учеб. пособие. Часть 2. – М.: МТУСИ, 2001. – 65 с.
10. Санников В.Г. Дифференциальная импульсно-кодовая модуляция: Учеб. пособие. – М.: МТУСИ, 2006. – 56 с.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!