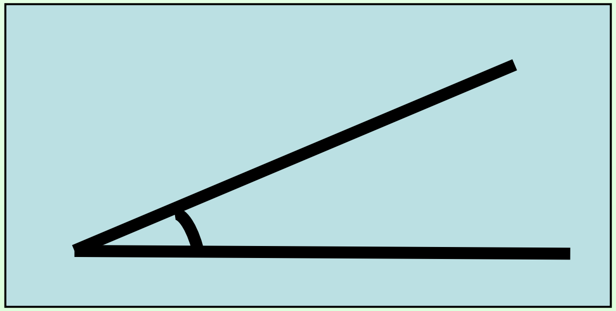
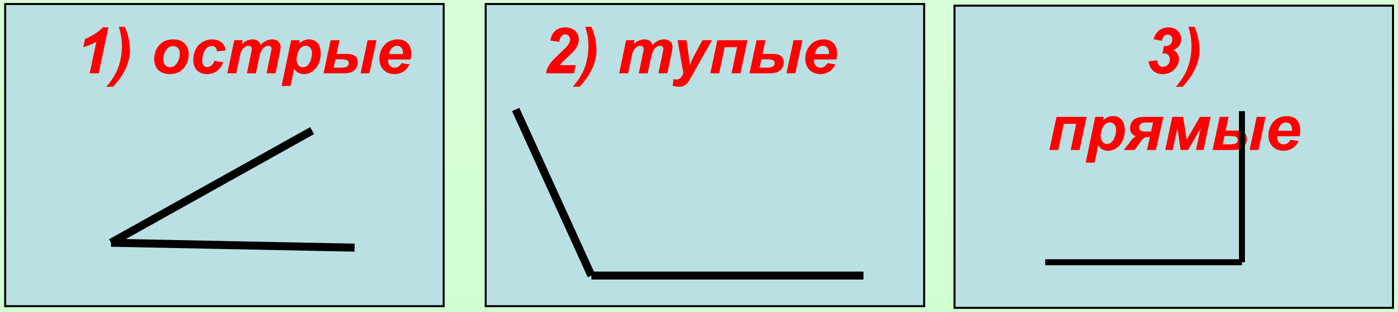
Двугранный угол

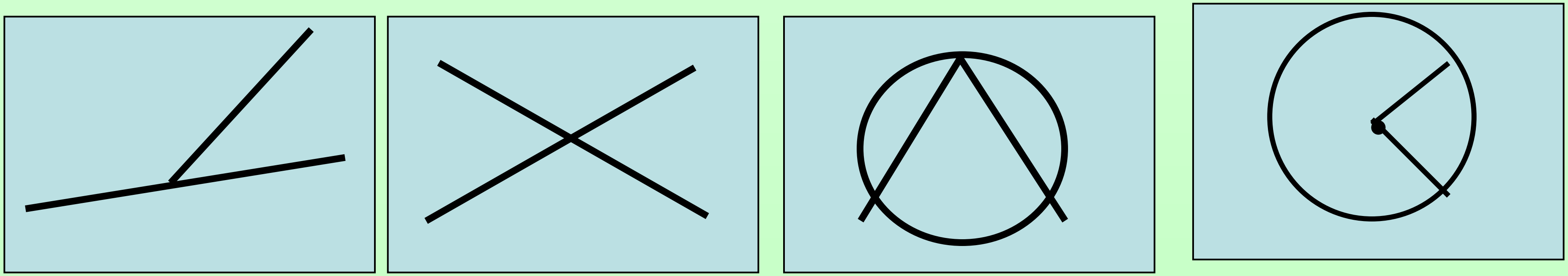
1.Что называют углом?



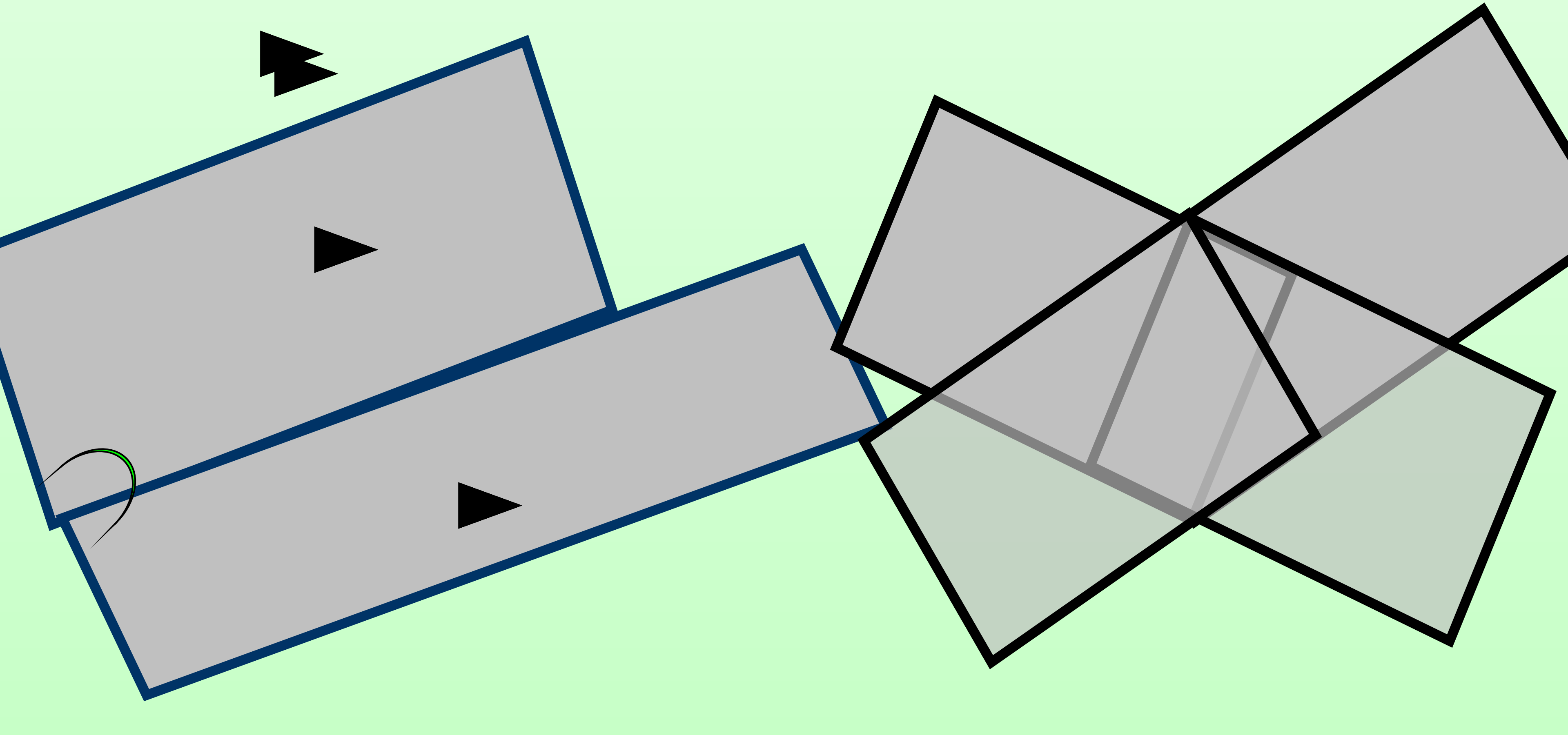
2. Классифицируйте углы по градусной мере.



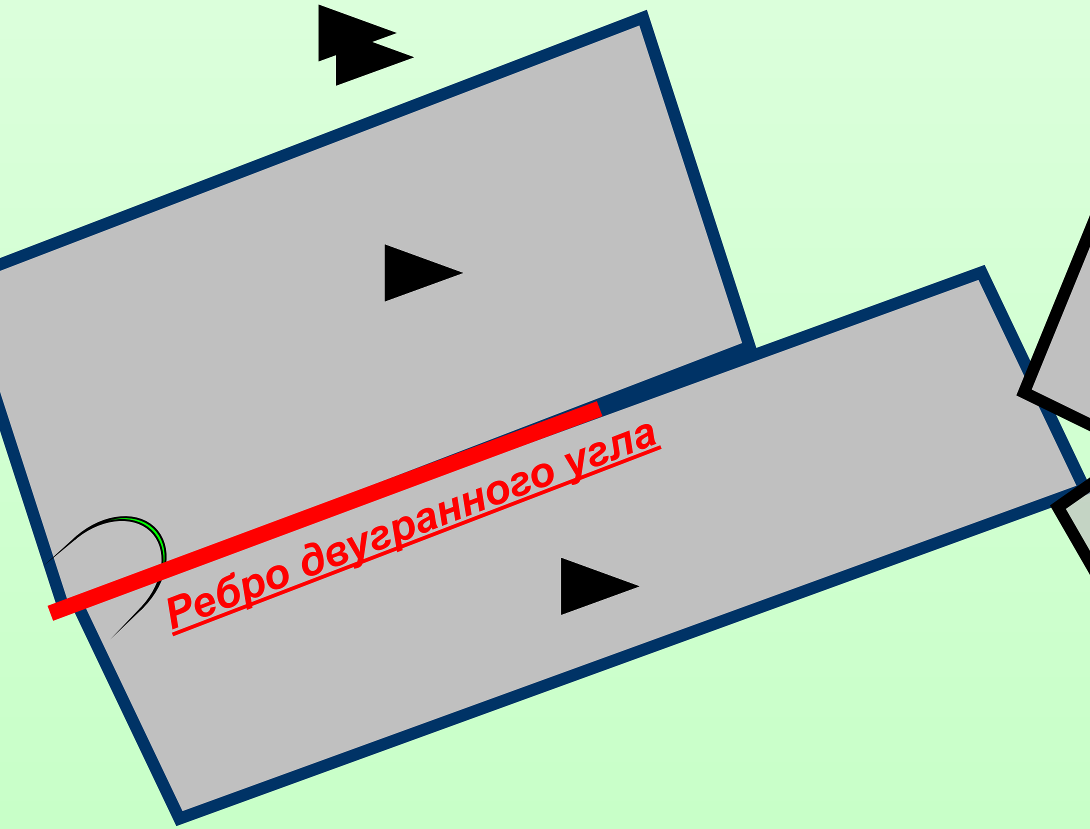
3. Как называются углы, на рисунках?

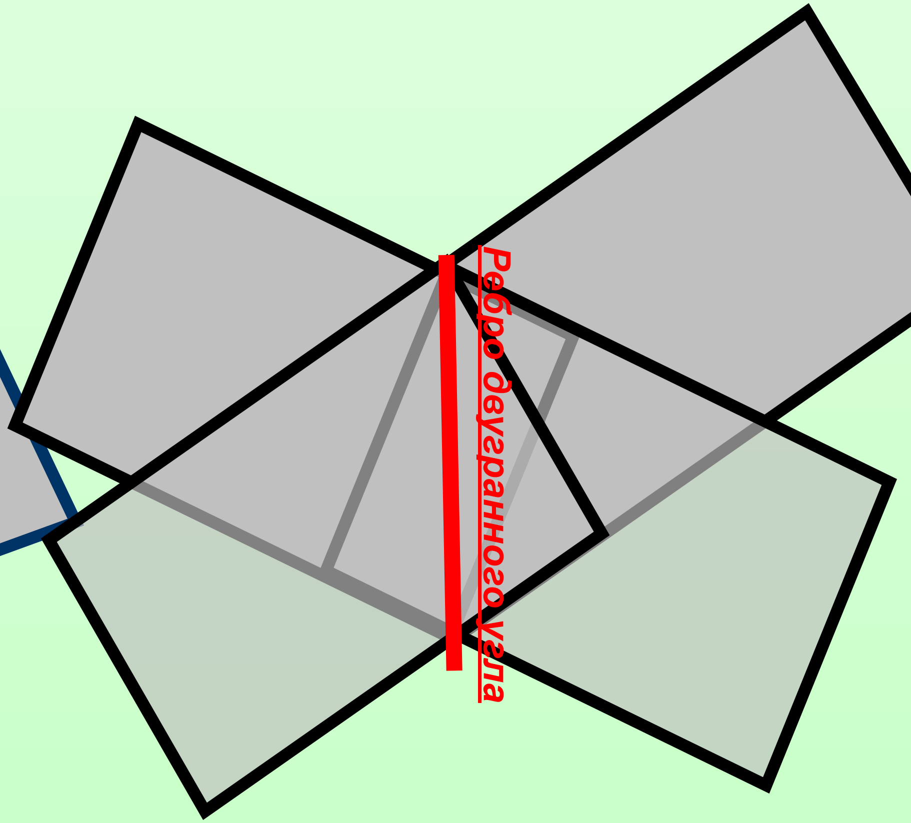


Двугранным углом *называется фигура, образованная прямой* ***а*** *и двумя полуплоскостями с общей границей* ***а****, не принадлежащими одной плоскости.*

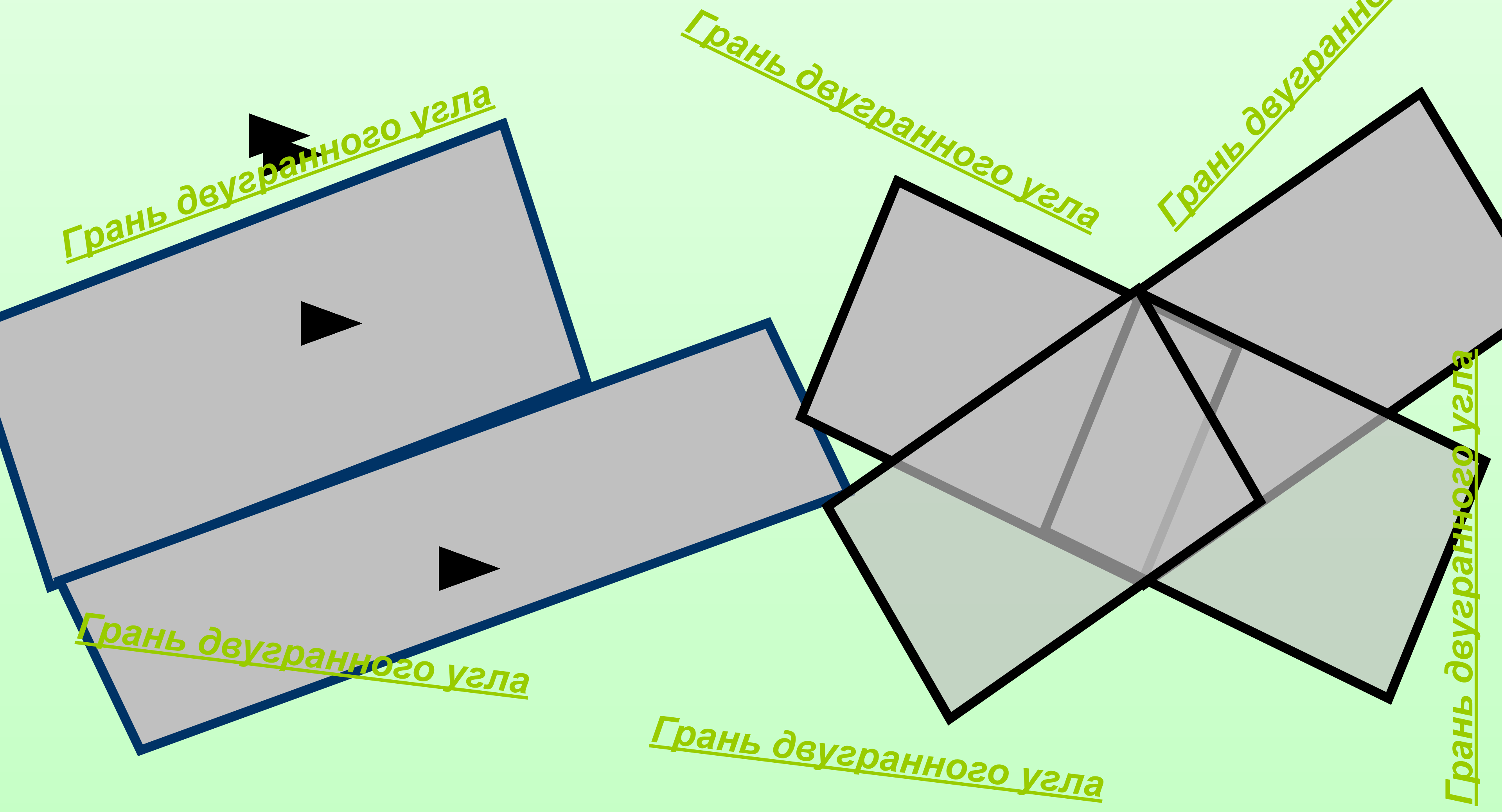


Прямую, по которой пересекаются плоскости – границы полупространств , называют *ребром двугранного угла* , а полуплоскости этих плоскостей , образующие двугранный угол , - *гранями двугранного угла*.





Прямую , по которой пересекаются плоскости – границы полупространств , называют *ребром двугранного угла* , а полуплоскости этих плоскостей , образующие двугранный угол , - *гранями двугранного угла*.



В обыденной жизни, форму двугранного угла имеют



Двугранный угол с гранями α , β ребром а обозначают α а β. Можно использовать и такие обозначения двугранного угла , как KABT; α AB β (рис.94,95).

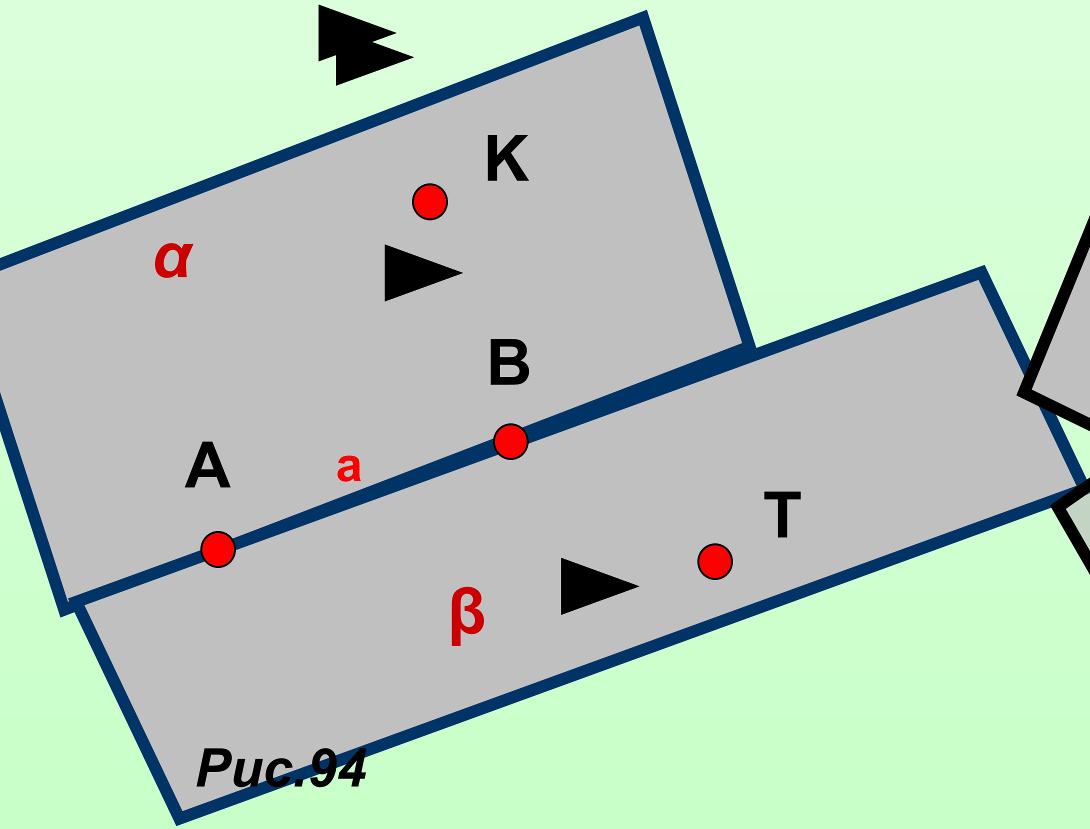


Рис.94

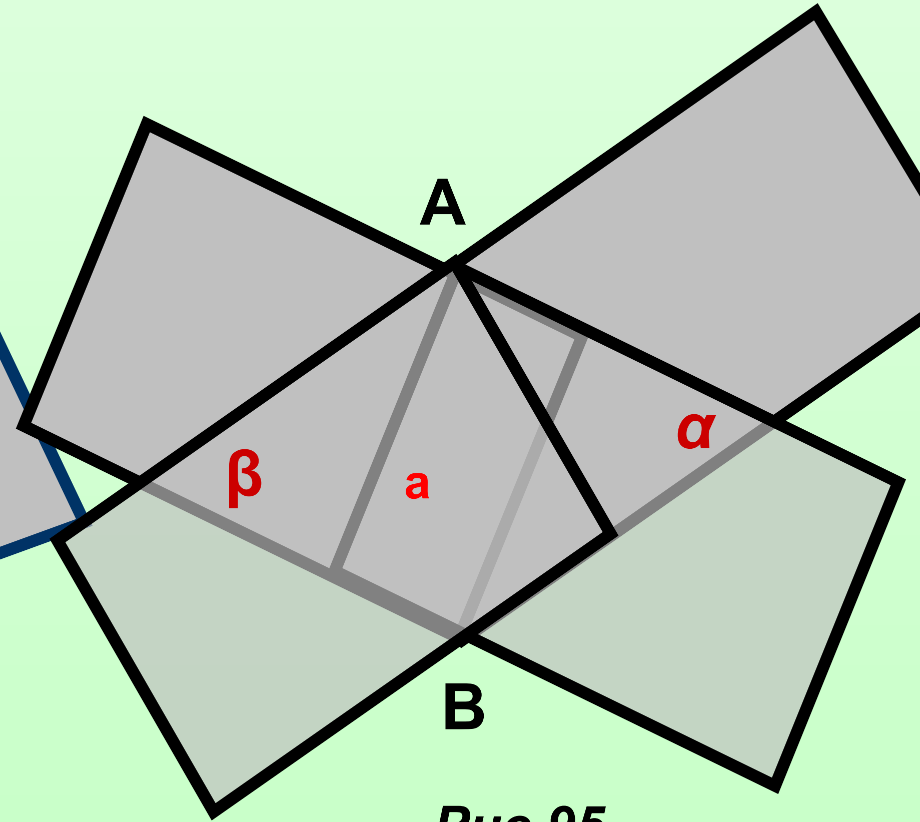
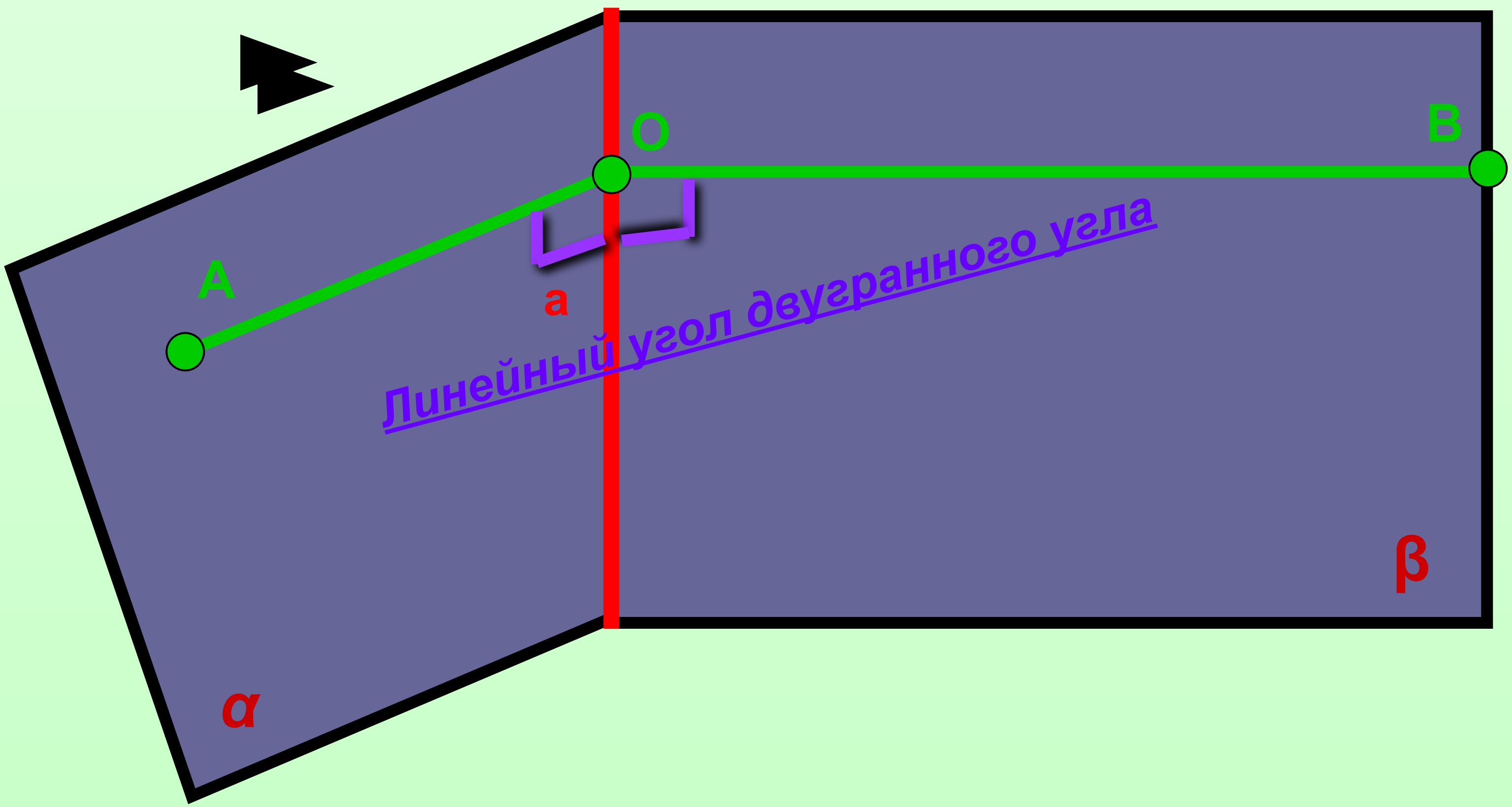


Рис.95

Для измерения двугранного угла введём понятие его линейного угла.

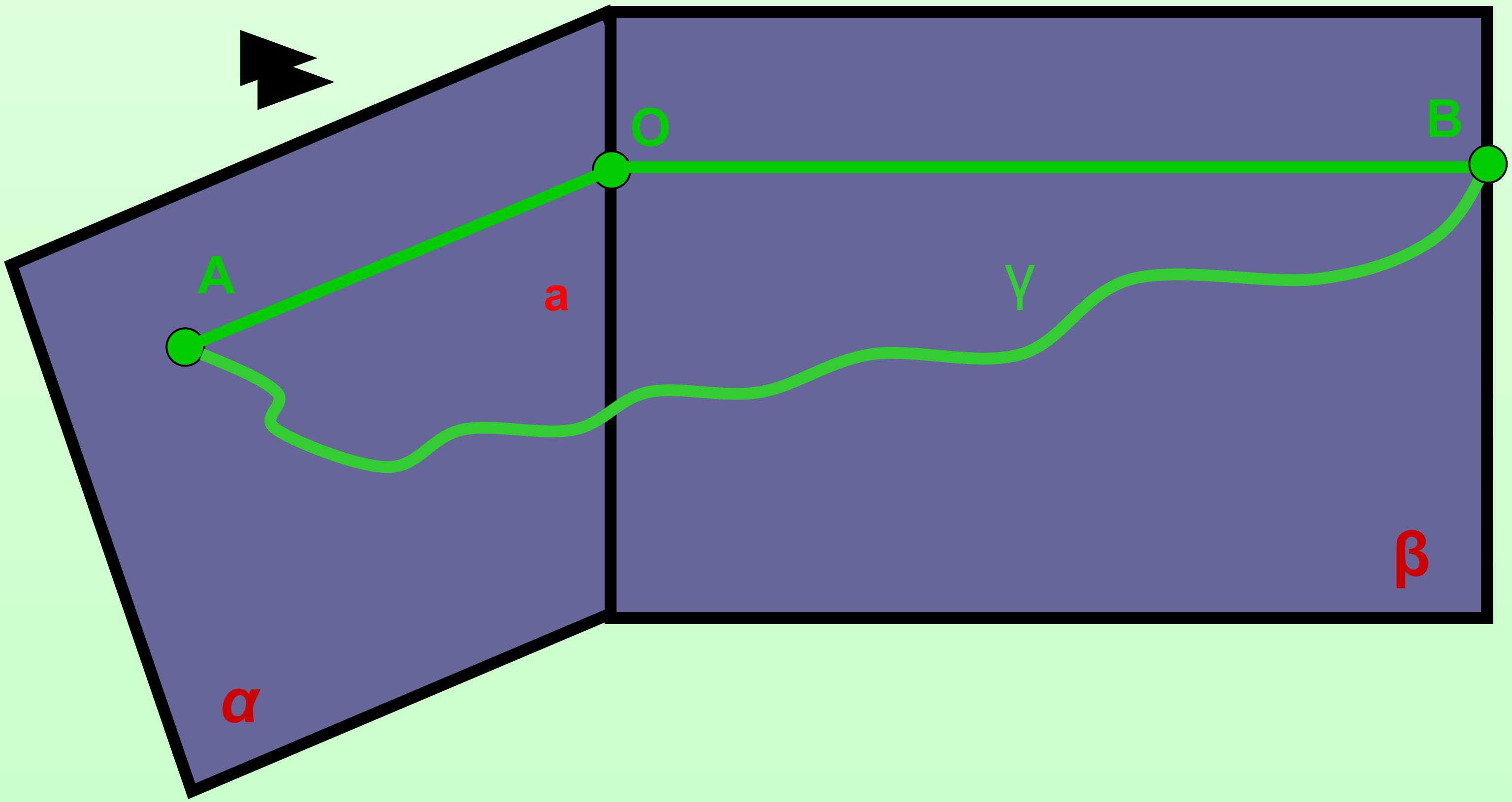
На ребре а двугранного угла α а β отметим произвольную точку О и в гранях α и β проведём из точки О соответственно лучи ОА и ОВ , перпендикулярные ребру а.

Угол АОВ , образованный этими лучами называется *линейным углом двугранного угла* α а β.



Так как OA ⊥ a, OB ⊥ a, то плоскость AOB перпендикулярна прямой a.

Это означает, что **линейный угол двугранного угла есть пересечение данного двугранного угла и плоскости, перпендикулярной его ребру.**

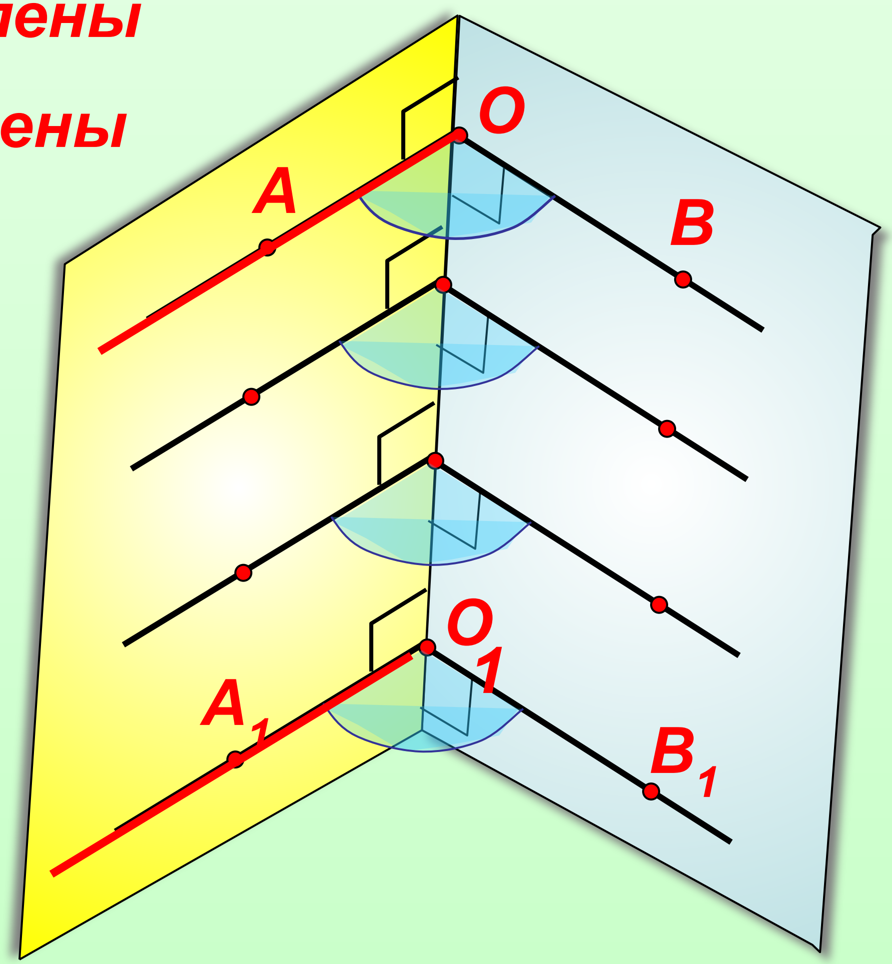


Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

Лучи ОА и O_1A_1 – сонаправлены

Лучи ОВ и O_1B_1 – сонаправлены

Углы АОВ и $A_1O_1B_1$ равны, как углы с сонаправленными сторонами

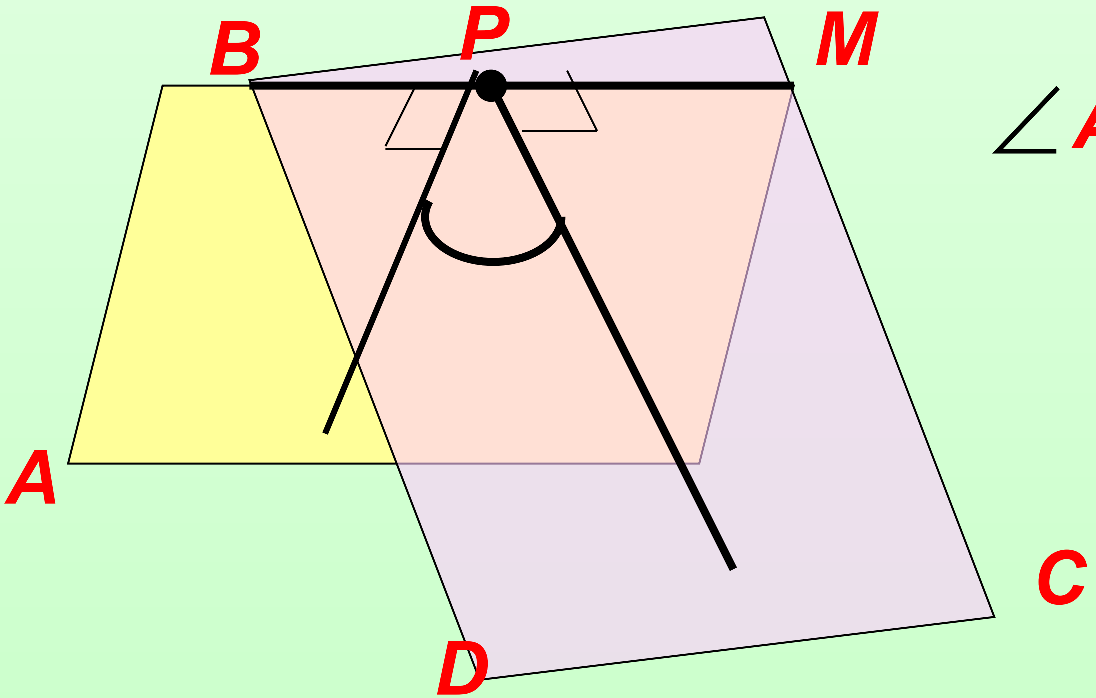


Теорема : Величина линейного угла не зависит от выбора его вершины на ребре двугранного угла.

Определение : ***Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.***

Величина двугранного угла (измеренная в градусах) принадлежит промежутку (0°;180°).

Алгоритм построения линейного угла



$\angle ABMC = \angle P$

Угол P – линейный угол двугранного угла ABMC

Способ построения линейного угла.

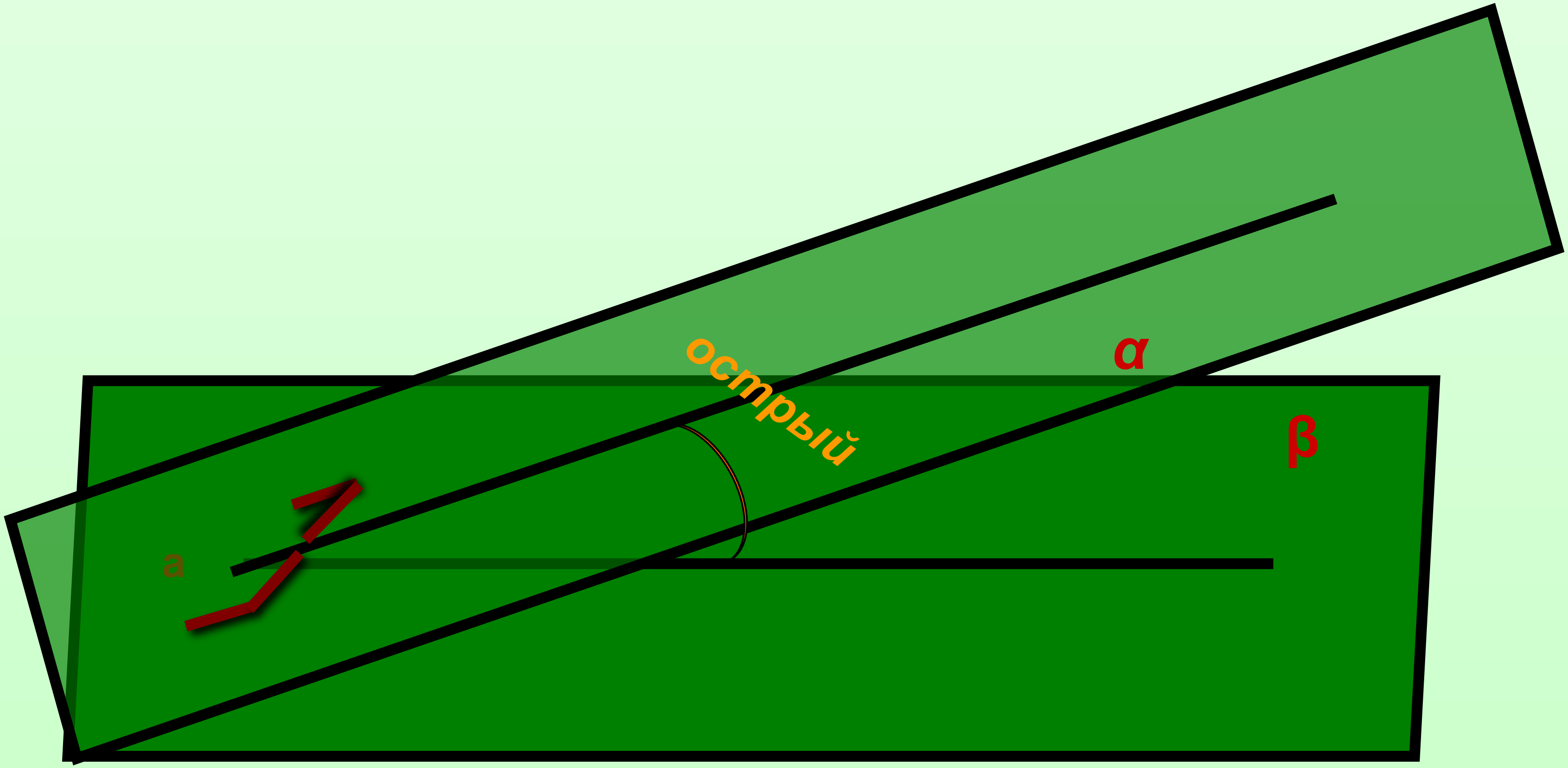
1. Найти (увидеть) ребро и грани двугранного угла

2. В гранях найти прямые перпендикулярные ребру

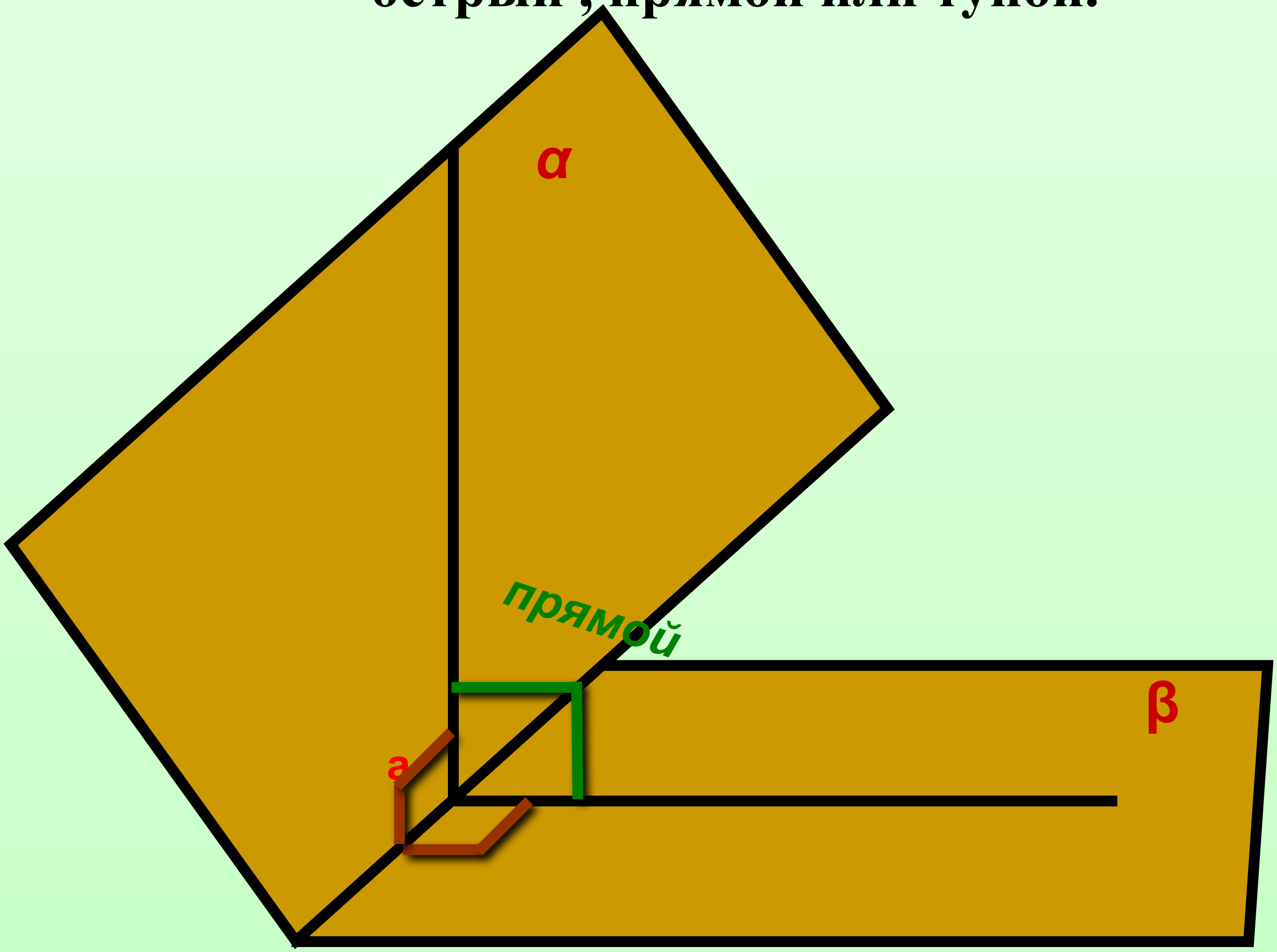
3. (при необходимости) заменить выбранные прямые параллельными им лучами с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется параллельность и отношение длин параллельных отрезков

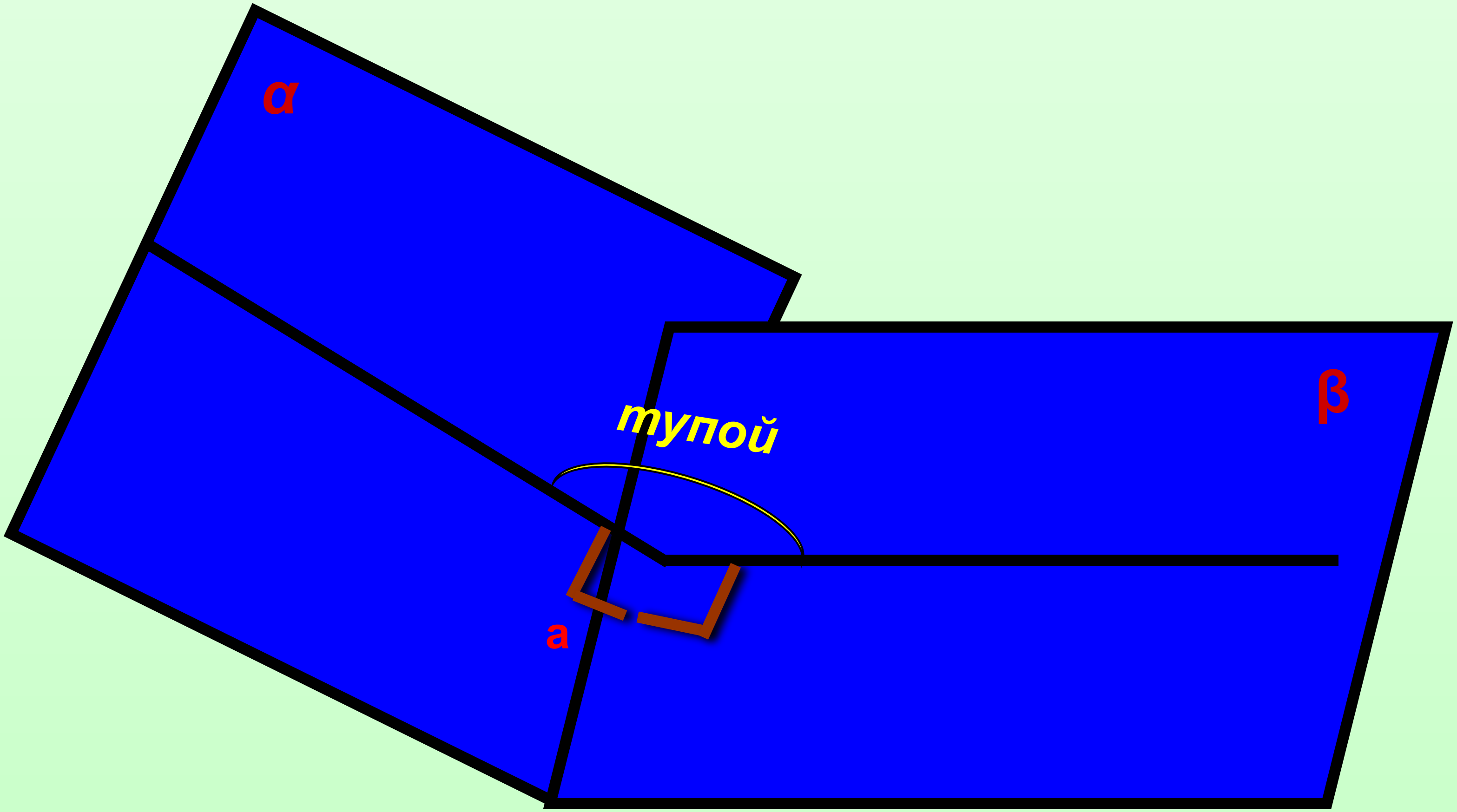
Двугранный угол является острым , прямым или тупым , если его линейный угол соответственно острый , прямой или тупой.



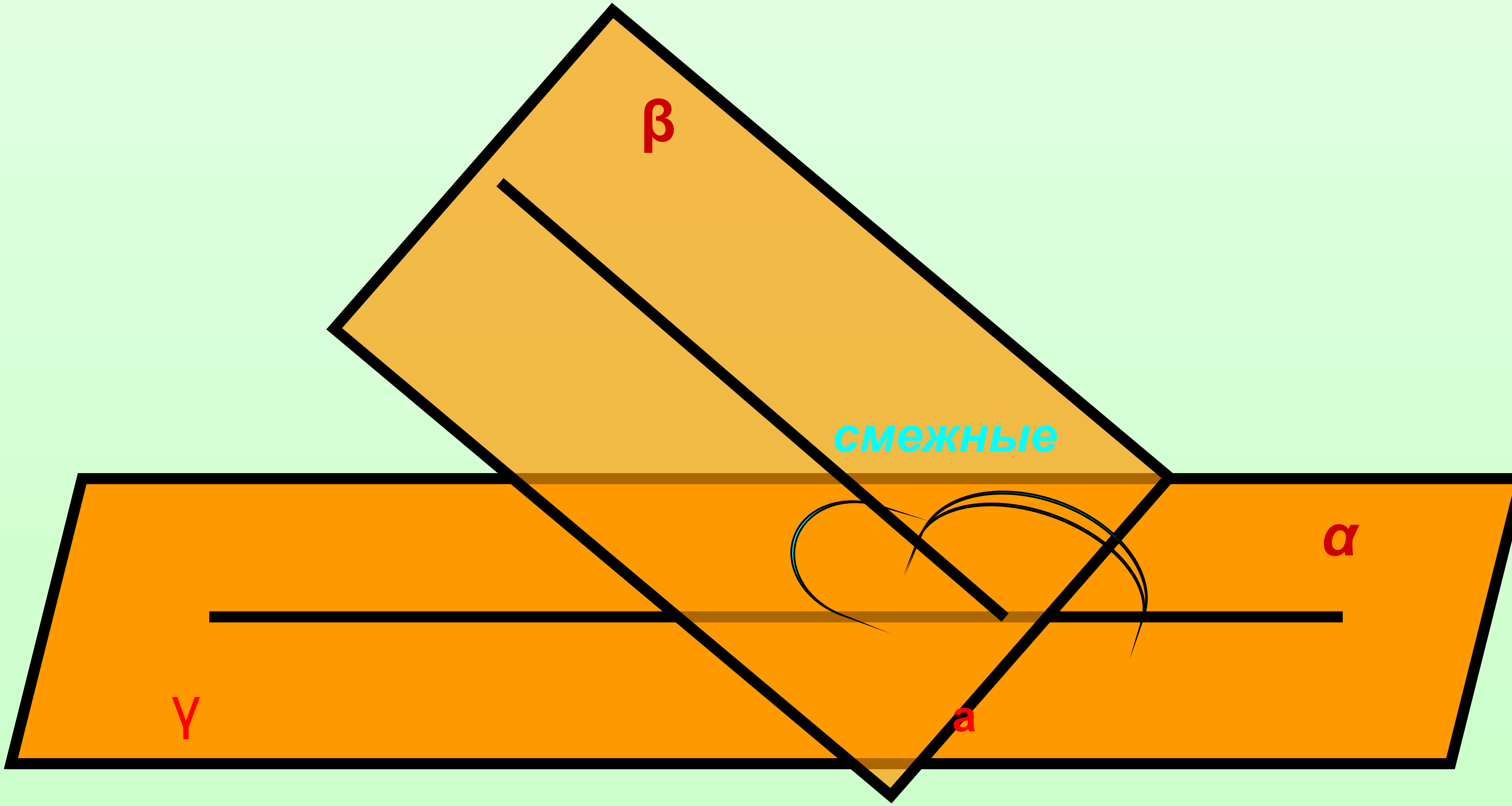
Двугранный угол является острым , прямым или тупым , если его линейный угол соответственно острый , прямой или тупой.



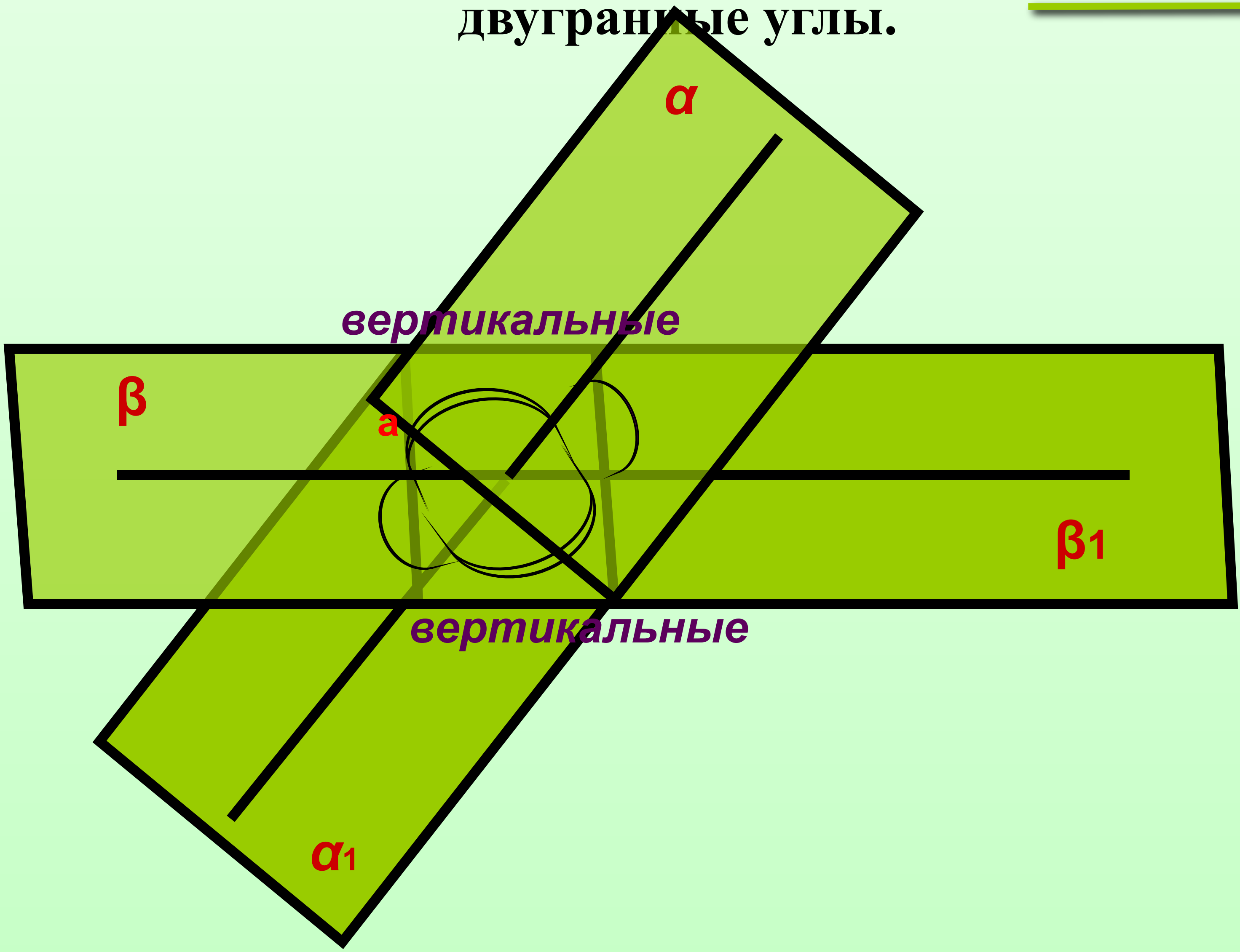
Двугранный угол является острым , прямым или тупым , если его линейный угол соответственно острый , прямой или тупой.



Заметим , что аналогично тому , как и на плоскости , в пространстве определяются смежные и вертикальные двугранные углы.



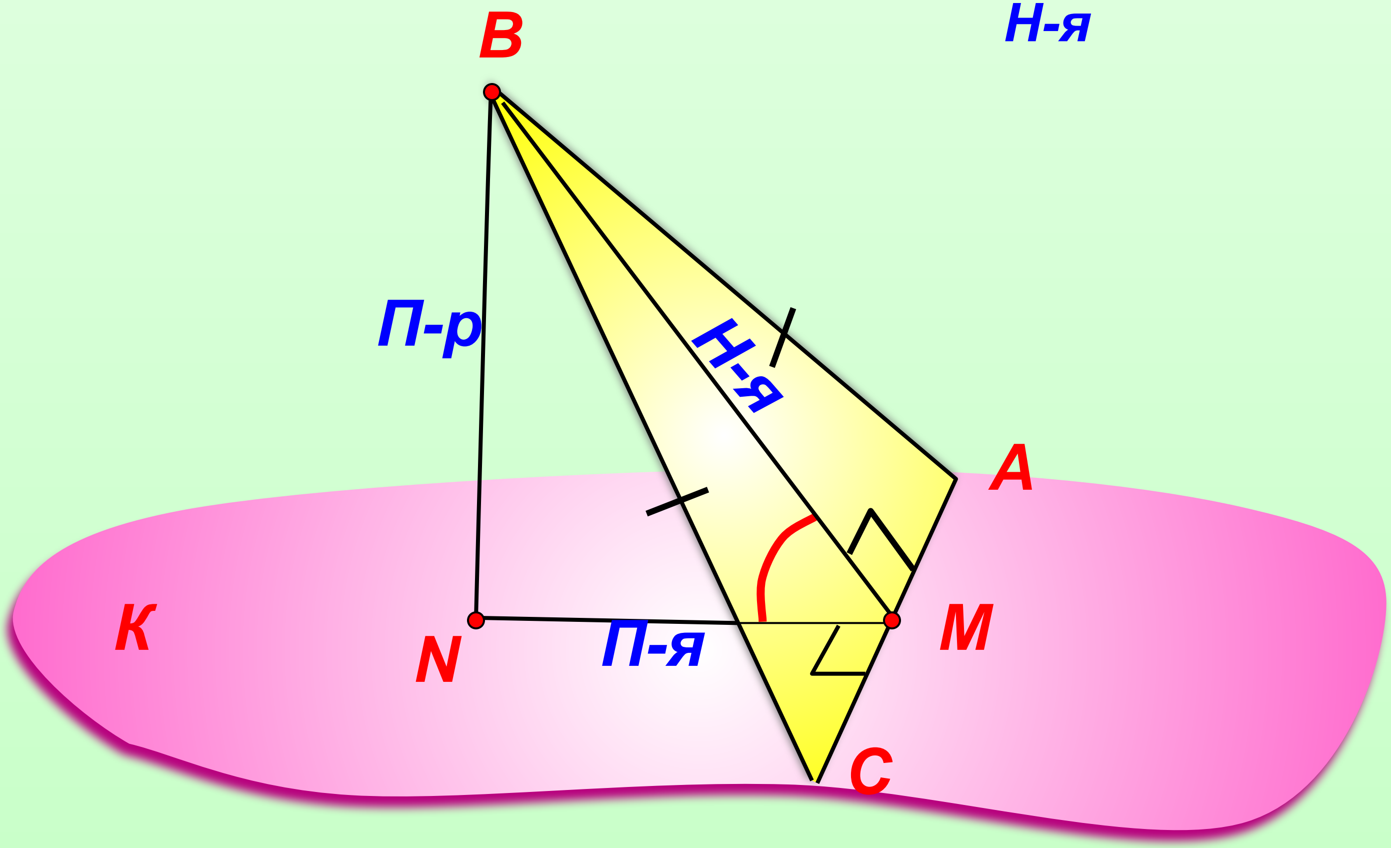
Заметим , что аналогично тому , как и на плоскости , в пространстве определяются смежные и вертикальные двугранные углы.



Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Треугольник АВС – равнобедренный.

$AC \perp BM \xRightarrow{ТТП} AC \perp NM$

Н-я П-я

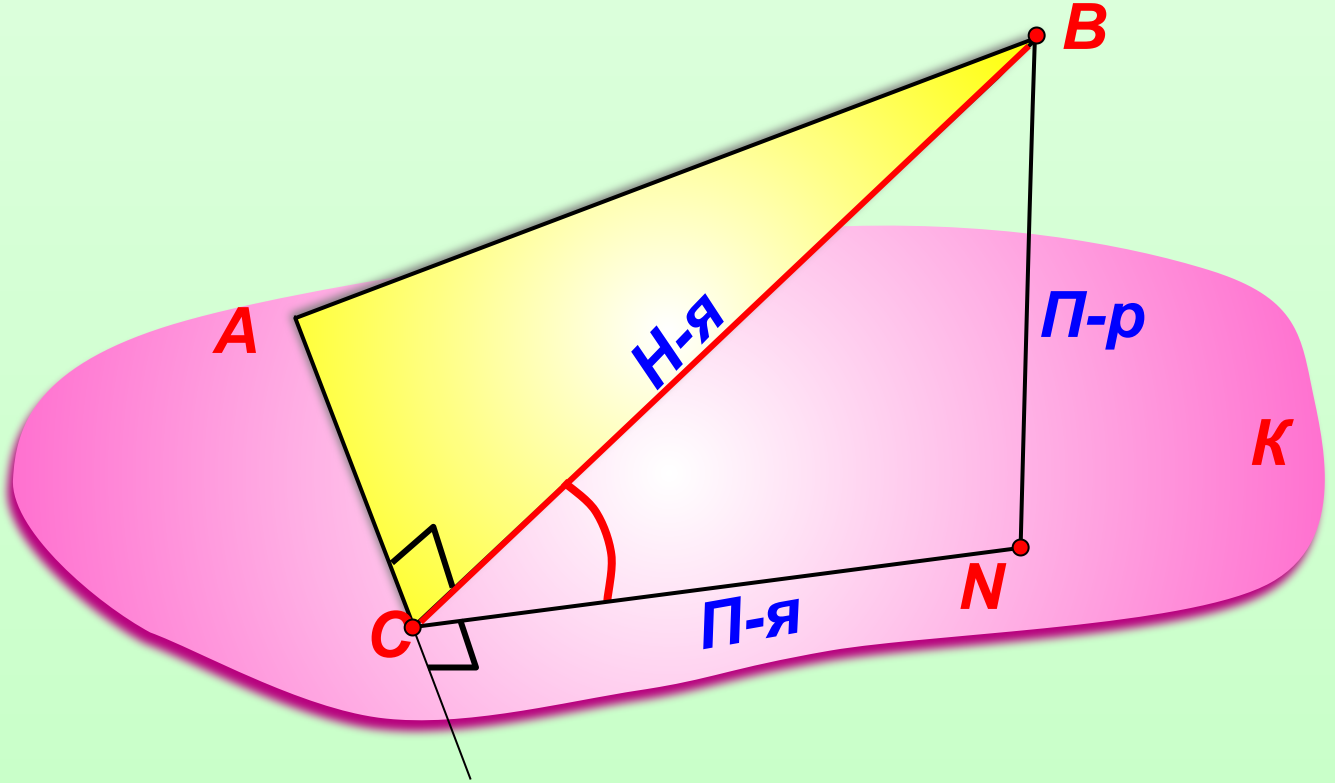


Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Треугольник АВС – прямоугольный.

$$AC \perp BC \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} AC \perp NC$$

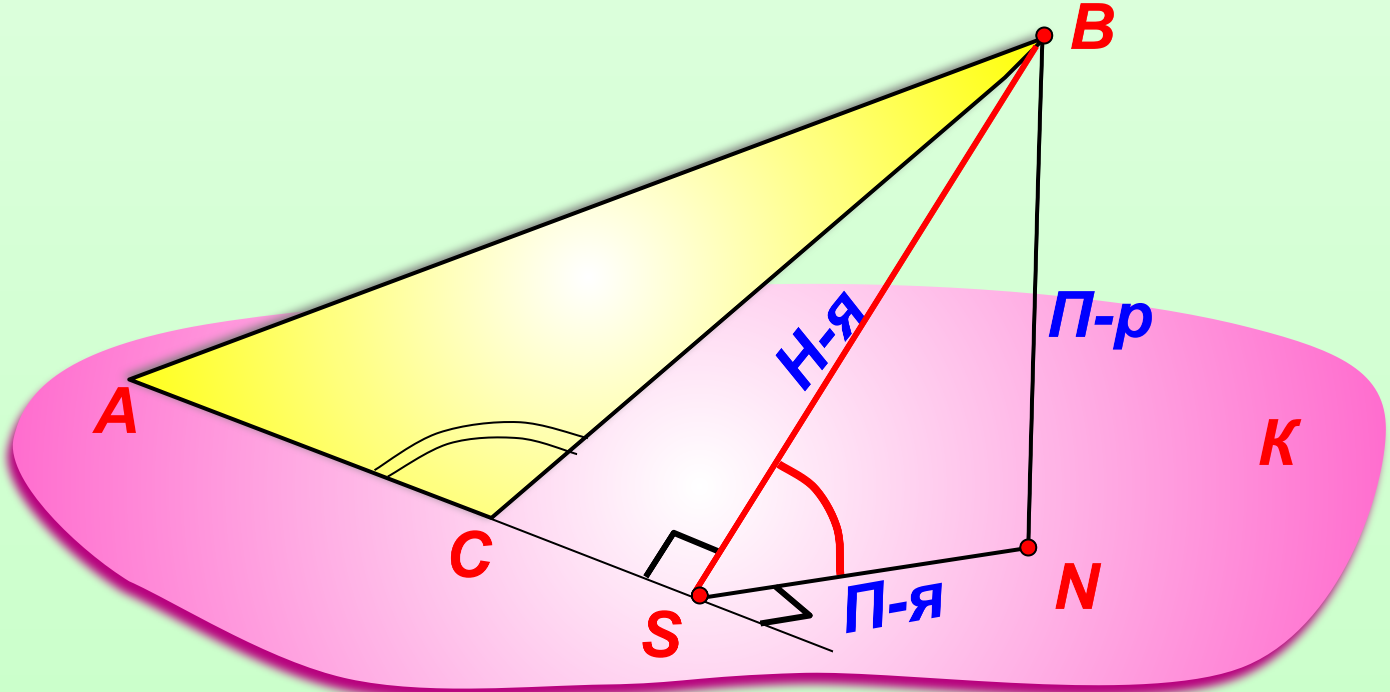
Н-я П-я



Угол BCN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Треугольник АВС – тупоугольный.

$$\underset{\text{Н-я}}{AC \perp BS} \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} \underset{\text{П-я}}{AC \perp NS}$$

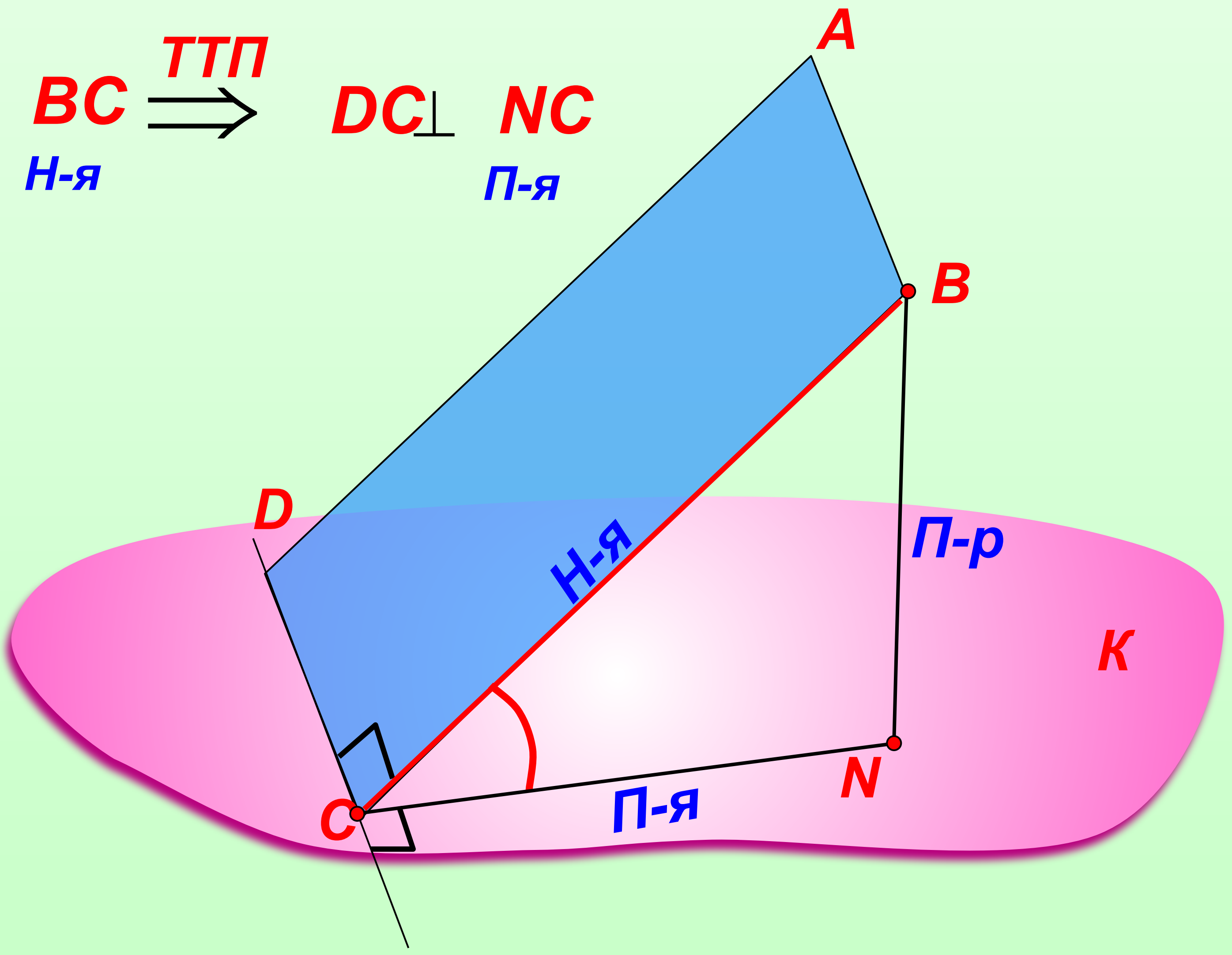


Угол BSN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла BDCK. ABCD – прямоугольник.

$DC \perp BC \overset{ТТП}{\Longrightarrow} DC \perp NC$

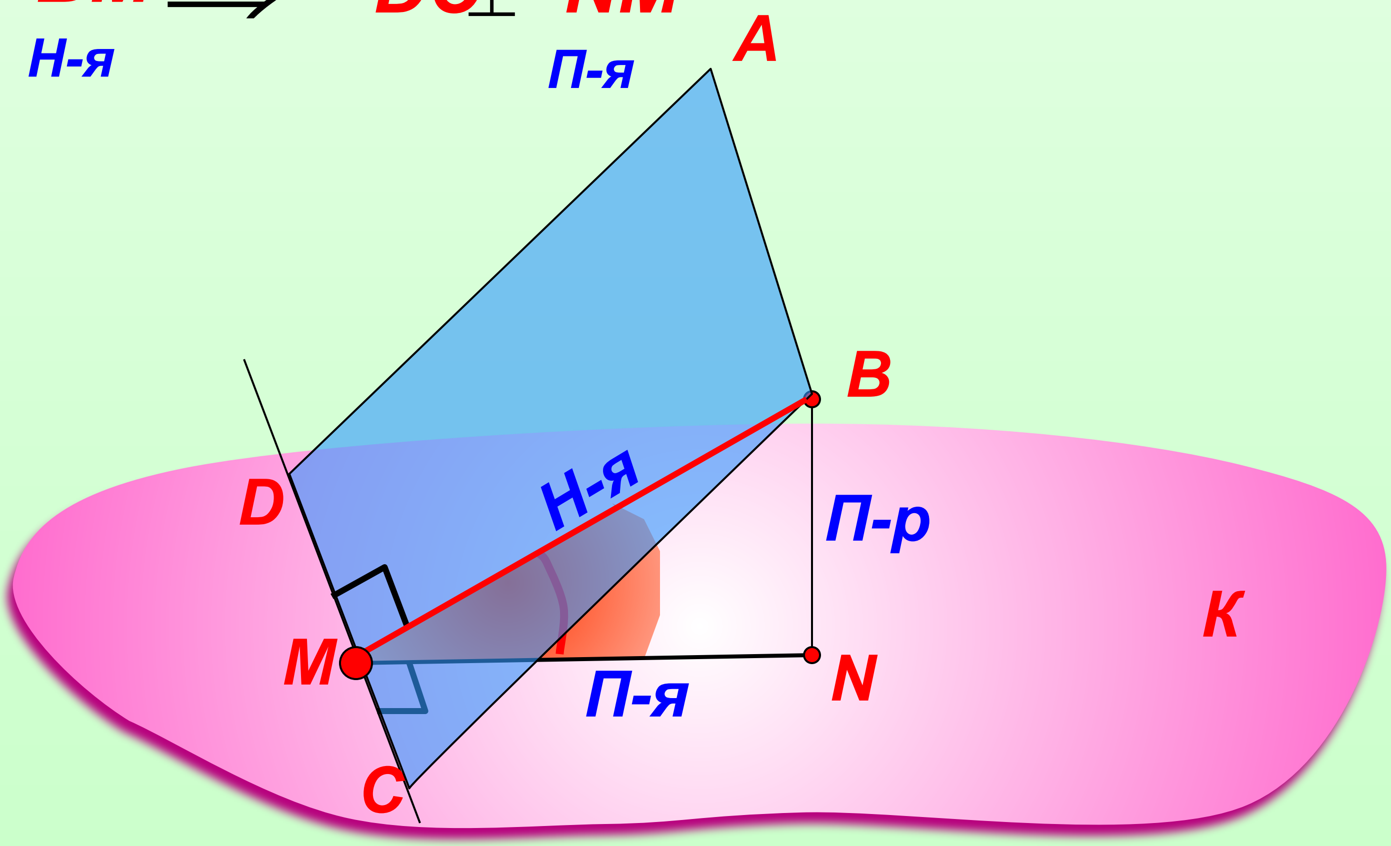
Н-я П-я



Угол BCN – линейный угол двугранного угла BDCK

Построить линейный угол двугранного угла BDCK.
ABCD – параллелограмм, угол С острый.

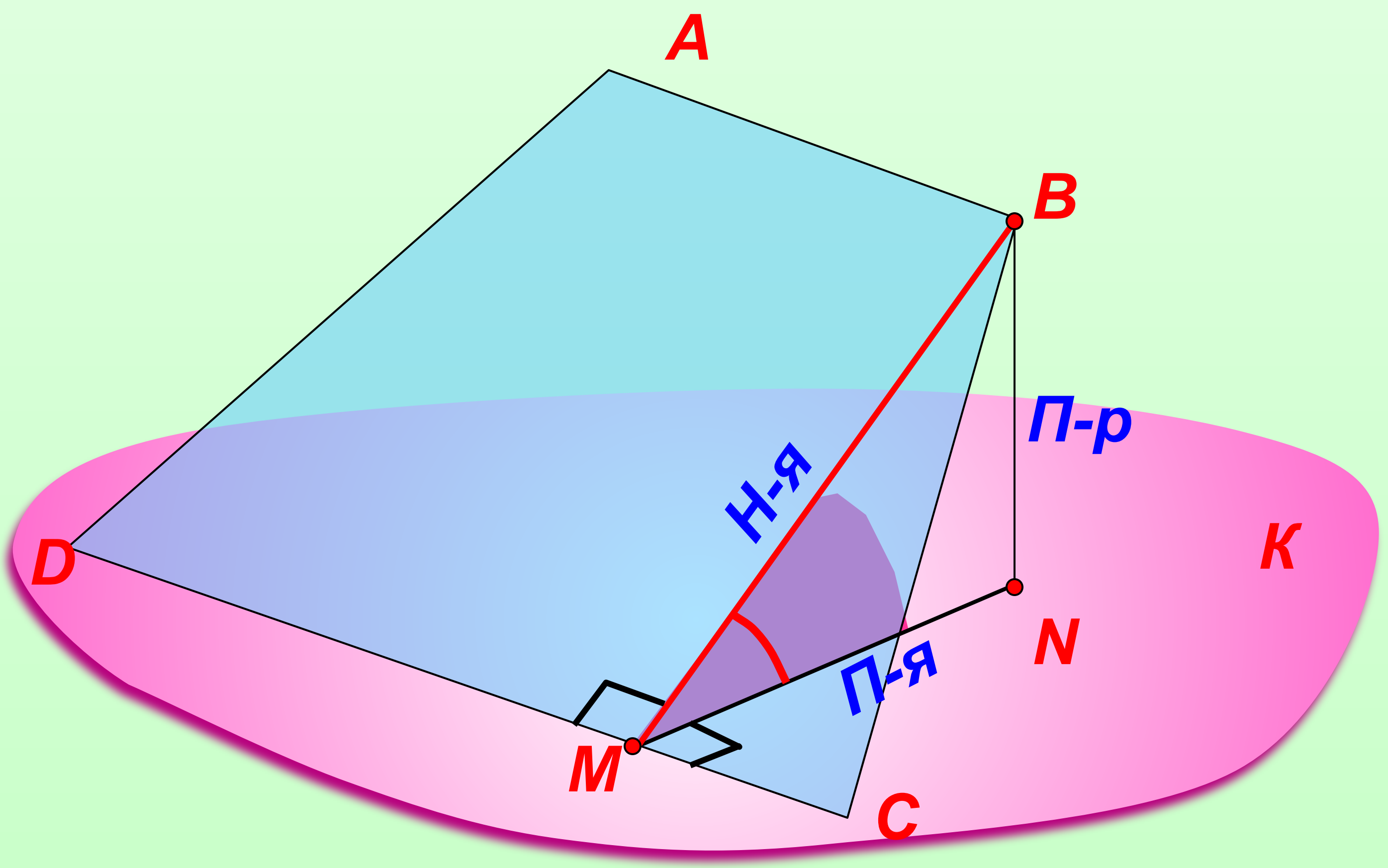
$$DC \perp \underset{\text{Н-я}}{BM} \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp \underset{\text{П-я}}{NM}$$



Угол BMN – линейный угол двугранного угла BDCK

Построить линейный угол двугранного угла BDCK. ABCD – трапеция, угол C острый.

$$DC \perp \underset{\text{Н-я}}{BM} \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} DC \perp \underset{\text{П-я}}{NM}$$



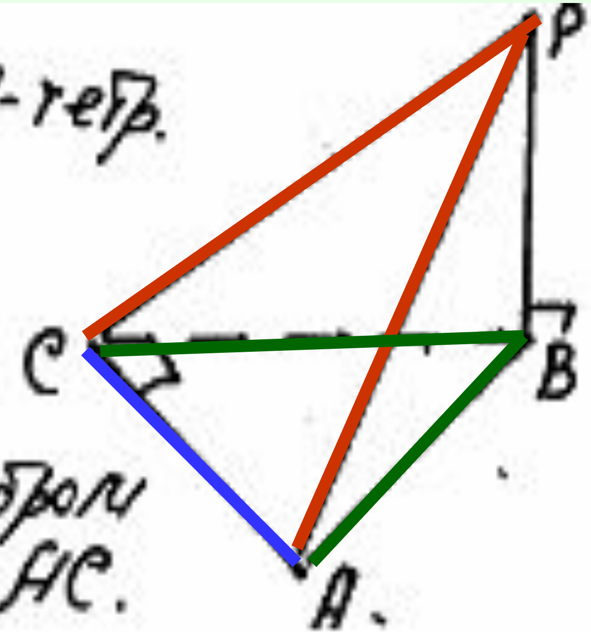
Угол BMN – линейный угол двугранного угла BDCK

Задача 1 Дано: PABC – тетр.

$\angle ACB = 90^\circ$

$PB \perp ABC$.

Указать: лин. $\angle$ для двугранного с ребром AC.



Решение

Ребро ...AC......., грани ...ACP... и ACB

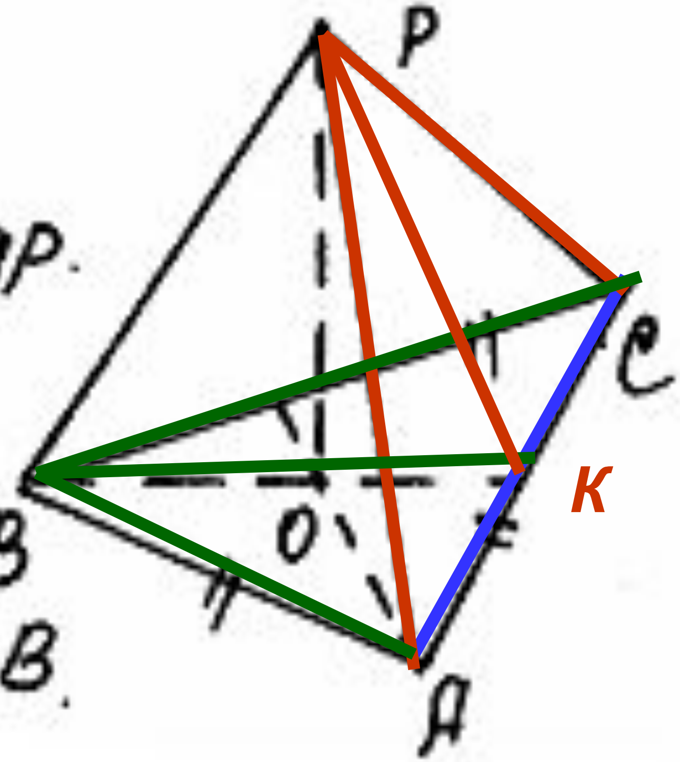
1. В грани ACB прямая CB перпендикулярна ребру CA (по условию)

2. В грани ACP прямая CP перпендикулярна ребру CA

(по теореме о трёх перпендикулярах)

Значит, ...угол PCB – линейный для двугранного угла с ребром AC

Задача 2. Дано PABC – тетраэдр.
△ABC – правильный
O – центр △ABC.
PO ⊥ ABC.
Указать: лин. ∠ для ∠ PCAB.



Решение

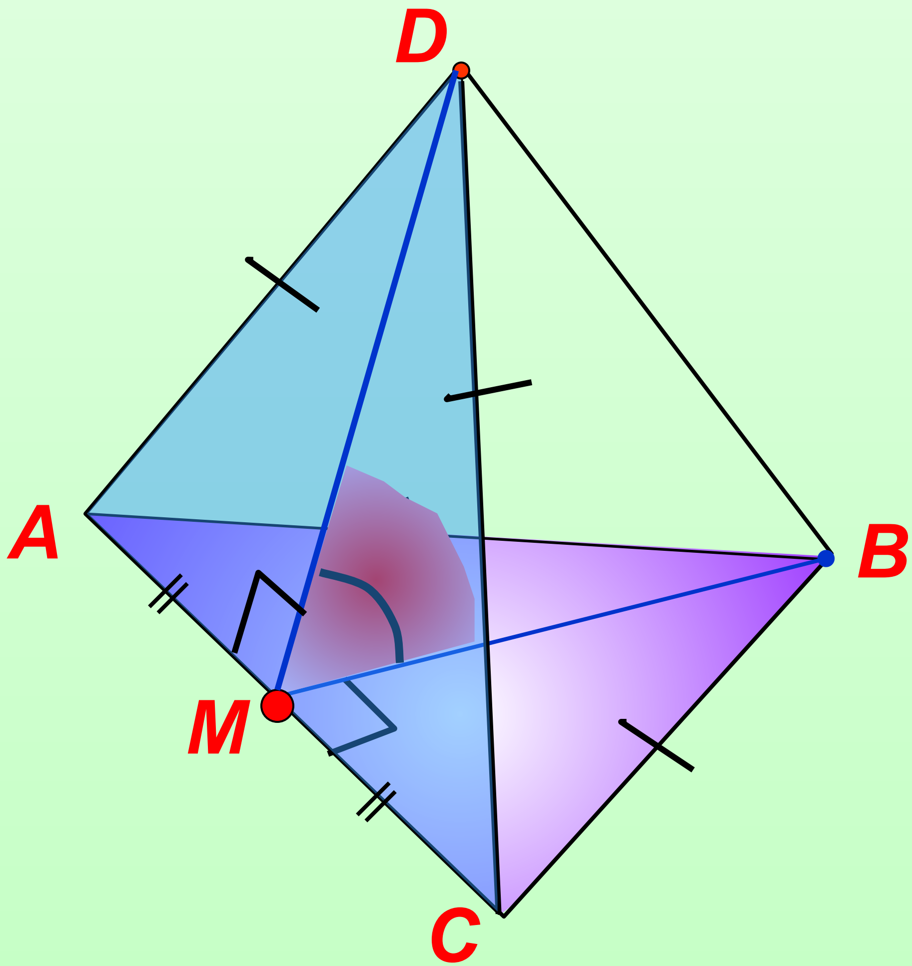
Ребро АС, грани АСР и АСВ

1. В грани АСВ прямая ВО перпендикулярна ребру С
(по свойству равностороннего треугольни

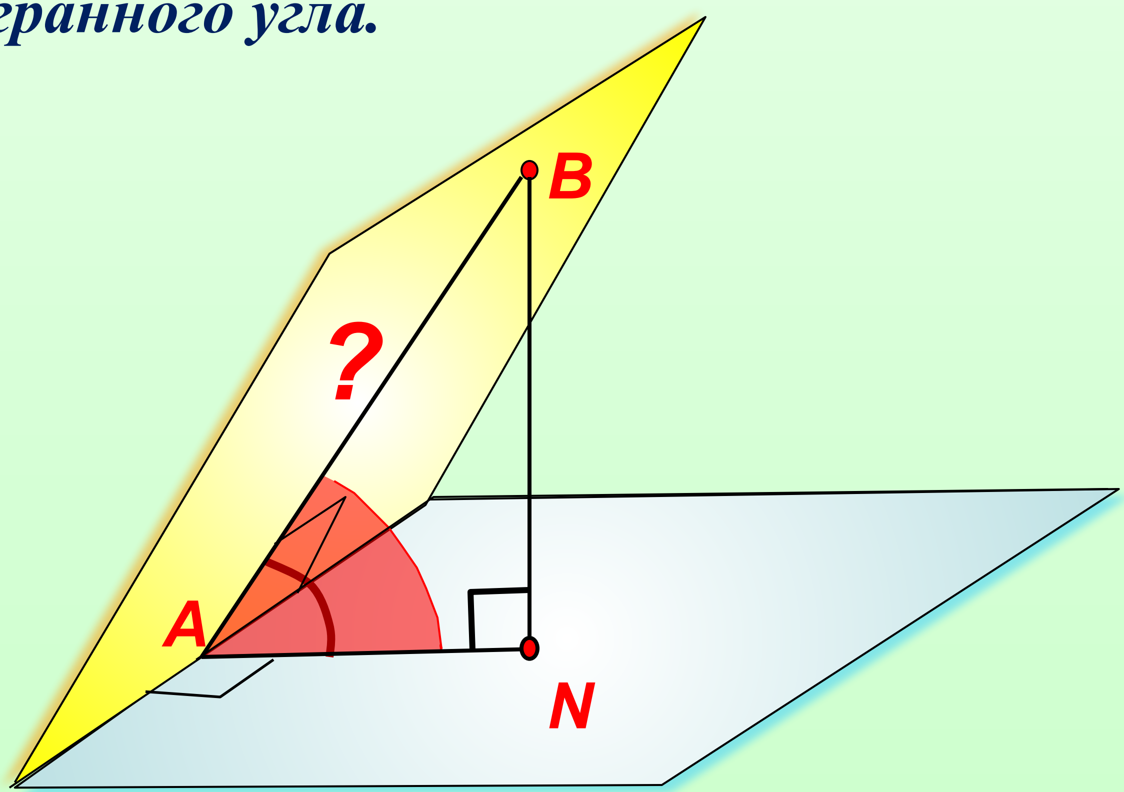
2. В грани АСР прямая РК перпендикулярна ребру СА
(по теореме о трех перпендикулярах)

Значит, Угол РКВ - линейный для двугранного угла с РС

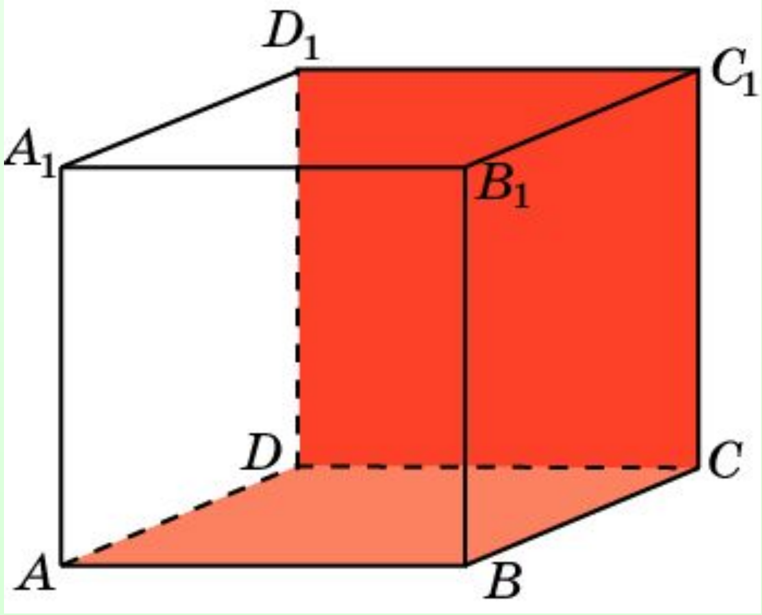
№ 167. В тетраэдре DABC все ребра равны, точка М – середина ребра АС. Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла BACD.



№ 168. *Двугранный угол равен φ. На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние* **d** *от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.*



ПОДУМАЙ!

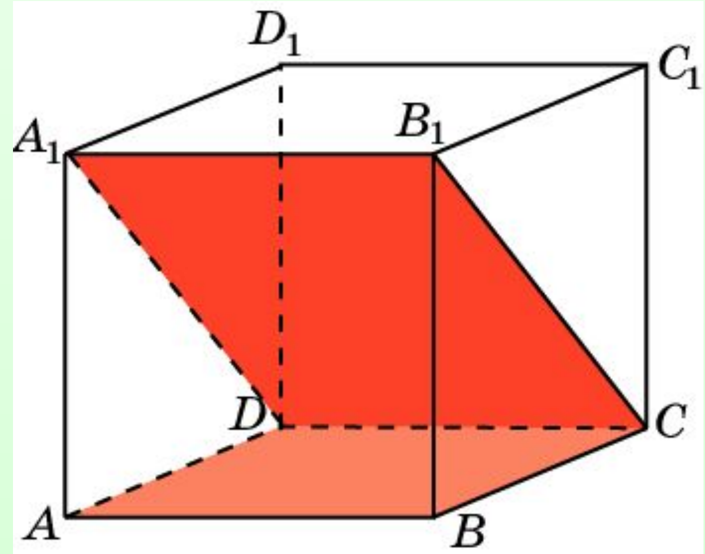


1. В кубе A…D1 найдите угол между плоскостями ABC и CDD1.

ПРАВИЛЬНО!

Ответ: 90°

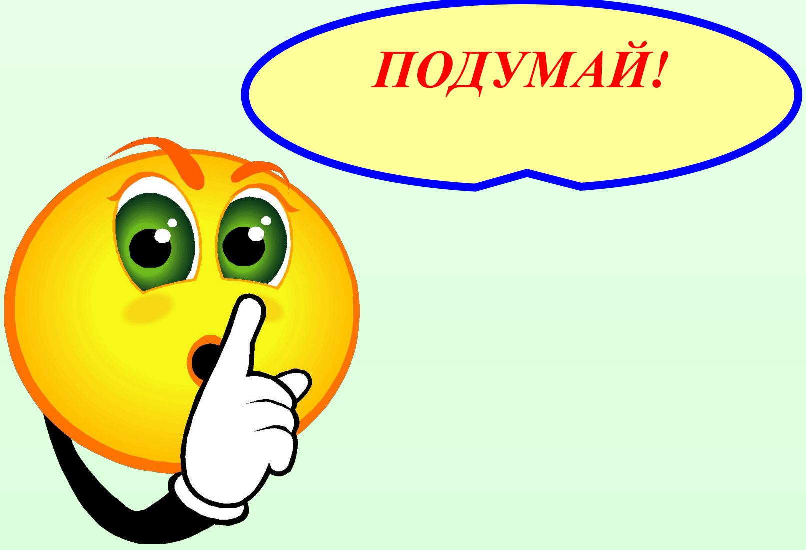
ПОДУМАЙ!

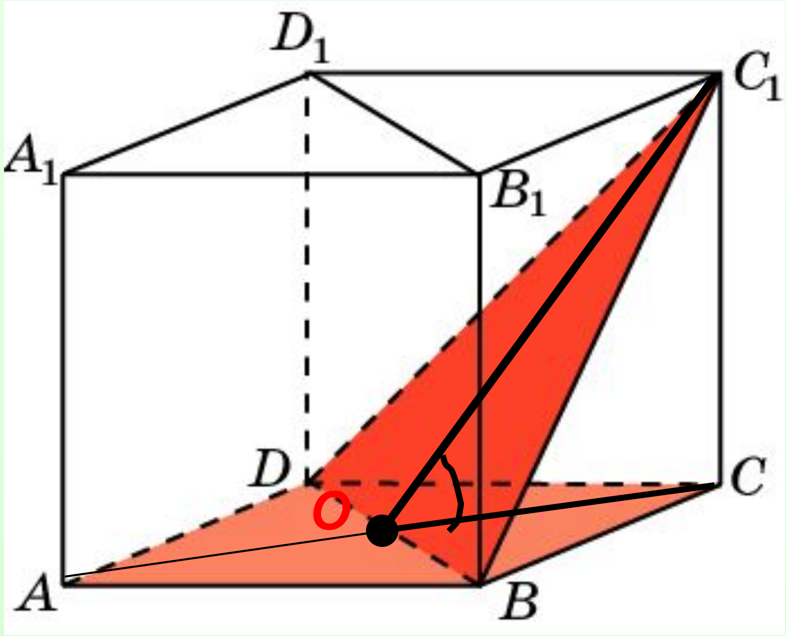


2.В кубе A…D1 найдите угол между плоскостями ABC и CDA1.

ПРАВИЛЬНО!

Ответ: 45°





3.В кубе A…D1 найдите угол между плоскостями ABC и BC1D.

Ответ: $tg\,\varphi = \sqrt{2}.$

Определение : ***Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов , образованных при их пересечении.***

Угол между параллельными или совпадающими плоскостями полагается равным нулю.

Если величина угла между плоскостями α и β равна φ, то пишут: $\widehat{(\alpha;\beta)} = \varphi$.

Величина угла между плоскостями принадлежит промежутку [0°;90°].