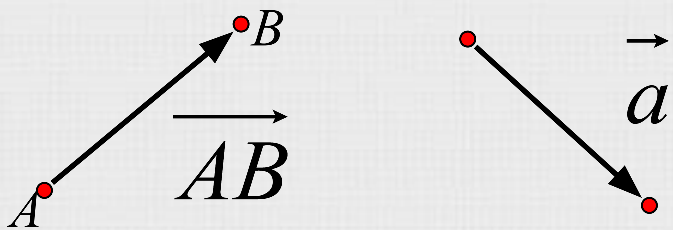
Векторы в пространстве. Сложение векторов.

Понятие вектора в пространстве

Вектор(направленный отрезок) –

отрезок, для которого указано какой из его концов считается началом, а какой – концом.



$\overrightarrow{AB}$ $\quad \vec{a}$ $\quad M$ $\quad \overrightarrow{MM} = \vec{0}$

Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ *– длина отрезка AB.*

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB \qquad \left|\vec{0}\right| = 0$$

Коллинеарные векторы

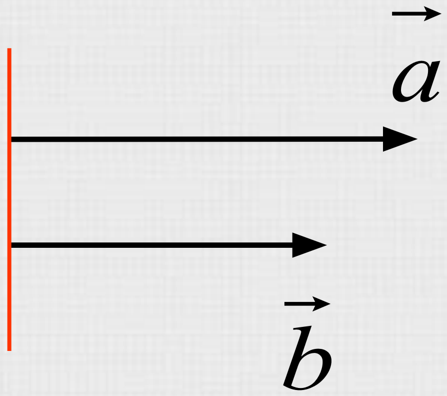
*Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или параллельных прямых.*

Среди коллинеарных различают:

- Сонаправленные векторы
- Противоположно направленные векторы

Сонаправленные векторы

Сонаправленные векторы *- векторы, лежащие по одну сторону от прямой, проходящей через их начала.*



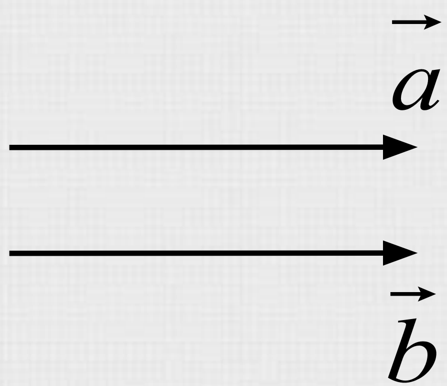
$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Нулевой вектор *считается сонаправленным с любым вектором.*

- Равные векторы

Равные векторы

Равные векторы *- сонаправленные векторы, длины которых равны.*

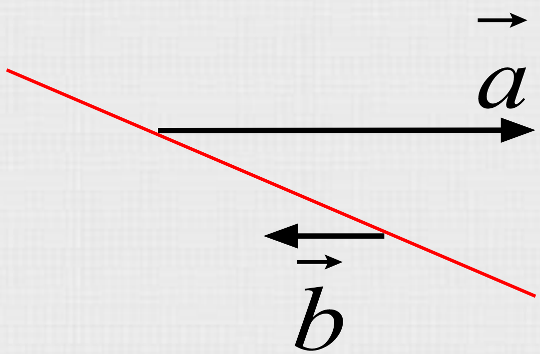


$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, |\vec{a}| = |\vec{b}|$$

От любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один.

Противоположно направленные векторы

Противоположно направленные векторы *– векторы, лежащие по разные стороны от прямой, проходящей через их начала.*

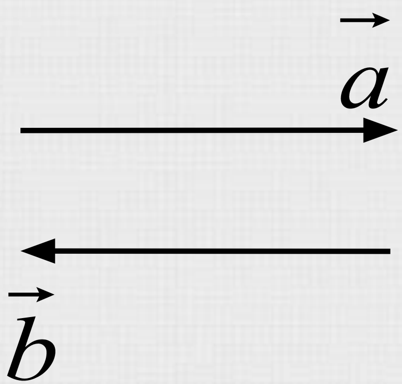


$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$

- Противоположные векторы

Противоположные векторы

Противоположные векторы *– противоположно направленные векторы, длины которых равны.*



$$\vec{a} = -\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}, \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right|$$

Вектором, противоположным нулевому, считается нулевой вектор.

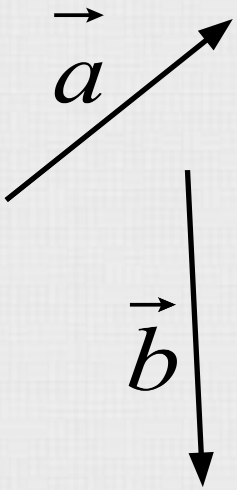
Сложение векторов

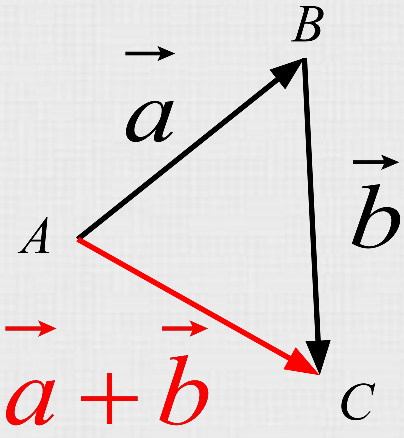
- Правило треугольника
- Правило параллелограмма
- Правило многоугольника
- Правило параллелепипеда
- Свойства сложения

Правило треугольника

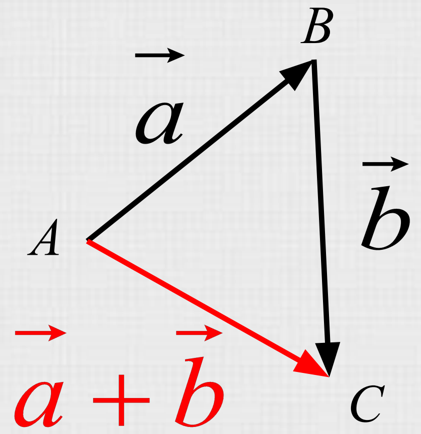
Для сложения двух векторов необходимо:

1. *отложить от какой – нибудь точки A вектор* $\overrightarrow{AB}$, *равный* $\vec{a}$
2. *от точки B отложить вектор* $\overrightarrow{BC}$, *равный* $\vec{b}$
3. *вектор* $\overrightarrow{AC}$ *называется суммой векторов* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$





Правило треугольника



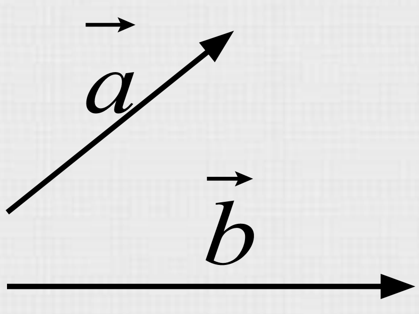
Для любых трех точек А, В и С справедливо равенство:

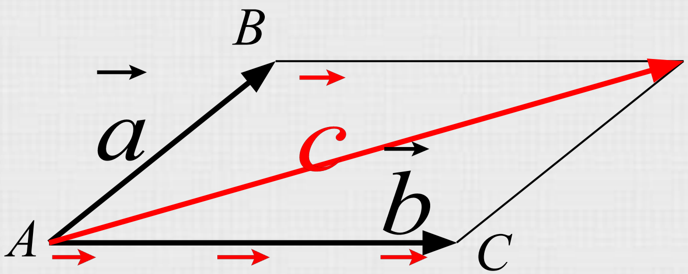
$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

Правило параллелограмма

Для сложения двух векторов необходимо:

1. *отложить от какой – нибудь точки A вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$*
2. *от точки A отложить вектор $\overrightarrow{AC}$, равный $\vec{b}$*
3. *достроить фигуру до параллелограмма, проведя дополнительные линии параллельно данным векторам*
4. *диагональ параллелограмма – сумма векторов*





$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Свойства сложения

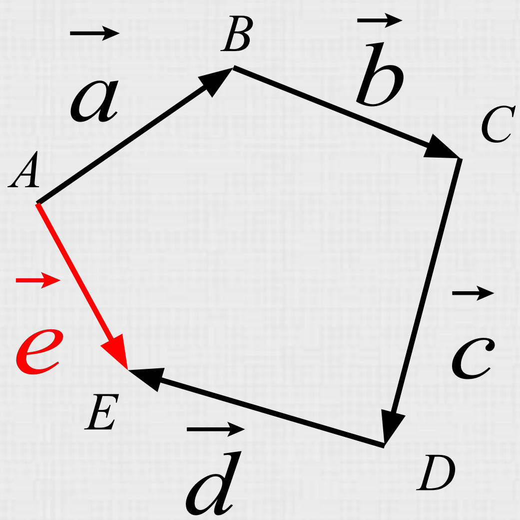
Для любых векторов $\vec{\boldsymbol{a}}, \vec{\boldsymbol{b}}$ *и* $\vec{\boldsymbol{c}}$ *справедливы равенства* :

$\vec{\boldsymbol{a}} + \vec{\boldsymbol{b}} = \vec{\boldsymbol{b}} + \vec{\boldsymbol{a}}$ *переместительный закон*

$\left(\vec{\boldsymbol{a}} + \vec{\boldsymbol{b}}\right) + \vec{\boldsymbol{c}} = \vec{\boldsymbol{a}} + \left(\vec{\boldsymbol{b}} + \vec{\boldsymbol{c}}\right)$ *сочетательный закон*

Правило многоугольника

Сумма векторов равна вектору, проведенному из начала первого в конец последнего(при последовательном откладывании).

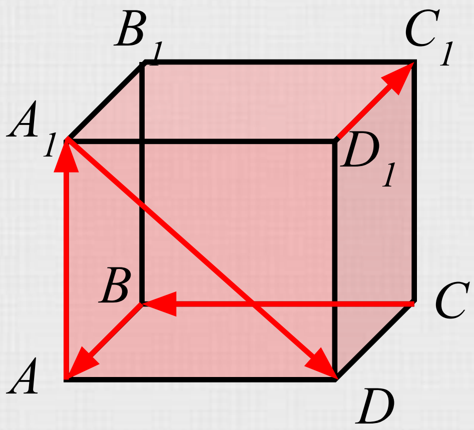


$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{e}$$

Пример

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}$$

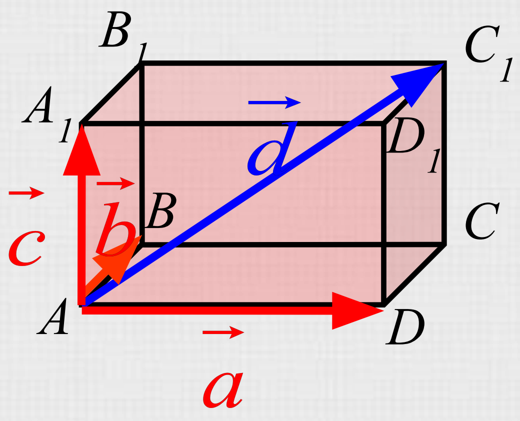
Пример



$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{A_1D} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

Правило параллелепипеда

Вектор, лежащий на диагонали параллелепипеда, равен сумме векторов, проведенных из той же точки и лежащих на трех измерениях параллелепипеда.



$$\overrightarrow{AD} = \vec{a}$$

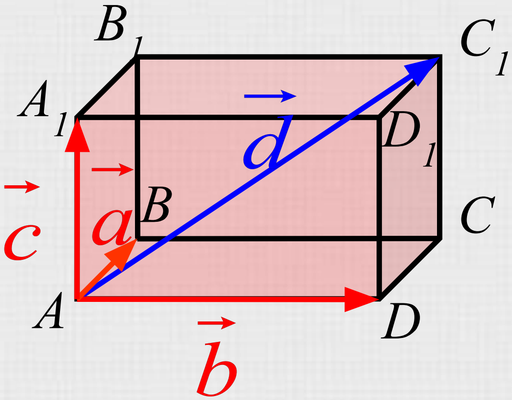
$$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$$

$$\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \vec{d}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}$$

Свойства



$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ *для любого параллелепипеда*

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ *для прямоугольного параллелепипеда*