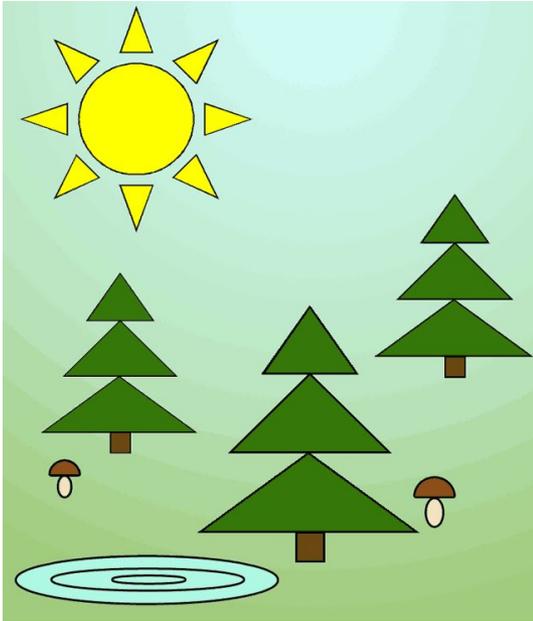


Основы теории фракталов

Домашних И.А.

Геометрия природы



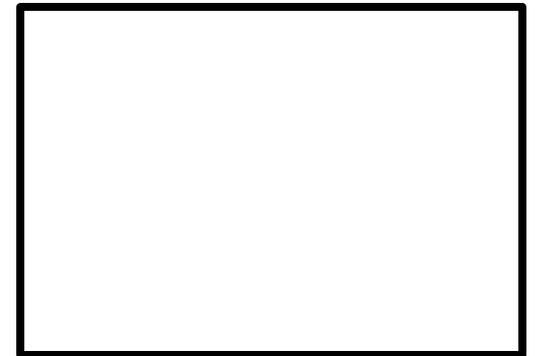
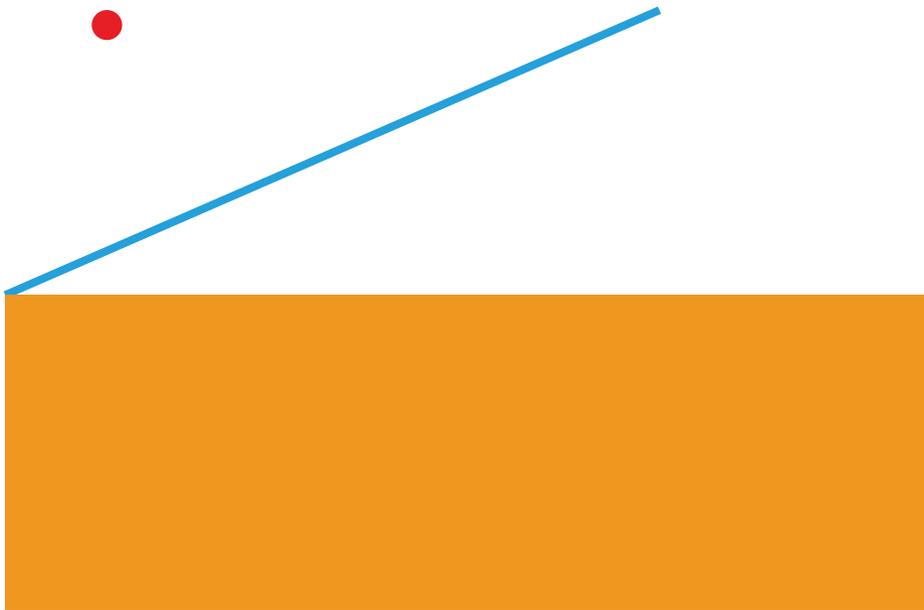
Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году книги Мандельброта "The Fractal Geometry of Nature" ("Фрактальная геометрия природы")

Природные фракталы

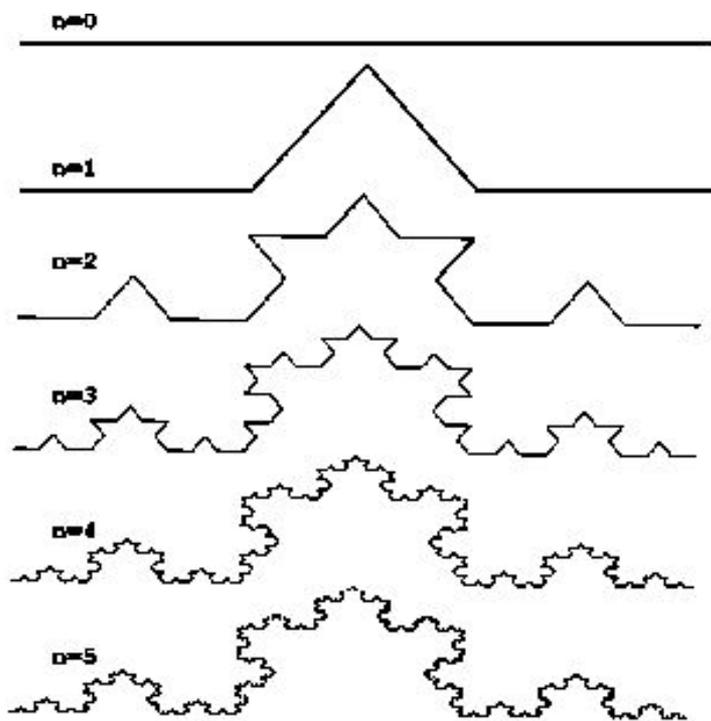


Размерность и самоподобие

fractus (лат.) – дробленный, сломанный, разбитый



Патологические структуры



Описана в 1904 году

Нигде не дифференцируема
и не спрямляема

Кривая Коха

Определение

Фрактал (лат. fractus – дробленный, сломанный, разбитый) – термин, означающий сложную геометрическую фигуру, обладающую свойством самоподобия, то есть составленную из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком

Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому (Мандельброт)

Свойства

- Самоподобие
- Дробная размерность (в смысле Минковского или Хаусдорфа)

Геометрические фракталы

Самые наглядные

В двумерном случае их получают с помощью некоторой ломаной, называемой **генератором**

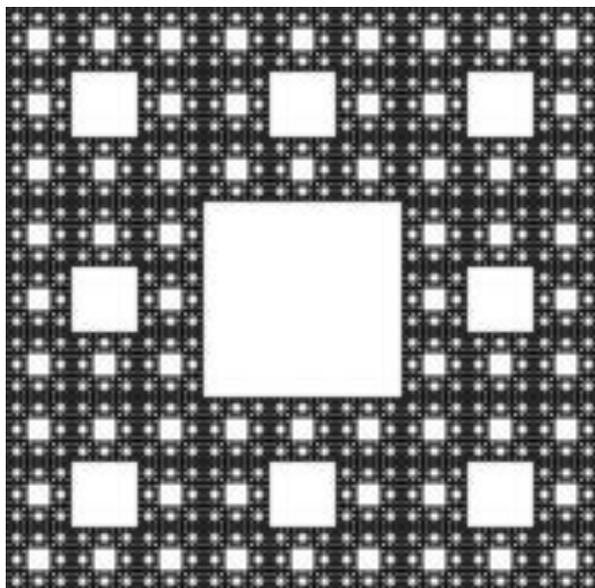
За один шаг алгоритма каждый из отрезков, составляющих ломаную, заменяется на генератор, в соответствующем масштабе

В результате бесконечного повторения этой процедуры, получается геометрический фрактал

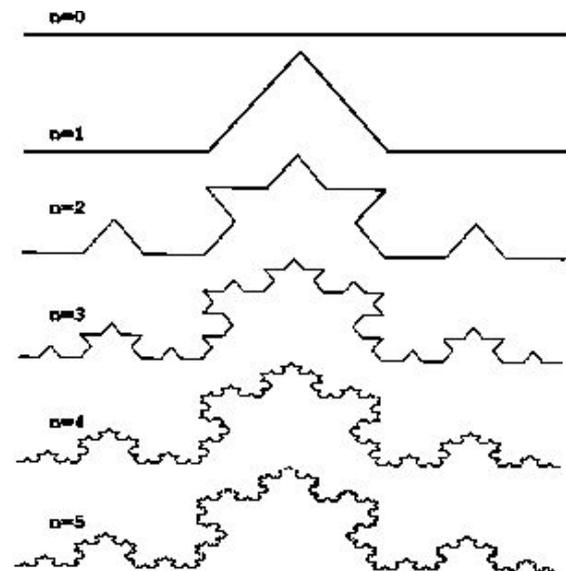
Примеры геометрических фракталов



Множество Кантора



Ковер Серпинского



Кривая Коха

Алгебраические фракталы

Для построения используются итерации нелинейных отображений, задаваемых простыми алгебраическими формулами

$$\begin{aligned}z_{n+1} &= F(z_n), \\z_{n+2} &= F(F(z_n))\end{aligned}$$

...

Итерационный процесс удобно интерпретировать как динамическую систему с дискретным временем и использовать соответствующую терминологию

Границы между областями притяжения аттракторов могут иметь сложную фрактальную структуру

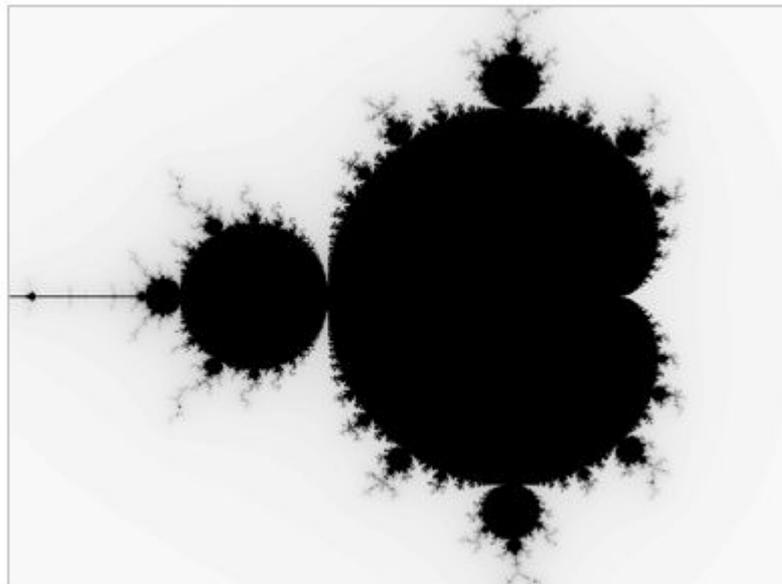
Такие области можно раскрашивать в разные цвета и получать красивые изображения

Пример алгебраического фрактала

● Фрактал Мандельброта - множество точек c , для которых итерационный процесс

$$\begin{cases} z_{n+1} = z_n^2 + c \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

не стремится к бесконечности при n стремящемся к бесконечности

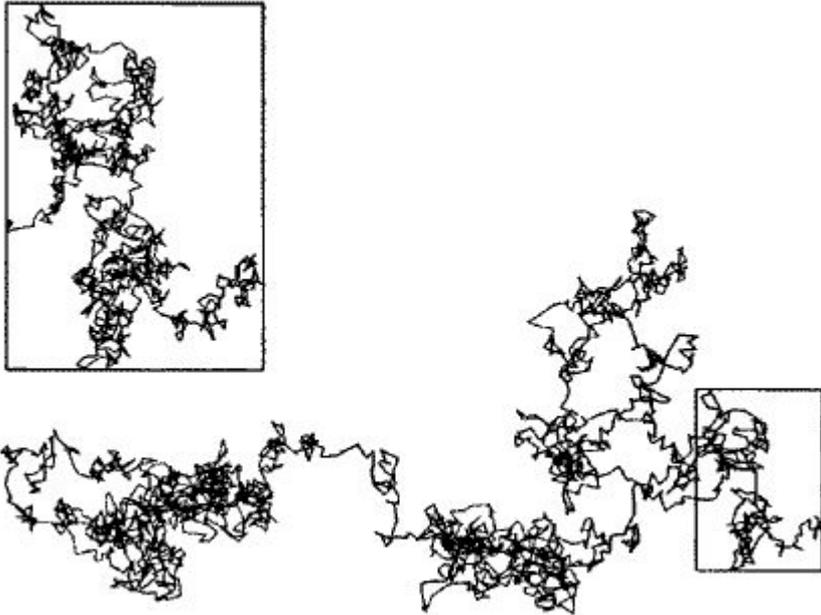


Стохастические фракталы

Стохастические фракталы получаются в том случае, если в итерационном процессе случайным образом менять какие-либо его параметры

Получающиеся объекты очень похожие на природные: несимметричные деревья, изрезанные береговые линии и т.д.

Примеры стохастических фракталов



Броуновское движение



Диффузно-ограниченная агрегация

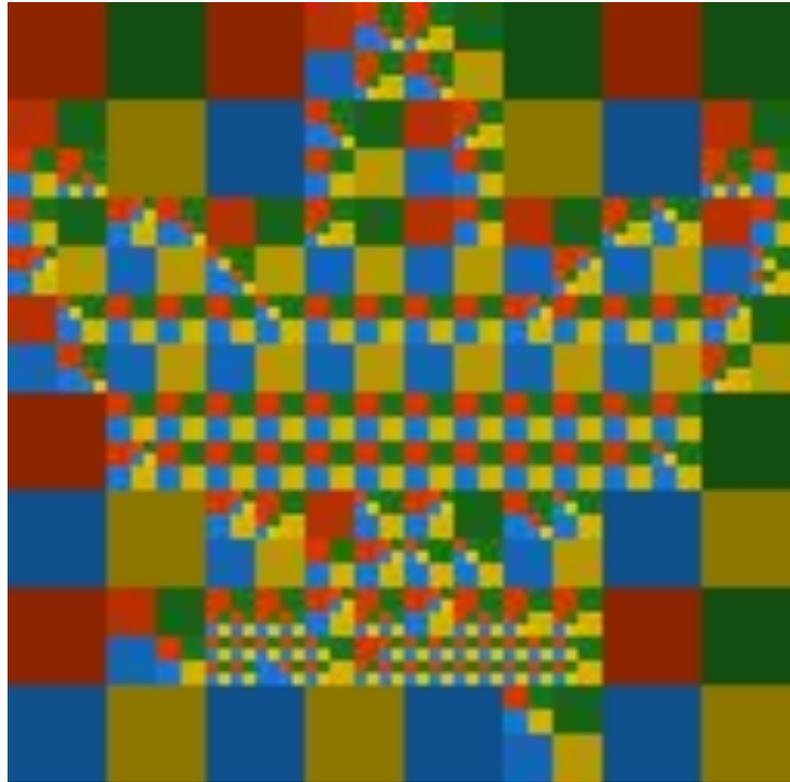
Применение

Компьютерная графика и полиграфия	Рендеринг реалистичных изображений
Сжатие изображений	Фрактальное сжатие
Распознавание образов	Использование фрактальной размерности
Экономика	Моделирование поведения рынков
Техника	Компактные антенны для мобильных устройств

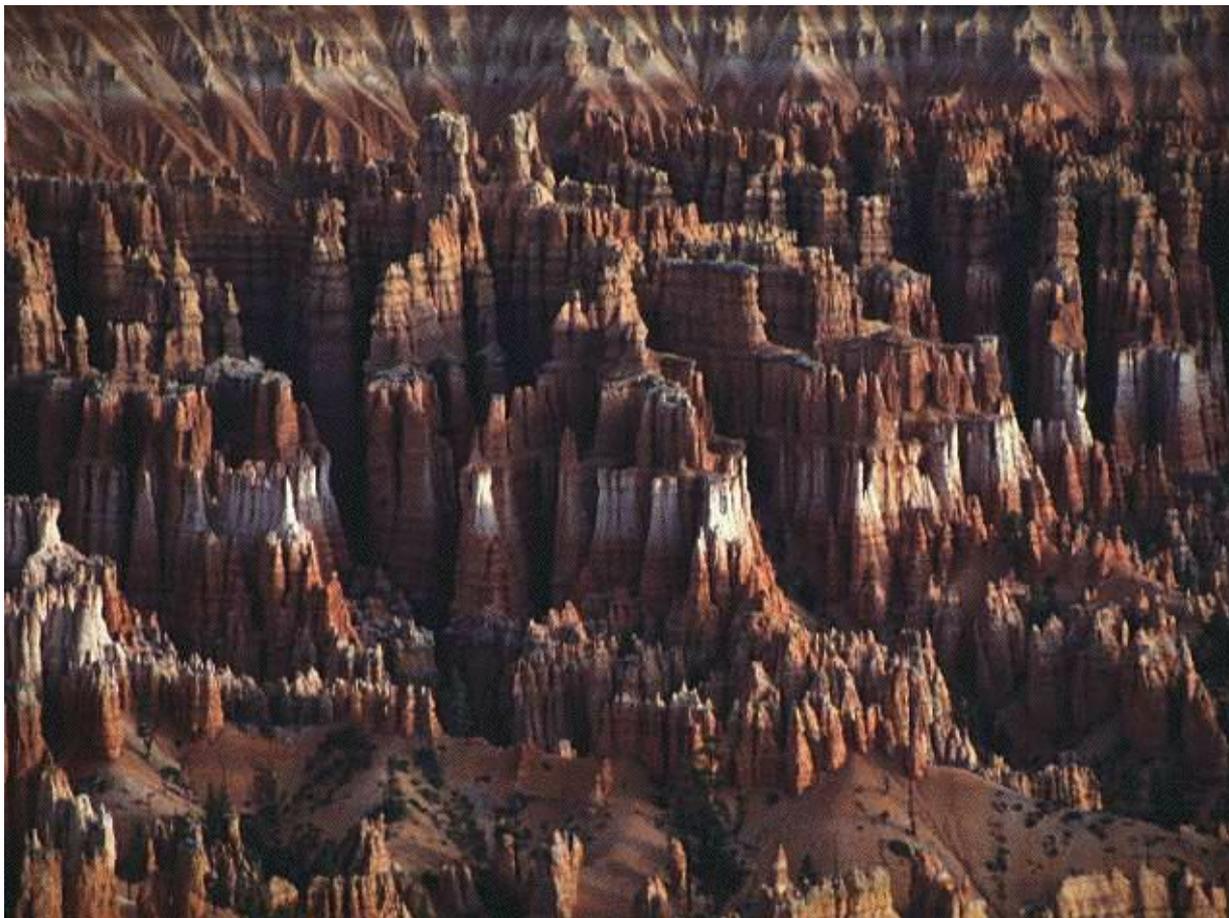
Рендеринг реалистичных изображений



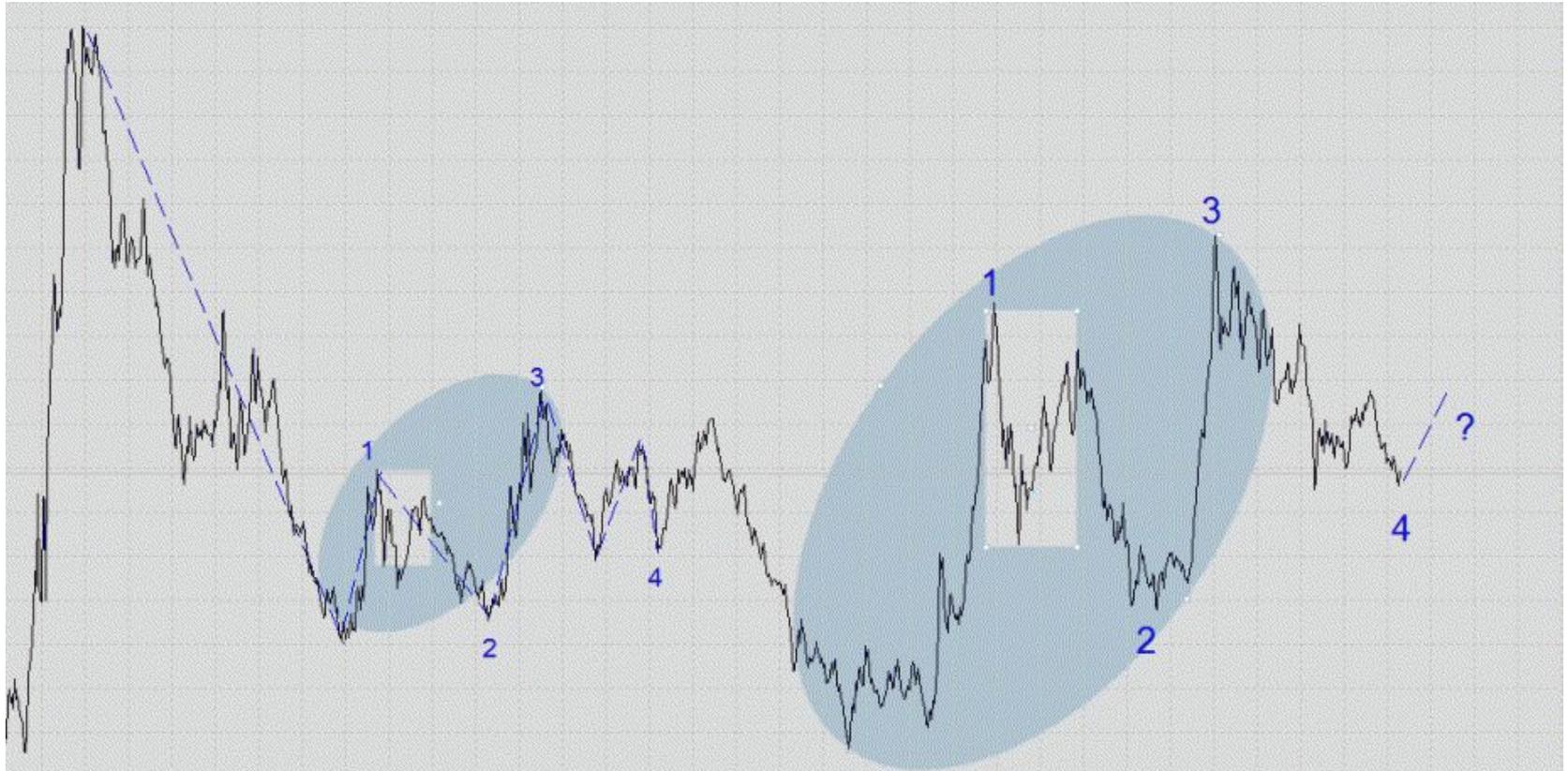
Фрактальное сжатие



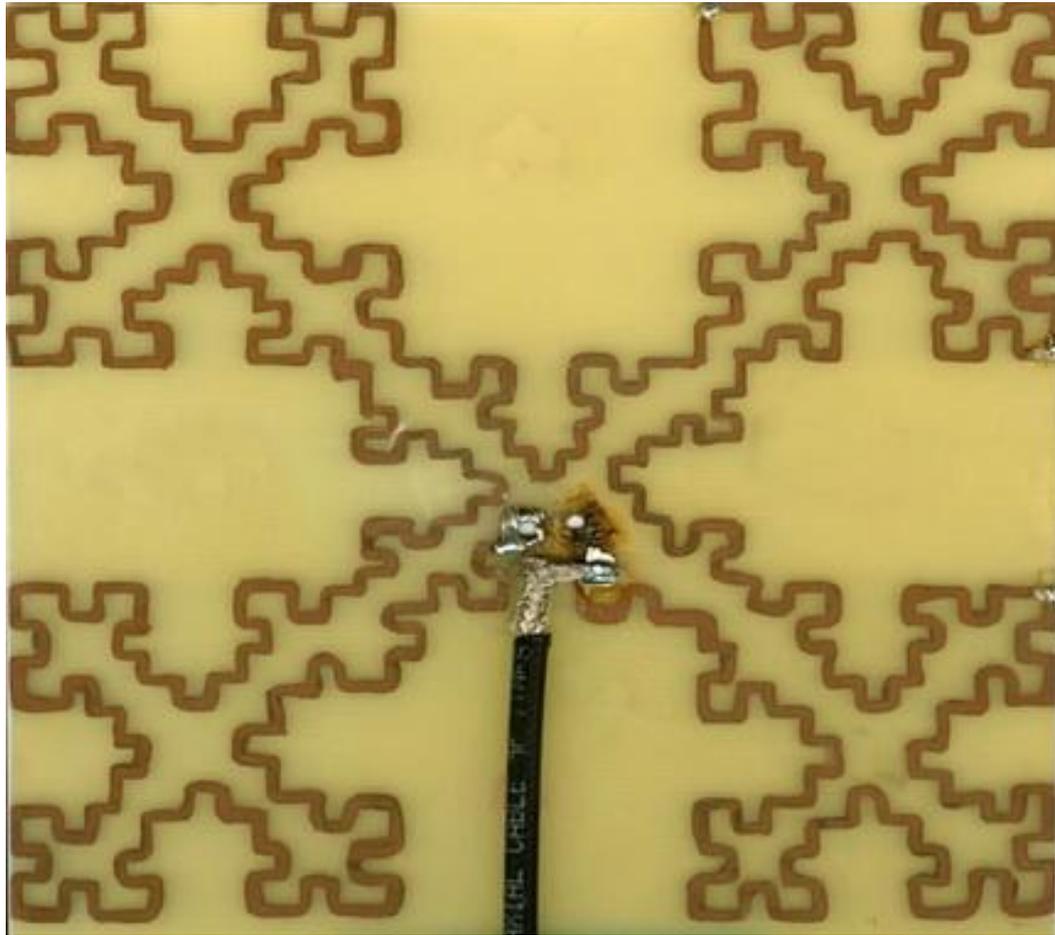
Распознавание образов



Моделирование поведения рынков



Компактные антенны



Спасибо за внимание