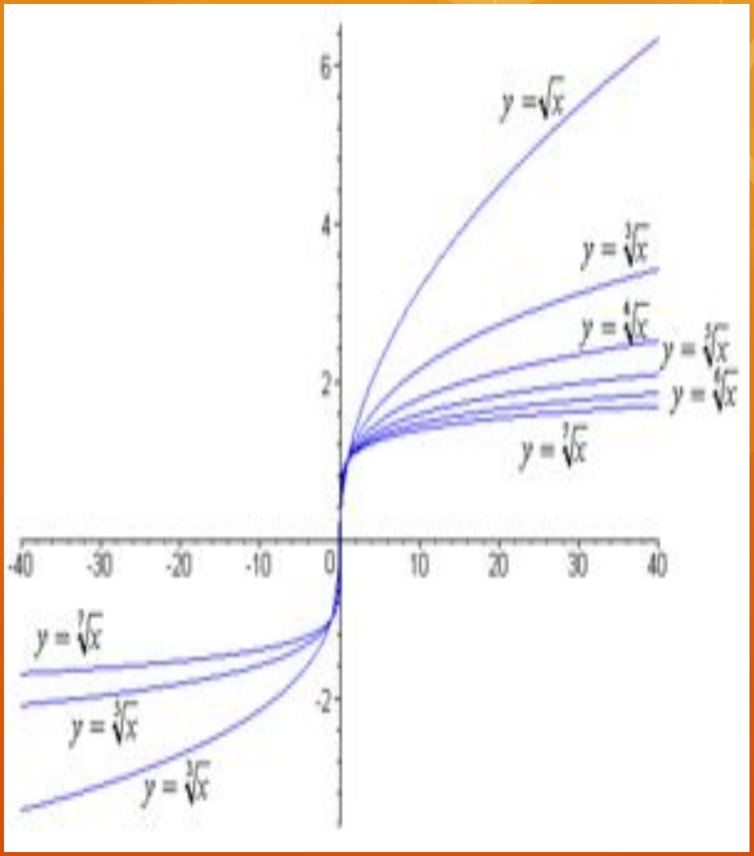
Корінь
N-го степеня

Підготував
Антон Заєць

N-ний степень

- Корінь n–го степеня з числа а
Квадратним коренем (коренем другого степеня) з числа а називають таке число, квадрат якого дорівнює а.
Аналогічно дають означення кореня n-го степеня з числа а, де $n \in N$, $n > 1$.
Означення. Коренем n-го степеня з числа а, де $n \in N$, $n > 1$, називають таке число, n-й степінь якого дорівнює а.
Наприклад:
коренем п'ятого степеня з числа 32 є число 2, оскільки $2^5 = 32$;
коренем третього степеня з числа –64 є число –4, оскільки = –64;
коренями четвертого степеня з числа 81 є числа 3 і –3, оскільки $3^4 = 81$ і $(-3)^4 = 81$.
З означення випливає, що будь-який корінь рівняння = а, де $n \in N$, $n > 1$, є коренем n-го степеня з числа а, і навпаки, корінь n-го степеня з числа а є коренем розглядуваного рівняння.

- Корінь n-го степеня, n - непарне
  Якщо n — непарне натуральне число, то графіки функцій y = і y = a при будь-якому a перетинаються в одній точці .
  Це означає, що рівняння = a має єдиний корінь при будь-якому a.
  Висновок: якщо n — непарне натуральне число, більше за 1, то корінь n-го степеня з будь-якого числа існує, причому тільки один.
  Корінь непарного степеня n, n > 1, з числа a позначають так : (читають: «корінь n-го степеня з a»).
  Знак називають знаком кореня n-го степеня або радикалом.
  Вираз, який стоїть під радикалом, називають підкореневим виразом.
  Наприклад, =2, = -4, =0.
  Корінь третього степеня також прийнято називати кубічним коренем.
  Наприклад, запис читають: «корінь кубічний з числа 2».



Зверніть увагу!

Наголосимо, що вираз $\sqrt[(2k+1)]{a}, k = N$, існує при будь-якому a.

З означення кореня n-го степеня випливає, ***що при будь-якому а виконується рівність***

$$\left(\sqrt[2k+1]{a}\right)^{2k+1} = a$$

Наприклад,

$$\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 = 2, \quad \left(\sqrt[7]{-0,1}\right)^7 = -0,1.$$

Арифметичний корінь

n-го степеня
Означення. Арифметичним коренем n-го степеня з невід’ємного числа a, де n ∈ N, n > 1, називають таке невід’ємне число, n-й степінь якого дорівнює a.
Арифметичний корінь n-го степеня з невід’ємного числа a позначають так:
Наприклад, = 3, оскільки 3 ≥ 0 і = 81;
= 1, оскільки 2 ≥ 0 і = 64;
= 0, оскільки 0 ≥ 0 і = 0.
Узагалі, якщо b ≥ 0 і = a, n ∈ N, n > 1, то = b.

Позначення арифметичного кореня

Для позначення арифметичного кореня n-го степеня з невід’ємного числа a і кореня непарного степеня n з числа a використовують один і той самий запис: .

Запис , k ∈ N, використовують тільки для позначення арифметичного кореня.

Корінь парного степеня з числа a не має позначення.

За допомогою знака кореня n-го степеня можна записувати розв’язки рівняння = a, де n ∈ N, n > 1.
Якщо n— непарне натуральне число, то при будь-якому значенні a розглядуване рівняння має єдиний корінь x = .
Якщо n— парне натуральне число і a > 0, то рівняння має два корені: =, = - .
Якщо a = 0, то x = 0.
Наприклад, коренем рівняння = 7 є число ; коренями рівняння = 5 є два числа: - і .
З означення арифметичного кореня n-го степеня випливає, що для будь-якого невід’ємного числа a має місце таке:
≥0 і виконується рівність () =
Наприклад, $()^6$ =7.
Покажемо, що при будь-якому a і k ∈ N
Наприклад, = -, = -.