

Грузы на блоке

(Разобрать на лекции)

Задачи

Круглое скатывается с горки

Дано

m, R

"Архимед"

Найти: $v_{1,2,3}?$

Решение:

$$mgh = W_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

а) Шар: $I = \frac{2}{5}mR^2$ б) ц.п.: $I = \frac{mR^2}{2}$

в) Кольцо: $I = mR^2$

$\omega = \frac{v}{R}$

$$\begin{aligned} \text{а) } mgh &= \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{5}mR^2 \cdot \omega^2 \\ &= \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{5}m \frac{v^2}{R^2} \cdot R^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow gh = v^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) = \frac{7}{10} v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7} gh}$$



Задачи

Круглое скатывается с горки

а) шар: $v_1 = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)gh}$ — первый

б) цилиндр (сн. м. сн. р.): $mgh = \frac{m\cancel{v}^2}{2} + \frac{I\cancel{\omega}^2}{2} = \frac{m\cancel{v}^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \frac{\cancel{v}^2}{R^2} = \cancel{m}v^2 \left(\frac{3}{4}\right)$

$v_2 = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)gh}$ — второй.

в) кольцо: $mgh = \frac{m\cancel{v}^2}{2} + \frac{I\cancel{\omega}^2}{2} = \frac{m\cancel{v}^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \frac{\cancel{v}^2}{R^2} = \cancel{m}v^2$

$v_k = \sqrt{gh}$ — последний

$\sqrt{\frac{10}{7} \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{30}{28}}$

Задачи

в) Колесо: $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2} =$

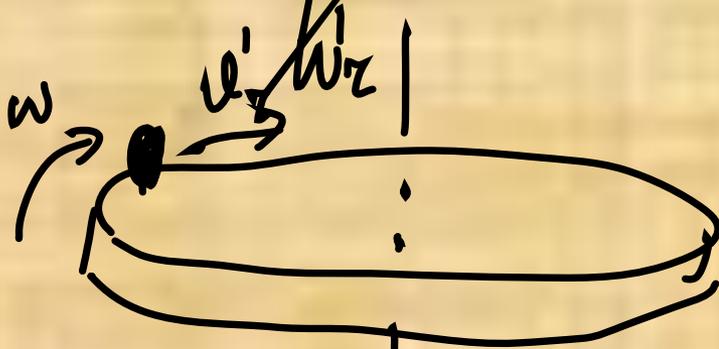
* $(I = mR^2; \omega^2 = \frac{v^2}{R^2})$

~~$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2}}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{v^2}{2} = v^2$~~

$v = \sqrt{gh}$

Задачи

Мат. точка на платформе



$$v_{\text{земля}} = v'_k + v_{\text{платформа}}$$



$$v_{\text{земля}} = \frac{v'_k}{R} - \frac{\omega R}{R}$$

$$v'_k = v_k - \omega R$$

$$v_{\text{тер. от земли}} = v_{\text{тер. диска}} - v_{\text{дискра земли}}$$

Задачи

Мат.точка на платформе



Дано: $\omega_{зем}$, отн. платф $m_{зем}$
 $(I = \frac{m_{тм} R^2}{2})$; $m_{пп}$; $\omega_{платф}$

Решение: ЗСМУ

$$\vec{L} = const$$

$$\frac{d}{dt} (I \omega) = 0$$

$$1) L_0 = 0; \Rightarrow L_1 = I_{зем} \omega_{зем} - I_{пп} \omega_{пп}$$

$$2) \omega_{зем} = \frac{\omega_{платф}}{R} \quad \omega_{зем} = \omega_{платф} - \omega_{пп}$$

$$3) 0 = 0; \quad 0 = I_{зем} \omega_{зем} - I_{пп} \omega_{пп} \Rightarrow I_{зем} \omega_{зем} = I_{пп} \omega_{пп}$$

$$4) m_{тм} R^2 (\omega_{зем} - \omega_{пп}) = \frac{m_{пп} R^2}{2} \omega_{пп}$$

Задачи

Мат.точка на платформе

$$m_2 R^2 (\underbrace{\omega_{\text{сер}}}_{\omega_{\text{пл}}} - \omega_{\text{пл}}) = \frac{m_{\text{пл}} R^2}{2} \omega_{\text{пл}}$$

$$m_2 \omega'_{\text{сер}} = \frac{m_{\text{пл}}}{2} \omega_{\text{пл}} + m_2 \omega_{\text{пл}} = \omega_{\text{пл}} \left(\frac{m_{\text{пл}}}{2} + m_2 \right)$$

$$m_2 \frac{\varphi'_{\text{сер}}}{R} = \omega_{\text{пл}} \left(\frac{m_{\text{пл}}}{2} + m_2 \right) \quad * (\omega = 2\pi n)$$

$$\omega_{\text{пл}} = \frac{m_2}{R} \frac{\varphi'_{\text{сер}}}{\frac{m_{\text{пл}}}{2} + m_2}$$

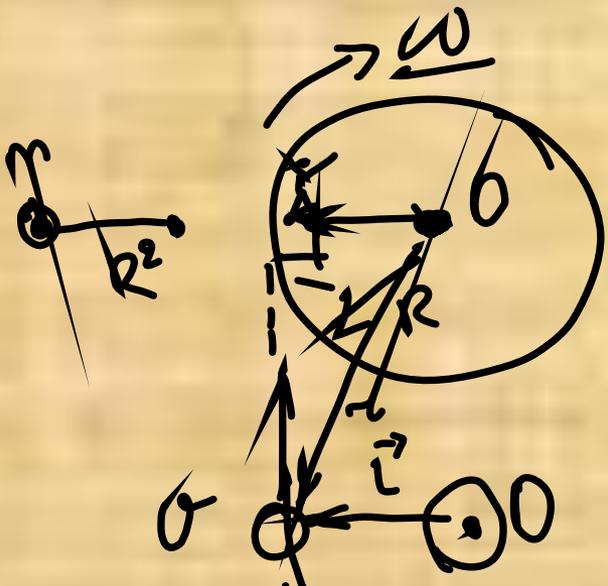
$$n = \frac{m_2}{2\pi R} \frac{\varphi'_{\text{сер}}}{\frac{m_{\text{пл}}}{2} + m_2}$$

Задачи

Ловец мяча на платформе

:

ω - ? ; R ; $m_{\text{мяч}}$; $m_{\text{цел}}$; $m_{\text{п.а.}}$



Решение:

* $(\vec{p} = m\vec{v})$

$L_0 = 0$?!

$\frac{d}{dt} L_0 = [R^z, m_{\text{мяч}} \vec{v}]$

~~$L_0 = R \cdot m \cdot v$~~

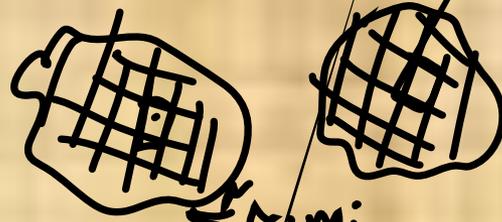
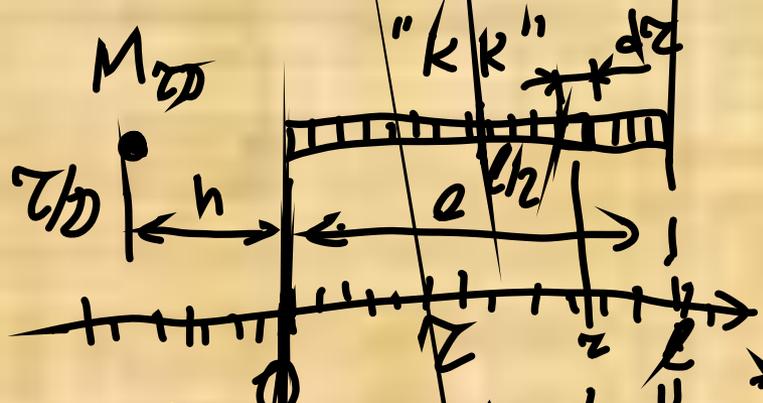
// осми

$L_1 = I_z \cdot \omega = (I_{\text{цел}} + I_{\text{мяч}} + I_{\text{п.а.}}) \omega$

$R \cdot m_{\text{мяч}} \cdot v = (m_{\text{цел}} R^2 + m_{\text{мяч}} R^2 + \frac{m_{\text{п.а.}} R^2}{2}) \omega$

Задачи

Длинная ракета у "Черной дыры"



$$\left[r_{CM} = \frac{\sum r_i m_i}{\sum m_i} = M_{KK} \right]$$

$$r_{CM} = e/2$$

1) "Закон КК и ЧД"

$$dm = \frac{M}{e} dz$$

$$dF = G \frac{M_{HD} \cdot dm}{(r+h)^2}$$

$$F = \int_0^e G \frac{M_{HD} \cdot \left(\frac{M}{e}\right) dz}{(r+h)^2}$$

$$F = \left(G M_{HD} \frac{M_{KK}}{e} \right) \frac{dz}{(r+h)^2}$$

Задачи

$$\int \dots = \int_{z=0}^{z=l} \frac{dz}{(h+z)^2} = \left[\begin{array}{l} x = h+z \quad h = x-z \\ dx = d(h+z) = dz \\ \tau_1 = 0, \tau_2 = l \\ x_1 = h+\tau_1; x_2 = h+\tau_2 \end{array} \right] =$$

$$= \int_{h+\tau_1}^{h+\tau_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x} \Big|_{h+\tau_1}^{h+\tau_2} = \frac{1}{x} \Big|_{h+\tau_2}^{h+\tau_1} =$$

$$\frac{F}{2} = G M_{40} \frac{M_{KK}}{e} \left(\frac{1}{h+\tau_1} - \frac{1}{h+\tau_2} \right) = G M_{40} \frac{M_{KK}}{e} \left(\frac{1}{h\tau_0} - \frac{1}{h\tau_e} \right)$$

$$= G M_{40} \frac{M_{KK}}{e} \left(\frac{1}{h(h+\tau_e)} \right) = G \frac{M_{40} M_{KK}}{h(h+\tau_e)} \quad \tau_{\text{пр}} = \sqrt{h(h+\tau_e)}$$

Задачи

$$F_{\Sigma} = G M_{\text{чд}} \frac{M_{\text{кп}}}{e} \left(\frac{1}{h+r_1} - \frac{1}{h+r_2} \right) = G M_{\text{чд}} \frac{M_{\text{кп}}}{e} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h+e} \right) =$$

$$= G M_{\text{чд}} \frac{M_{\text{кп}}}{e} \left(\frac{h+e-h}{h(h+e)} \right) = G M_{\text{чд}} \frac{M_{\text{кп}}}{h(h+e)}$$

$$F = G \frac{M_{\text{чд}} M_{\text{кп}}}{h(h+e)}$$

$$= r_{\text{гТ}}^2$$

$$\begin{cases} r_{\text{гТ}} = \sqrt{h(h+e)} \\ r_{\text{гМ}} = h + \frac{e}{2} \end{cases}$$

Задача: 2я космическая скорость



$$A_{R_3 \rightarrow \infty} = \int_{R_3}^{\infty} F_{ТЯГ} \cdot dh$$

$mg(h) \cdot h$

$$\varphi = \frac{W_{пот}}{m}$$

$$A = W_{п.з} + W_{п.б} + W_{п.г}$$

$$= \frac{m v_{II}^2}{2} + 0 + mg(h_1) \cdot h_1$$

$$g = g_0 \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}$$

$$v_{II} = \sqrt{2 g_0 R_3}$$

$g_0 = 9,81 \frac{m}{c^2}$
 ! (у Земли)

