ТЕМА ЛЕКЦИИ:

«МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ»

Матрица

Матрица – множество чисел, образующих прямоугольную таблицу, которая содержит **m**-строк и **n**-столбцов.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . & . & . \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ . & . & . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{a}_{\mathbf{ij}}$, i – номер строки, j – номер столбца.

- Две матрицы называются **равными**, если они имеют одинаковые размеры и их соответствующие элементы равны.
- Если количество столбцов матрицы совпадают с количеством строк, то матрица называется **квадратной.**

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- Элементы матрицы, стоящие на диагонали, идущие из верхнего левого угла называют **главной диагональю**, другую диагональ называют **побочной.**
- Если количество строк m матрицы не равно количеству столбцов n, то матрица называется **прямоугольной.**

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- Если все элементы квадратной матрицы, кроме элементов главной диагонали, равны нулю, то матрица называется **диагональной.**

$$diag(a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_{22} & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Если все числа главной диагонали равны единице, то матрица называется **единичной.**

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Если в прямоугольной матрице m=1, то получается **матрица-строка.**

$$x = (1;5;7)$$

- Если n=1, то получается **матрица-столбец.**

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- Матрицы-строки и матрицы-столбцы называются **векторами**.

Сложение матриц

- ***Матрицы можно складывать только одинакового размера.***
- **Суммой** двух матриц A и B называется матрица C, элементы которой равны сумме соответствующих элементов матриц A и B.

$$A+B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 8 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+3 & 0+1 & -1+0\\ 1+8 & 3+2 & 0+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 1 & -1\\ 9 & 5 & 3\end{pmatrix}$$

- Сложение матриц подчиняется **переместительному и сочетательному законам**:
- A+B=B+A
- (A+B)+C=A+(B+C).

Нулевая матрица при сложении матриц выполняет роль обычного нуля при сложении чисел: A+0=A.

Вычитание матриц

- **Разностью** матриц А и В называется матрица С, элементы которой равны разности соответствующих элементов матриц А и В.

$$A-B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 8 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-3 & 0-1 & -1-0\\ 1-8 & 3-2 & 0-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ -7 & 1 & -3\end{pmatrix}$$

- **ЗАДАНИЯ:**
- **1)** $\begin{pmatrix}2 & -5\\ -7 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6 & 7\\ 3 & -8\end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ 0 & 1 & -3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1 & 0 & 4\\ 3 & -5 & 6\end{pmatrix}$

- **2)** $\begin{pmatrix}2 & -5\\ -7 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & 7\\ 3 & -8\end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ 0 & 1 & -3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1 & 0 & 4\\ 3 & -5 & 6\end{pmatrix}$

Умножение матрицы на число

- При умножении матрицы A на число ***a*** все числа, составляющие матрицу A, умножаются на число ***a***.

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 12 & 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 7 & 3 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & -3 \\ 21 & 0 \end{pmatrix}$$

- **ЗАДАНИЯ:**
- **1) вычислить 5A-2B,**
- **2) вычислить 5A+2B**

если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$