

В мир информатики

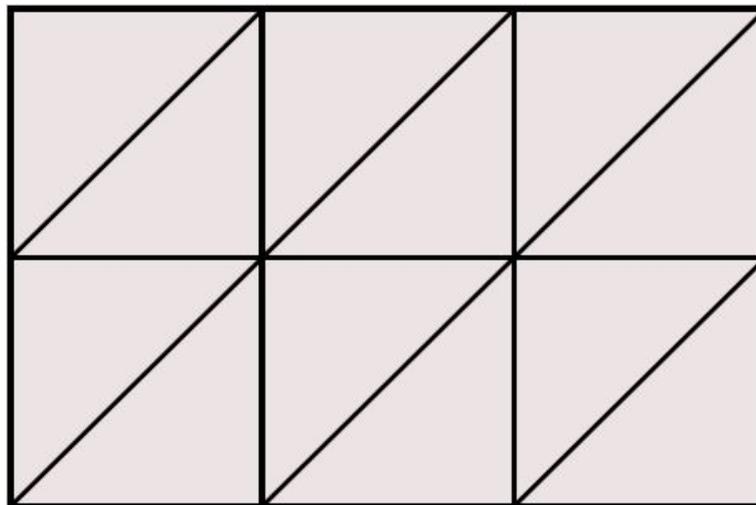
Умножение решеткой
и палочки Непера

Д.М. Златопольский

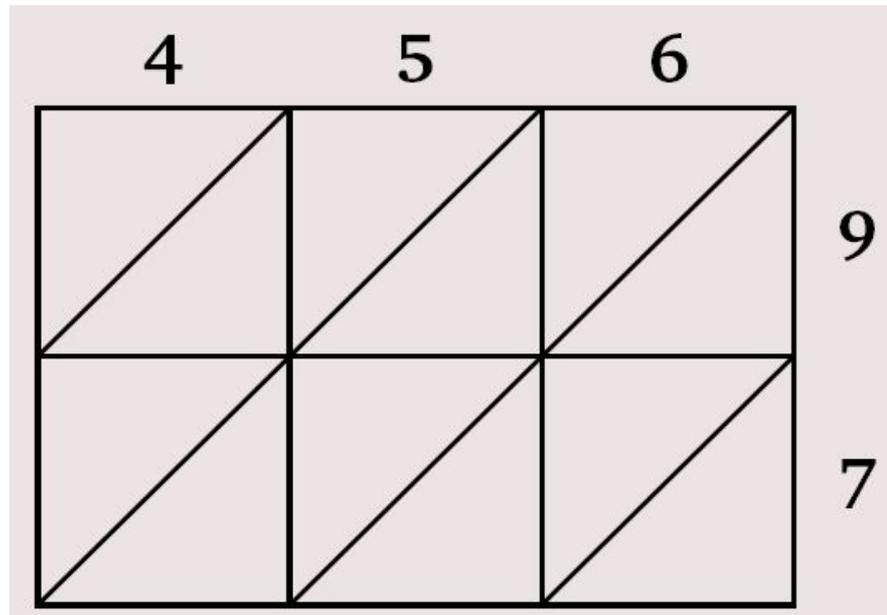
В средневековой Европе был широко распространен способ умножения многозначных чисел, известный как **«умножение решеткой»**, или **«способ жалюзи»**. По-видимому, он был разработан в Индии, но имел применение и в других странах Востока.

Этот способ легко уяснить на примере.
Пусть необходимо умножить **456** на **97**.

Рисуется табличка из трех столбцов (так как число **456** – трехзначное) и двух строк (**97** – двузначное число), каждая клетка которой разделена диагональю:



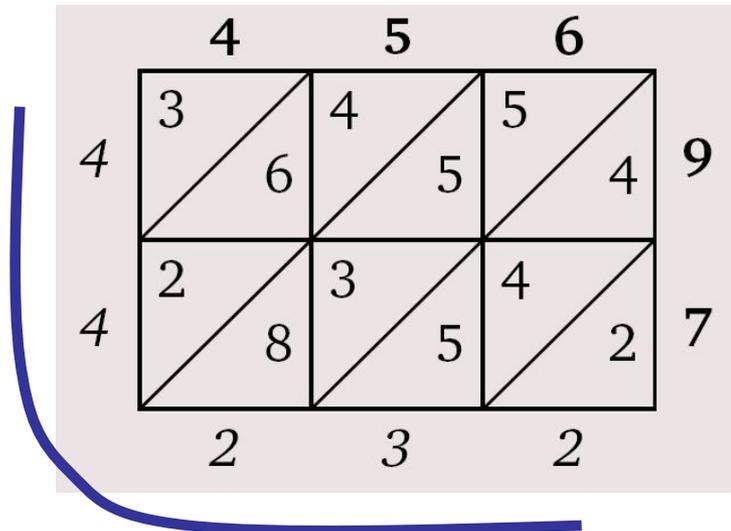
Цифры чисел **456** и **97** записываются, соответственно, над табличкой и справа от нее:



После этого в каждую клетку записывается произведение цифры, стоящей в соответствующем столбце сверху, на цифру в соответствующей строке справа, причем десятки и единицы произведения разделяются диагоналями ячеек:

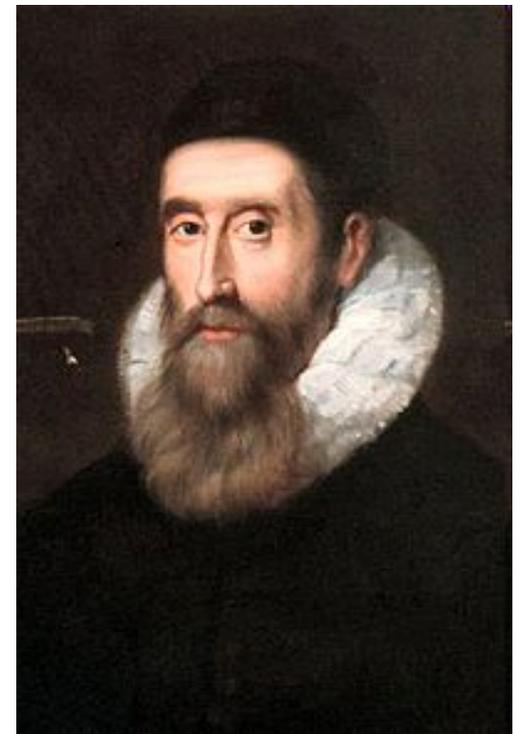
| | 4 | 5 | 6 | |
|---|-------|-------|-------|---|
| 3 | 3 / 6 | 4 / 5 | 5 / 4 | 9 |
| 2 | 2 / 8 | 3 / 5 | 4 / 2 | 7 |

Результат следует читать вначале слева от таблички сверху вниз, а затем под табличкой слева направо – он равен 44 232.



Чтобы оценить преимущества умножения решеткой, предлагаем сравнить время, требующееся для получения произведения, скажем, чисел **53 896** и **274** при использовании этого способа и обычного умножения «в столбик». Получатся ли результаты одинаковыми?

Способ умножения решеткой положен в основу счетного прибора, описанного шотландским математиком **Джоном Непером** (кстати – изобретателем логарифмов) в 1617 году. Этот простой счетный прибор в дальнейшем получил название **«палочки Непера»**, **«бруски Непера»**, **«пластины Непера»**, в английском языке – **«Neper's Bones»** (**«кости Непера»**) и т.п.



Джон Непер

Прибор представлял собой набор прямоугольных пластин (палочек), в который входили:

- палочки с результатами умножения всех чисел от **0** до **9** на числа от **0** до **9**; сверху каждой палочки наносилось число от **0** до **9** (на рисунке справа показаны девять таких палочек). Результат умножения на палочках представлен двумя цифрами (в том числе начальным нулем), разделенными наклонной чертой;
- одна палочка с нанесенными на нее цифрами от **1** до **9** (указатель строк); на рисунке она изображена слева.

**Указатель
строк**

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 0 1 | 0 2 | 0 3 | 0 4 | 0 5 | 0 6 | 0 7 | 0 8 | 0 9 |
| 2 | 0 2 | 0 4 | 0 6 | 0 8 | 1 0 | 1 2 | 1 4 | 1 6 | 1 8 |
| 3 | 0 3 | 0 6 | 0 9 | 1 2 | 1 5 | 1 8 | 2 1 | 2 4 | 2 7 |
| 4 | 0 4 | 0 8 | 1 2 | 1 6 | 2 0 | 2 4 | 2 8 | 3 2 | 3 6 |
| 5 | 0 5 | 1 0 | 1 5 | 2 0 | 2 5 | 3 0 | 3 5 | 4 0 | 4 5 |
| 6 | 0 6 | 1 2 | 1 8 | 2 4 | 3 0 | 3 6 | 4 2 | 4 8 | 5 4 |
| 7 | 0 7 | 1 4 | 2 1 | 2 8 | 3 5 | 4 2 | 4 9 | 5 6 | 6 3 |
| 8 | 0 8 | 1 6 | 2 4 | 3 2 | 4 0 | 4 8 | 5 6 | 6 4 | 7 2 |
| 9 | 0 9 | 1 8 | 2 7 | 3 6 | 4 5 | 5 4 | 6 3 | 7 2 | 8 1 |

Умножение на палочках Непера: 4938×385

1. Палочки, соответствующие значениям каждого разряда **множимого**, выкладываются в ряд так, чтобы цифры сверху каждой палочки составляли множимое.

| 4 | 9 | 3 | 8 |
|-------|-------|-------|-------|
| 0 / 4 | 0 / 9 | 0 / 3 | 0 / 8 |
| 0 / 8 | 1 / 8 | 0 / 6 | 1 / 6 |
| 1 / 2 | 2 / 7 | 0 / 9 | 2 / 4 |
| 1 / 6 | 3 / 6 | 1 / 2 | 3 / 2 |
| 2 / 0 | 4 / 5 | 1 / 5 | 4 / 0 |
| 2 / 4 | 5 / 4 | 1 / 8 | 4 / 8 |
| 2 / 8 | 6 / 3 | 2 / 1 | 5 / 6 |
| 3 / 2 | 7 / 2 | 2 / 4 | 6 / 4 |
| 3 / 6 | 8 / 1 | 2 / 7 | 7 / 2 |

Так как в множимом могли быть одинаковые цифры, то необходимо было иметь несколько палочек с каждой цифрой.

Умножение на палочках Непера: 4938×385

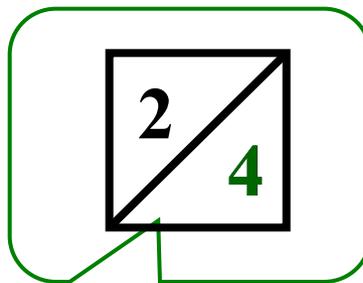
2. Слева прикладывается палочка – указатель строк, по которой выбирают строки, соответствующие разрядам **множителя**. Для умножения, например, на **3** рассматриваются соответствующие строки на палочках с цифрами **4, 9, 3** и **8**.

| | 4 | 9 | 3 | 8 |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 / 4 | 0 / 9 | 0 / 3 | 0 / 8 |
| 2 | 0 / 8 | 1 / 8 | 0 / 6 | 1 / 6 |
| 3 | 1 / 2 | 2 / 7 | 0 / 9 | 2 / 4 |
| 4 | 1 / 6 | 3 / 6 | 1 / 2 | 3 / 2 |
| 5 | 2 / 0 | 4 / 5 | 1 / 5 | 4 / 0 |
| 6 | 2 / 4 | 5 / 4 | 1 / 8 | 4 / 8 |
| 7 | 2 / 8 | 6 / 3 | 2 / 1 | 5 / 6 |
| 8 | 3 / 2 | 7 / 2 | 2 / 4 | 6 / 4 |
| 9 | 3 / 6 | 8 / 1 | 2 / 7 | 7 / 2 |

Умножение на палочках Непера: 4938 × 385

3. Результат умножения числа **4938** на **3**:

| | 4 | 9 | 3 | 8 |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 / 4 | 0 / 9 | 0 / 3 | 0 / 8 |
| 2 | 0 / 8 | 1 / 8 | 0 / 6 | 1 / 6 |
| 3 | 1 / 2 | 2 / 7 | 0 / 9 | 2 / 4 |
| 4 | 1 / 6 | 3 / 6 | 1 / 2 | 3 / 2 |
| 5 | 2 / 0 | 4 / 5 | 1 / 5 | 4 / 0 |
| 6 | 2 / 4 | 5 / 4 | 1 / 8 | 4 / 8 |
| 7 | 2 / 8 | 6 / 3 | 2 / 1 | 5 / 6 |
| 8 | 3 / 2 | 7 / 2 | 2 / 4 | 6 / 4 |
| 9 | 3 / 6 | 8 / 1 | 2 / 7 | 7 / 2 |



Последняя
цифра
произведения

Результат

:
4

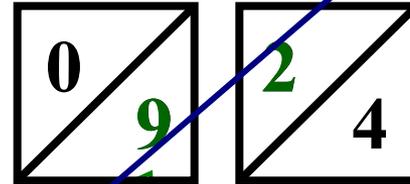
Умножение на палочках Непера: 4938 × 385

3. Результат умножения числа **4938** на **3**:

Суммирование по наклонной линии

Перенос в старший разряд

| | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|
| | 4 | 9 | 3 | 8 |
| 1 | 0 / 4 | 0 / 9 | 0 / 3 | 0 / 8 |
| 2 | 0 / 8 | 1 / 8 | 0 / 6 | 1 / 6 |
| 3 | 1 / 2 | 2 / 7 | 0 / 9 | 2 / 4 |
| 4 | 1 / 6 | 3 / 6 | 1 / 2 | 3 / 2 |
| 5 | 2 / 0 | 4 / 5 | 1 / 5 | 4 / 0 |
| 6 | 2 / 4 | 5 / 4 | 1 / 8 | 4 / 8 |
| 7 | 2 / 8 | 6 / 3 | 2 / 1 | 5 / 6 |
| 8 | 3 / 2 | 7 / 2 | 2 / 4 | 6 / 4 |
| 9 | 3 / 6 | 8 / 1 | 2 / 7 | 7 / 2 |



$$+ \quad = \quad \mathbf{11}$$

Результат

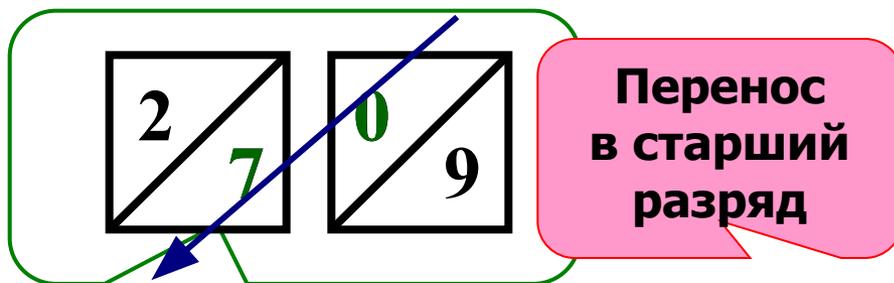
14

Умножение на палочках Непера: 4938×385

3. Результат умножения числа **4938** на **3**:

Суммирование по наклонной линии

| | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|
| | 4 | 9 | 3 | 8 |
| 1 | 0/4 | 0/9 | 0/3 | 0/8 |
| 2 | 0/8 | 1/8 | 0/6 | 1/6 |
| 3 | 1/2 | 2/7 | 0/9 | 2/4 |
| 4 | 1/6 | 3/6 | 1/2 | 3/2 |
| 5 | 2/0 | 4/5 | 1/5 | 4/0 |
| 6 | 2/4 | 5/4 | 1/8 | 4/8 |
| 7 | 2/8 | 6/3 | 2/1 | 5/6 |
| 8 | 3/2 | 7/2 | 2/4 | 6/4 |
| 9 | 3/6 | 8/1 | 2/7 | 7/2 |



$$+ \quad + \quad 1 = 8$$

Результат

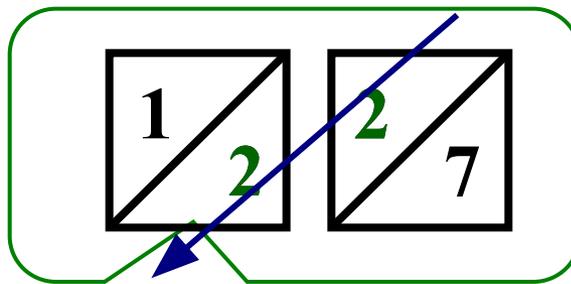
814

Умножение на палочках Непера: 4938×385

3. Результат умножения числа **4938** на **3**:

Суммирование по наклонной линии

| | 4 | 9 | 3 | 8 |
|---|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0/4 | 0/9 | 0/3 | 0/8 |
| 2 | 0/8 | 1/8 | 0/6 | 1/6 |
| 3 | 1/2 | 2/7 | 0/9 | 2/4 |
| 4 | 1/6 | 3/6 | 1/2 | 3/2 |
| 5 | 2/0 | 4/5 | 1/5 | 4/0 |
| 6 | 2/4 | 5/4 | 1/8 | 4/8 |
| 7 | 2/8 | 6/3 | 2/1 | 5/6 |
| 8 | 3/2 | 7/2 | 2/4 | 6/4 |
| 9 | 3/6 | 8/1 | 2/7 | 7/2 |



$$+ \quad = 4$$

Результат

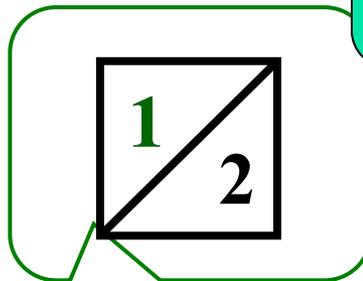
$$\begin{array}{r} \text{---} \\ 4938 \\ \times 385 \\ \hline \end{array}$$

4814

Умножение на палочках Непера: 4938 × 385

3. Результат умножения числа **4938** на **3**:

| | 4 | 9 | 3 | 8 |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 / 4 | 0 / 9 | 0 / 3 | 0 / 8 |
| 2 | 0 / 8 | 1 / 8 | 0 / 6 | 1 / 6 |
| 3 | 1 / 2 | 2 / 7 | 0 / 9 | 2 / 4 |
| 4 | 1 / 6 | 3 / 6 | 1 / 2 | 3 / 2 |
| 5 | 2 / 0 | 4 / 5 | 1 / 5 | 4 / 0 |
| 6 | 2 / 4 | 5 / 4 | 1 / 8 | 4 / 8 |
| 7 | 2 / 8 | 6 / 3 | 2 / 1 | 5 / 6 |
| 8 | 3 / 2 | 7 / 2 | 2 / 4 | 6 / 4 |
| 9 | 3 / 6 | 8 / 1 | 2 / 7 | 7 / 2 |



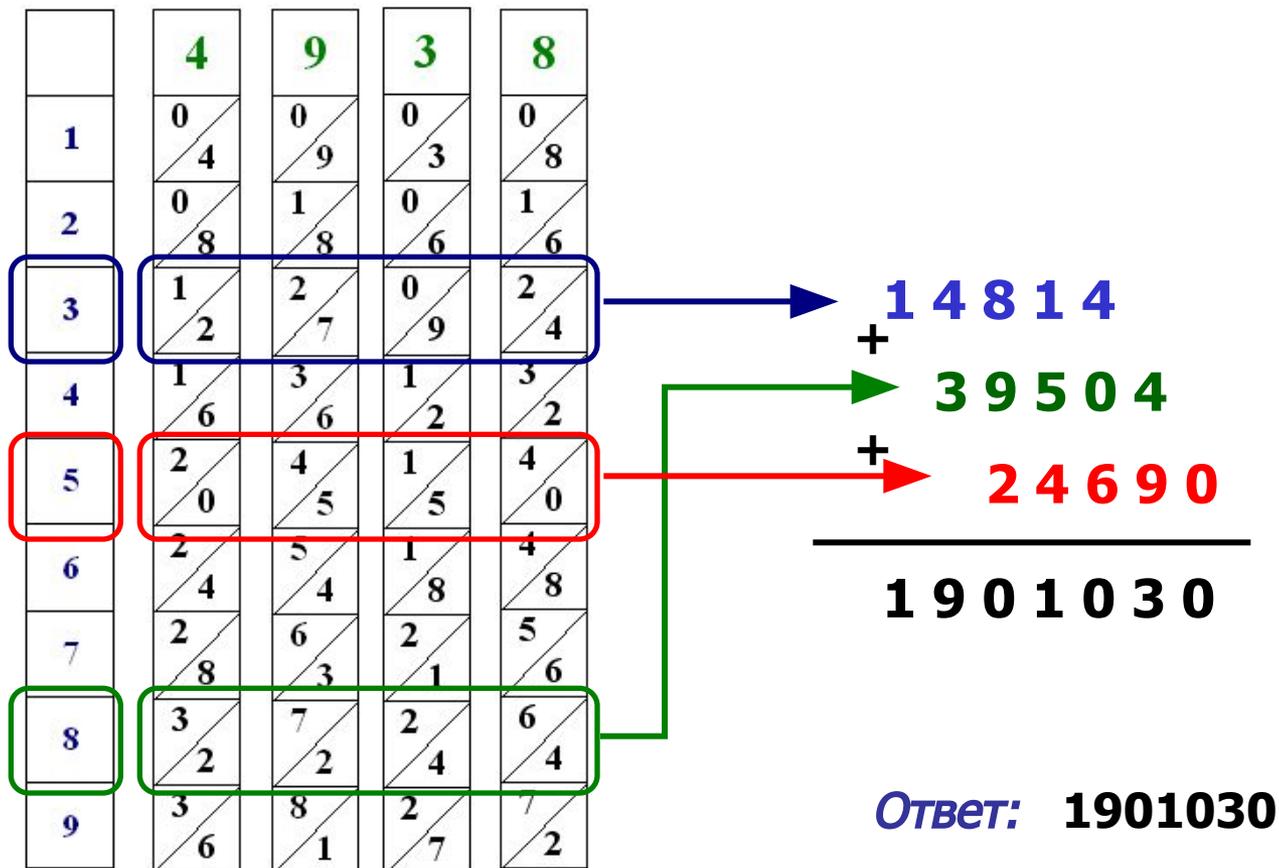
Первая цифра произведения

Результат

14814

Умножение на палочках Непера: 4938 × 385

4. Если множитель являлся многозначным, то результаты, полученные для каждой строки (для каждой цифры множителя), складывались между собой с учетом порядка разрядов.



Задание для самостоятельной работы

Докажите («словесно» или с помощью формул) справедливость использованного метода вычислений.

