

Prezentace pro 8. přednášku

6BZST1

Základy statistiky

doc. RNDr. Lenka Komárková, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

VÝSTUPY Z UČENÍ

Student bude:

- umět ověřovat shodu pozorovaných četností s očekávanými (populačními)
- schopen analyzovat kontingenční tabulky
- umět porovnávat populační proporce v případě dvou nezávislých i závislých výběrů
- schopen rozhodnout o závislosti dvou kategoriálních proměnných

TESTY PRO KVALITATIVNÍ DATA

χ^2 TEST DOBRÉ SHODY

- **Pearsonův chí-kvadrát test dobré shody**
- Test o hodnotách **teoretických relativních četností** pro jednotlivé kategorie kvalitativní proměnné
- Testový problém pro dichotomickou proměnnou ($I = 2$):
 - $H_0: \pi_1 = \pi_0$ a $\pi_2 = 1 - \pi_0$ vs. $H_1: \pi_1 \neq \pi_0$ nebo $\pi_2 \neq 1 - \pi_0$,
 - π_0 je hypotetická hodnota – předem dané číslo z intervalu (0, 1)
- Testový problém pro kategoriální proměnnou ($I > 2$):
 - $H_0: \pi_1 = \pi_{1,0}$ a $\pi_2 = \pi_{2,0}$ a $\pi_3 = \pi_{3,0}$ a ... a $\pi_I = \pi_{I,0}$
 - $H_1: \pi_1 \neq \pi_{1,0}$ nebo $\pi_2 \neq \pi_{2,0}$ nebo $\pi_3 \neq \pi_{3,0}$ nebo ... nebo $\pi_I \neq \pi_{I,0}$

PRINCIP A PŘEDPOKLADY TESTU

- **PRINCIP:** Test je založen na **porovnání**

1) pozorovaných (empirických) četností n_i a

2) očekávaných (teoretických, hypotetických) četností $n\pi_i$

- *Testová statistika:*
$$X^2 = \sum_{i=1}^I \frac{(n_i - n\pi_i)^2}{n\pi_i}$$

- **PŘEDPOKLAD:** Dostatečný počet dat

- všechny **očekávané četnosti** mají být **větší než 5**

- **$n\pi_1 > 5$ a $n\pi_2 > 5$ a $n\pi_3 > 5$ a ... a $n\pi_I > 5$**

- ve výše uvedené podmínce se vyskytují očekávané (teoretické) a nikoliv pozorované (empirické) četnosti

PŘÍKLAD

NA TEST DOBRÉ SHODY

Podporují data ([inffilms.xlsx](#)) následující představu, že **mezi ženami** je:

- 15 % těch, které jsou přesvědčeny o velmi negativním vlivu filmů
- 35 % s názorem, že vliv je negativní
- 25 % bez konkrétního názoru
- 20%, jež si myslí, že vliv je pozitivní
- 5%, jež si myslí, že vliv je velmi pozitivní

Velmi negativní	Negativní	Neutrální	Pozitivní	Velmi pozitivní	CELKEM
93 12,65 %	251 34,15 %	190 25,85 %	150 20,41 %	51 6,94 %	735 100 %

PŘÍKLAD NA TEST DOBRÉ SHODY

$$H_0: \pi_1 = 0,15; \pi_2 = 0,35; \pi_3 = 0,25; \pi_4 = 0,20; \pi_5 = 0,05$$

	Velmi negativní	Negativní	Neutrální	Pozitivní	Velmi pozitivní
Pozorované	93 12,65 %	251 34,15 %	190 25,85 %	150 20,41 %	51 6,94 %
Očekávané	735·0,15 =110,25 15 %	735·0,35 =257,25 35 %	735·0,25 =183,75 25 %	735·0,20 =147,00 20 %	735·0,05 =36,75 5 %

Testová statistika: $\chi^2 = 8,650$

Dosažená hladina testu: $p = 0,071$

χ^2 TEST NEZÁVISLOSTI

- **Pearsonův chí-kvadrát test nezávislosti**
- Analýza vztahu dvou kvalitativních znaků
- **Testový problém:**
 - **H_0 : nezávislost** dvou kvalitativních znaků
 - **H_1 : závislost** dvou kvalitativních znaků
- Posuzování závislosti v kontingenční tabulce
 - *např. souvisí kouření se vzděláním?*
- Test homogenity podmíněných rozdělání
 - *např. je podíl kupujících časopis stejný u základoškoláků, středoškoláků a vysokoškoláků?*

PRINCIP χ^2 TESTU NEZÁVISLOSTI

- Obdobný jako u **chí-kvadrát testu dobré shody**
- Porovnávání **pozorovaných** a **očekávaných** četností
- Testová statistika:
$$X^2 = \sum \frac{(\text{pozorované} - \text{očekávané})^2}{\text{očekávané}}$$
- Pozorované četnosti: n_{ij}
- Očekávané četnosti: $n_{i+} n_{+j} / n$

PŘÍKLAD

VLIV FILMŮ NA DĚTI

- V rámci „*General Social Survey*“ prováděné pravidelně v USA byla v roce 1990 položena 1322 respondentům otázka týkající se jejich názoru na vliv současných filmů na děti. Respondent si mohl vybrat jednu z pěti následujících odpovědí: *velmi pozitivní, pozitivní, neutrální, negativní, velmi negativní*. Kromě názoru respondenta je zaznamenáno i jeho pohlaví (*muž, žena*).
- **Liší se názor dle pohlaví?**
- Výsledky průzkumu lze nalézt v souboru [inffilms.xlsx](#) v proměnné *nazor* a *pohlavi*.
- **Zdroj dat:** <http://sda.berkeley.edu/archive.htm>

PODMÍNĚNÉ ŘÁDKOVÉ RELATIVNÍ ČETNOSTI

Podmíněné rozdělení názoru vzhledem k pohlaví

Názor vzhledem k pohlaví

	Velmi negativní	Negativní	Neutrální	Pozitivní	Velmi pozitivní	CELKEM
Žena	93 12,65 %	251 34,15 %	190 25,85 %	150 20,41 %	51 6,94 %	735 100 %
Muž	49 8,35 %	165 28,11 %	164 27,94 %	167 28,45 %	42 7,16 %	587 100 %

CHÍ-KVADRÁT TEST NEZÁVISLOSTI

Pozorované vs. Očekávané četnosti

	Velmi negativní	Negativní	Neutrální	Pozitivní	Velmi pozitivní	CELKEM
Žena	93 78,949	251 231,290	190 196,820	150 176,240	51 51,706	735
Muž	49 63,051	165 184,710	164 157,180	167 140,760	42 41,294	587
CELKEM	142	416	354	317	93	1322

Testová statistika $X^2 = 18,7713$

Dosažená hladina testu $p = 0,0009$

PŘEDPOKLAD TESTU

- **Dostatečný počet dat**
 - všechny **očekávané četnosti** mají být **větší než 5**
 - ve výše uvedené podmínce se vyskytují očekávané (teoretické) a nikoliv pozorované (empirické) četnosti
 - existují i méně přísná kritéria
- V případě nesplněného předpokladu lze
 - sloučit některé kategorie
 - použít jiný (exaktní) test
 - (zobecněný) **Fisherův faktoriálový test**

McNEMARŮV TEST

- Analýza **párových dichotomických** proměnných
- Porovnávání **populačních proporcí** u dvou **závislých** výběrů
- **Testový problém (párové srovnávání):**
 $H_0: \pi_1 = \pi_2$ vs. $H_1: \pi_1 \neq \pi_2$
 - π_1 – populační proporce pro první výběr
 - π_2 – populační proporce pro první výběr
- Chí-kvadrát test homogenity okrajových četností v čtyřpolní tabulce (2 x 2)

McNEMARŮV TEST

TESTOVÝ PROBLÉM

- Teoretické (relativní) četnosti – pravděpodobnosti

Stav PŘED	Stav PO		Celkem
	Nastal jev	Nenastal jev	
Nastal jev	π_{11}	π_{12}	π_{1+}
Nenastal jev	π_{21}	π_{22}	π_{2+}
Celkem	π_{+1}	π_{+2}	1

- π_{1+} – pravděpodobnost jevu PŘED událostí
 - π_{+1} – pravděpodobnost jevu PO události
- Testový problém (párové srovnávání):
 $H_0: \pi_{1+} = \pi_{+1}$ vs. $H_1: \pi_{1+} \neq \pi_{+1}$
 - H_0 : Pravděpodobnost jevu je před i po události stejná
 - H_1 : Pravděpodobnost jevu je před i po události jiná

McNEMARŮV TEST

- Pozorované (absolutní) četnosti

Stav PŘED	Stav PO		Celkem
	Nastal jev	Nenastal jev	
Nastal jev	n_{11}	n_{12}	n_{1+}
Nenastal jev	n_{21}	n_{22}	n_{2+}
Celkem	n_{+1}	n_{+2}	n

- Testová statistika: $X^2 = \frac{(n_{12} - n_{21})^2}{n_{12} + n_{21}}$
- Předpoklad (dostatečný počet dat): $n_{12} + n_{21} > 10$

McNEMARŮV TEST

PŘÍKLAD

- Skupina 1 600 respondentů odpovídala na otázku, zda si pravidelně kupuje určitý výrobek, či nikoliv. Po provedení reklamní kampaně byla stejným respondentům položena stejná otázka
- **Problém:** Měla reklamní kampaň nějaký efekt?

Před reklamní kampaní	Po reklamní kampani		Celkem
	Kupuji	Nekupuji	
Kupuji	794 (49,6 %)	126 (7,9 %)	920 (57,5 %)
Nekupuji	110 (6,9 %)	570 (35,6 %)	680 (42,5 %)
Celkem	904 (56,5 %)	696 (43,5 %)	1600 (100 %)

McNEMARŮV TEST

PŘÍKLAD

- **Problém:** Měla reklamní kampaň nějaký efekt?

Před reklamní kampaní	Po reklamní kampani		Celkem
	Kupuji	Nekupuji	
Kupuji	794 (49,6 %)	126 (7,9 %)	920 (57,5 %)
Nekupuji	110 (6,9 %)	570 (35,6 %)	680 (42,5 %)
Celkem	904 (56,5 %)	696 (43,5 %)	1600 (100 %)

- **Homogenita marginálních rozdělení**
 - Změnila či nezměnila se relativní četnost kupujících si výrobek před a po kampani?
(párové srovnávání)
- **Odhad této změny:**
 - Před kampaní kupovalo 57,5 % a po kampani 56,5 % respondentů
 - Pokles o 1%, je tento pokles statisticky významný?

McNEMARŮV TEST

- Pozorované (absolutní) četnosti

Před reklamní kampaní	Po reklamní kampani		Celkem
	Kupují	Nekupují	
Kupují	n_{11} (794)	n_{12} (126)	n_{1+} (920)
Nekupují	n_{21} (110)	n_{22} (570)	n_{2+} (680)
Celkem	n_{+1} (904)	n_{+2} (696)	n (1600)

- Testová statistika:
$$X^2 = \frac{(n_{12} - n_{21})^2}{n_{12} + n_{21}} = \frac{(110 - 126)^2}{110 + 126} = 1,0847$$
- Předpoklad (dostatečný počet dat): $n_{12} + n_{21} = 110 + 126 > 10$

McNEMARŮV TEST

VÝSLEDEK TESTU

- Testová statistika $X^2 = 1,0847$
- Dosažená hladina testu $p = 0,2976$
- Na 5% hladině významnosti nejsou pozorované rozdíly statisticky významné.
- Nelze prokázat, že by reklamní kampaň měla nějaký vliv (kladný či záporný) na chování spotřebitelů.
- Pozorované rozdíly je nutno přičíst na vrub výběrové variability.

POSTUP V EXCELU

- **Chí-kvadrát test dobré shody**
 - funkce CHISQ.TEST(aktuální, očekávané)
- **Chí-kvadrát test nezávislosti**
 - funkce CHISQ.TEST(aktuální, očekávané)
- **McNemarův test**
 - funkce CHISQ.DIST.RT(statistika, 1)

TESTOVÁ OTÁZKA 1

Základní myšlenkou **chi-kvadrát testu dobré shody** je, že pro *alternativní hypotézu* svědčí *větší rozdíly mezi pozorovanými a očekávanými četnostmi*. Je to pravda?

Vyberte ano/ne na zadanou otázku.

TESTOVÁ OTÁZKA 2

Závislost dvou alternativních znaků

(např. koupě časopisu na pohlaví) lze ověřit:

Vyberte libovolný počet možných odpovědí.

(Správná nemusí být žádná, ale také mohou být správné všechny.)

- a)** McNemarovým testem;
- b)** Personovým chí-kvadrát testem dobré shody;
- c)** Personovým chí-kvadrát testem nezávislosti;
- d)** Fisherovým (faktoriálovým) testem.

TESTOVÁ OTÁZKA 3

Předpokladem použití *Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti* je

Vyberte libovolný počet možných odpovědí.
(Správná nemusí být žádná, ale také mohou být správné všechny.)

- a)** normální rozdělení jednotlivých kategorií;
- b)** všechny očekávané četnosti vyšší než 5;
- c)** všechny empirické četnosti vyšší než 5;
- d)** Všechny hypotetické četnosti vyšší než 5.

KLÍČOVÁ SLOVA

Nulová hypotéza

Alternativní hypotéza

Statistický test

Hladina významnosti

P-hodnota

Statistická významnost

Jednovýběrový t-test

Nezávislé výběry

Dvouvýběrový t-test

Homoskedasticita

Závislé výběry

Párový t-test

Pozorované četnosti

Očekávané četnosti

Chí-kvadrát test dobré shody

Chí-kvadrát test nezávislosti

Homogenita podmíněných
rozdělení

Homogenita marginálních
rozdělení

McNemarův test

LITERATURA

- MAREŠ, Petr, RABUŠIC, Ladislav a SOUKUP, Petr. Analýza sociálněvědních dat (nejen) v SPSS. 1. vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2015.
Kapitola 8.
- HENDL, Jan. Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat. Páté, rozšířené vydání. Praha: Portál, 2015.
Kapitola 8.2 – 8.3.
- MAREK, Luboš a kol. Statistika v příkladech. Druhé vydání. Praha: Professional Publishing, 2015.
Kapitola 4.