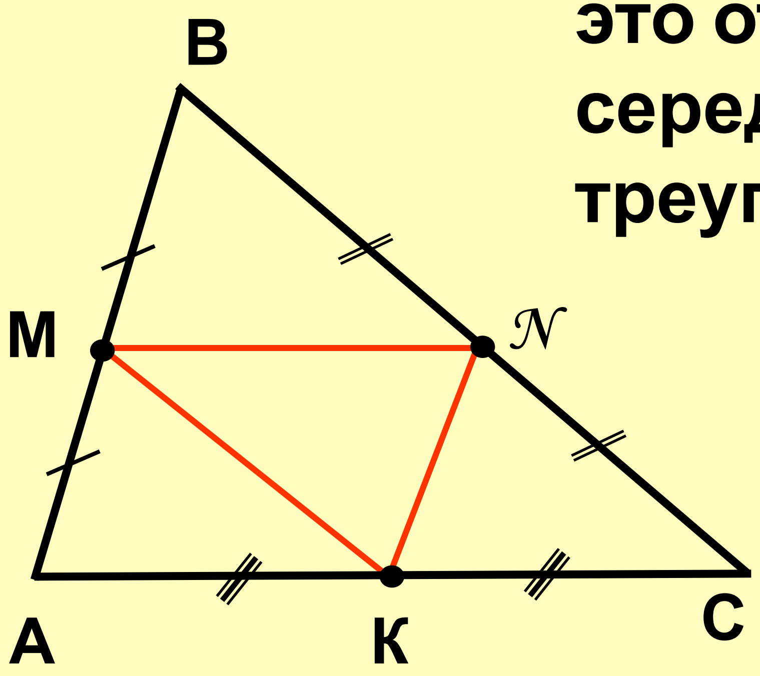
Геометрия 8 класс

Средняя линия треугольника

Автор: Бобель Юлия Анатольевна
учитель математики
ГОУ СОШ №*313*
Фрунзенский район
г. Санкт-Петербург

Оглавление

Средняя линия треугольника



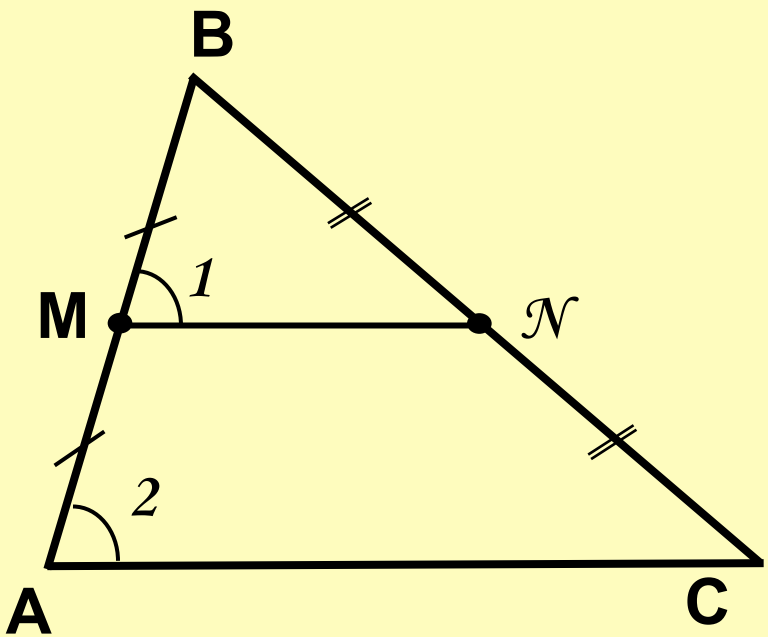
Средняя линия треугольника это отрезок соединяющий середины двух сторон треугольника.

В треугольнике можно провести три средних линии.

Определение

Средняя линия треугольника

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.



Дано:

ΔABC

MN – *средняя линия*

Доказать:

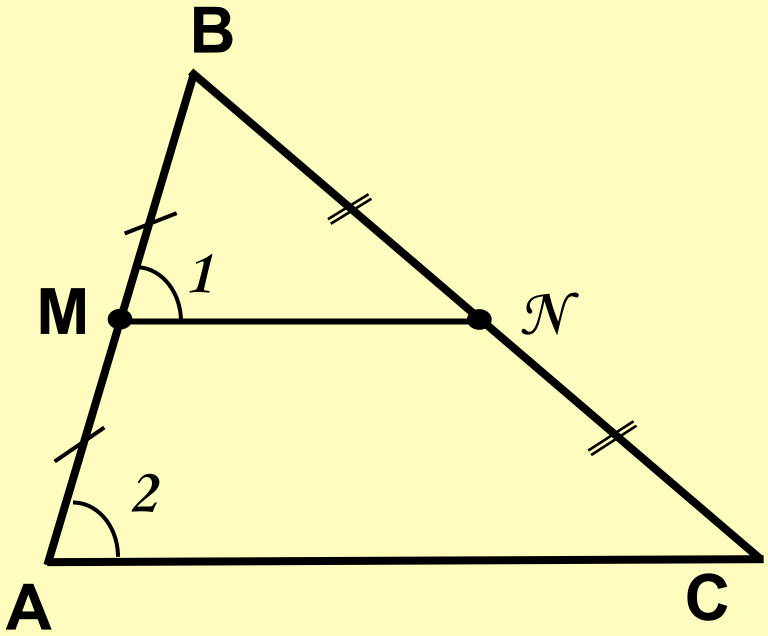
$MN \parallel AC$

$MN = \dfrac{1}{2} AC$

Теорема

Доказательств

Средняя линия треугольника



Доказательство:

1) $\Delta BMA \sim \Delta BAC$ по **втором признаку подобия треугольников**

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2}, \quad \angle B - общий.$$

2) $\angle 1 = \angle 2$ **по определению подобных треугольников**

$\angle 1$ и $\angle 2$ соответственные при MN, AC и секущей AB.

$MN \parallel AC$ по признаку параллельных прямых.

3) **из подобия треугольников**

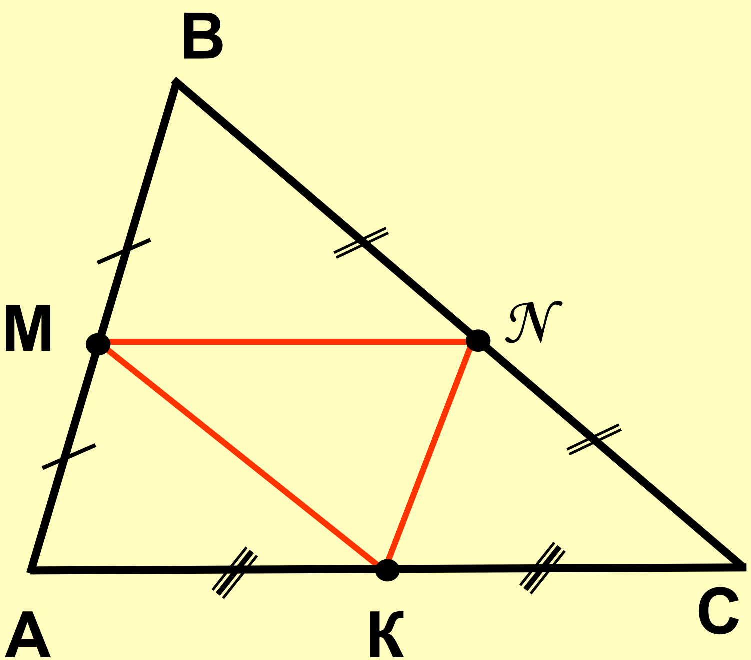
$$\frac{MN}{AC} = \frac{1}{2}, \text{ следовательно } MN = \frac{1}{2} AC.$$

Теорема доказана.

Теорема

Средняя линия треугольника

Устно
№ *564*



Дано:

$AB = 5см,\ BC = 7см,\quad AC = 8см$

M, N, K - середины сторон Δ ABC

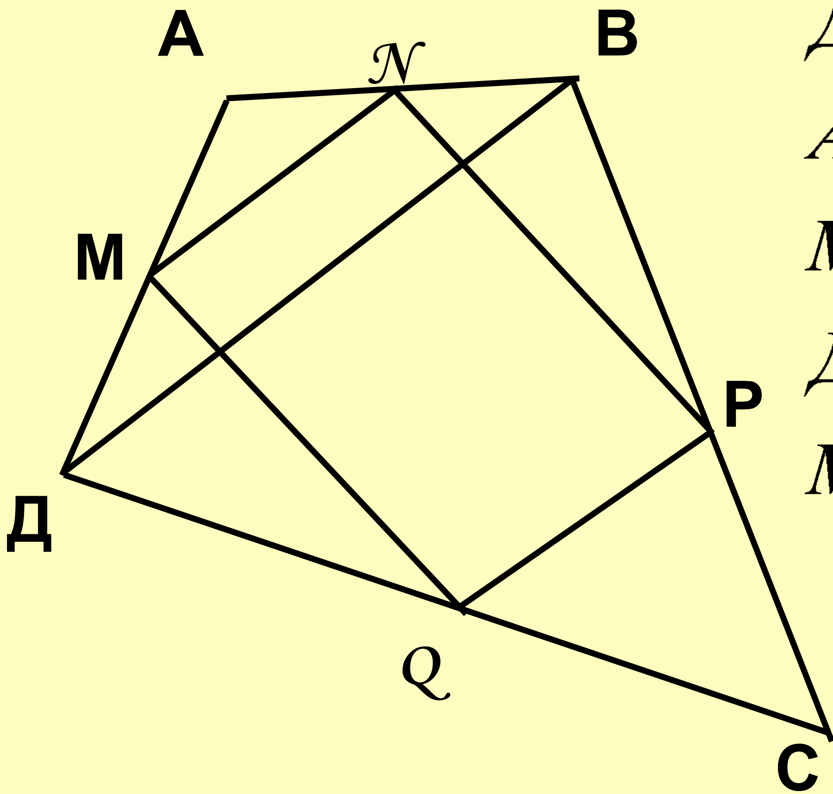
Найти:

P_{MNK}

Задача

Средняя линия треугольника

№567



Дано:

АВСД – четырехугольник

M, N, P, Q – середины сторон

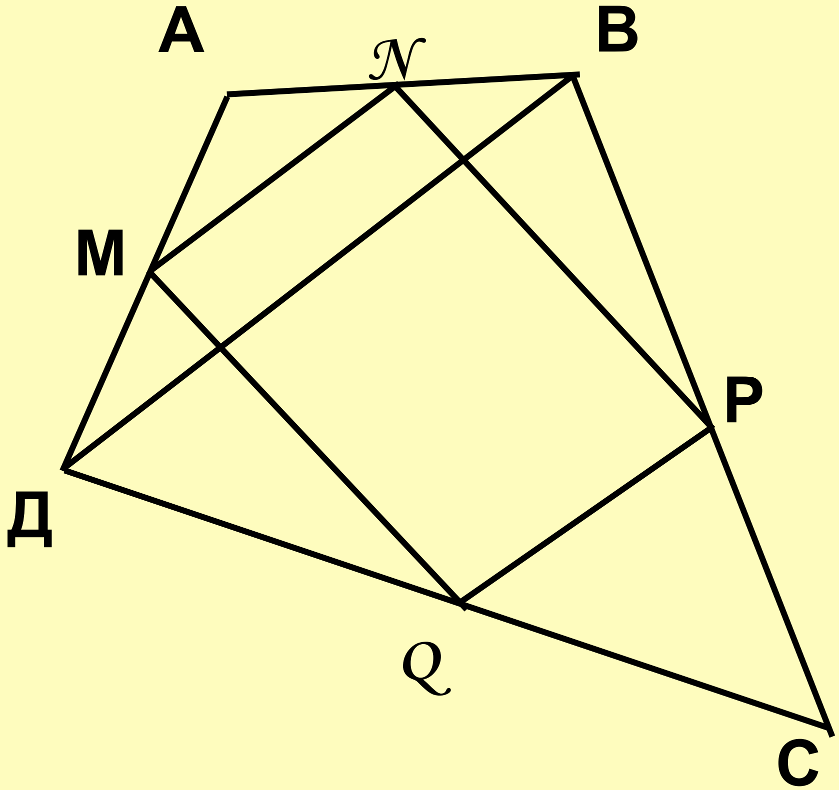
Доказать:

MNPQ – параллелограмм.

Задача

Средняя линия треугольника

№567



Доказательство:

1) MN – *средняя линия и* ΔAAB

$MN \parallel ДВ$ *ии* $M = \frac{1}{2} ДВ.$

2) PQ – *средняя линия* Δ*иин*

$PQ \parallel ДВ$ *и* $PQ = \frac{1}{2} ДВ$

3) $MN \parallel ДВ$ *и* $PQ \parallel ДВ$, *поэтому* $MN \parallel PQ$

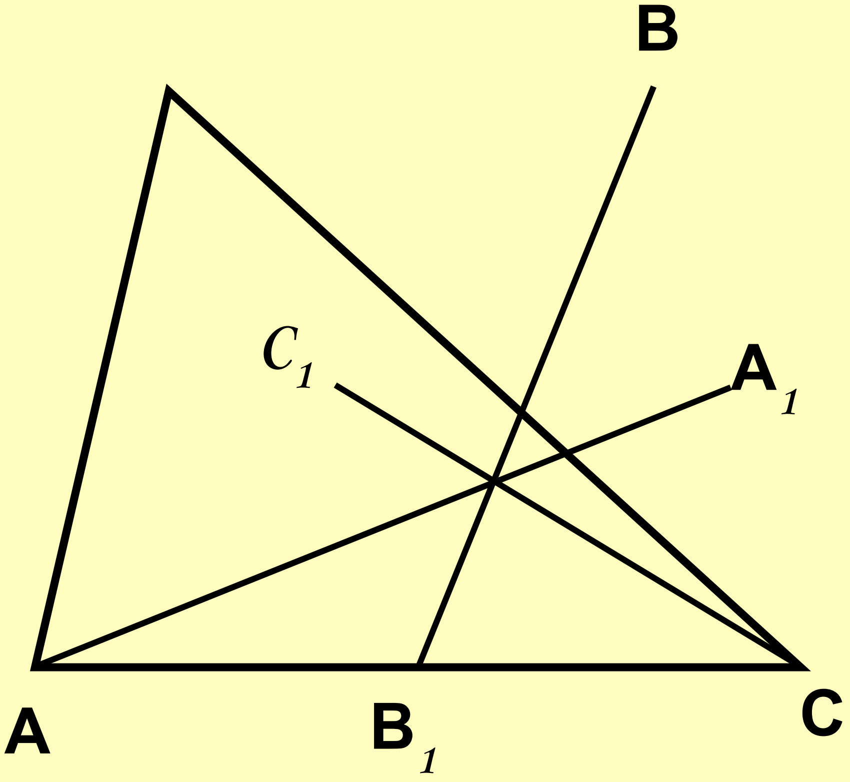
4) *Получили* $MN \parallel PQ$ *и* $MN = PQ = \frac{1}{2} ДВ$

следовательно MNPQ-параллелограмм по признаку.

Задача

Свойство медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке , которая делит каждую медиану в отношении *2:1,* **считая от вершины.**



Дано :

ΔABC,

AA_1, BB_1, CC_1 – *медианы*

O – *точка* пересечени я медиан

Доказать :

$AO : OA_1 = 2 : 1$

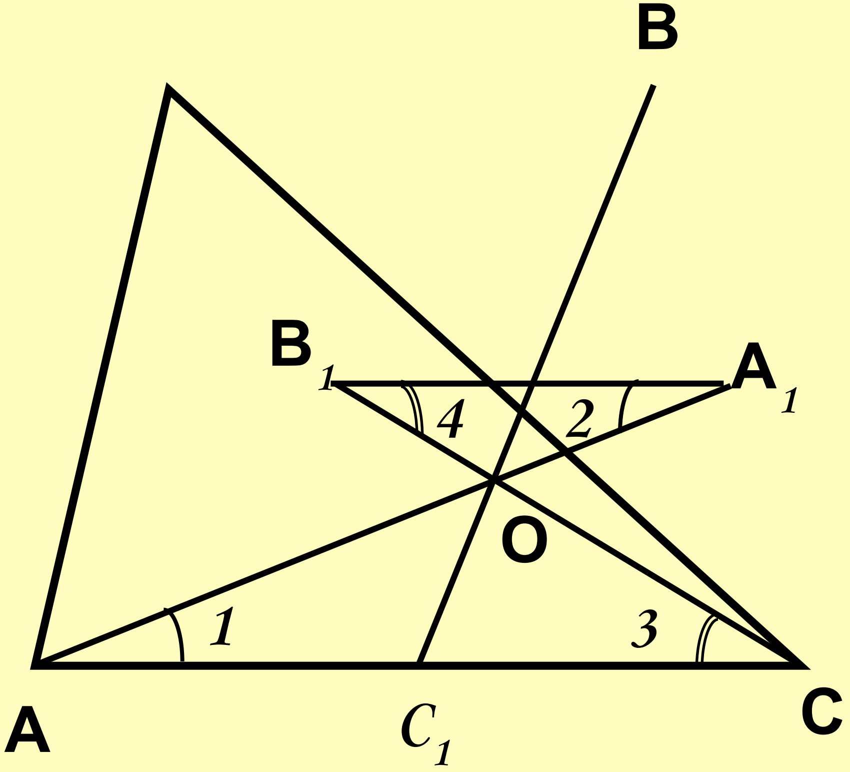
$BO : OB_1 = 2 : 1$

$CO : OC_1 = 2 : 1$

Задача

Свойство медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке *,* которая делит каждую медиану в отношении *2:1,* считая от вершины.



Решение:

$A_1B_1 \parallel AB$*, п поэтом*

$\angle 1 = \angle 2$ *и* $\angle 3 = \angle 4$

$\Delta\, AOB \sim \Delta A_1OB_1$ *по двум углам*

$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{AB}{A_1B_1}$ *(по оопределеию подобных треугольников)*

Но $AB = 2A_1B_1$, *ппоэтом*

$AO = 2A_1O,\ BO = 2B_1O$

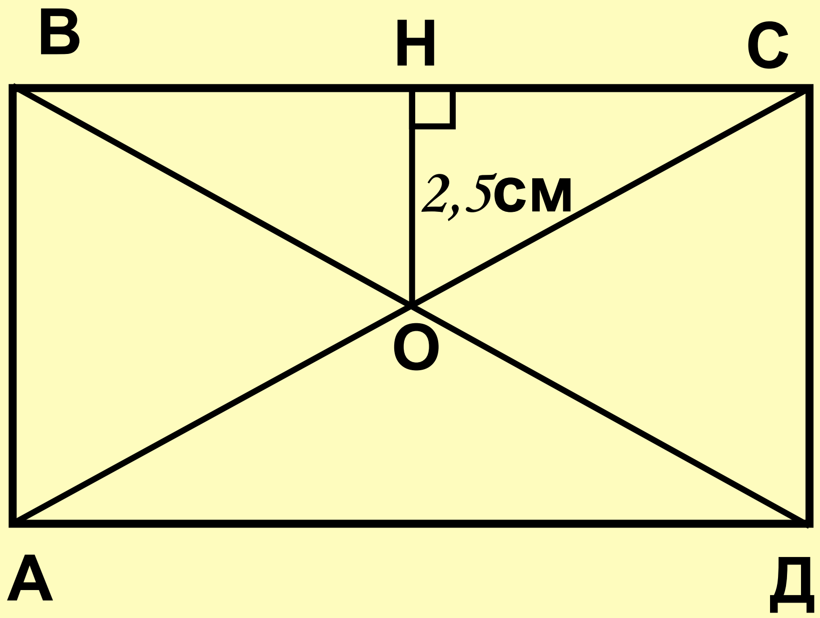
Таким образом точка O делит медианы AA_1 *и* BB_1 *в оотнощени* 2:1.

Задача

Д/З с.*154* вопросы *8,9;* №*565,* №*566,* №*571*

Применение подобия к решению задач

№565

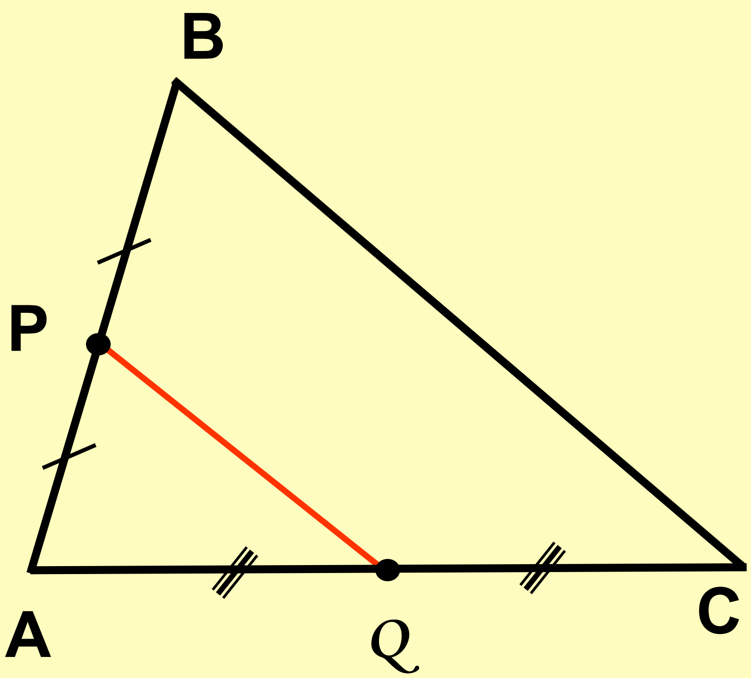


Найти: AB

Задача

Применение подобия к решению задач

№566



$Дано:$

ΔABC

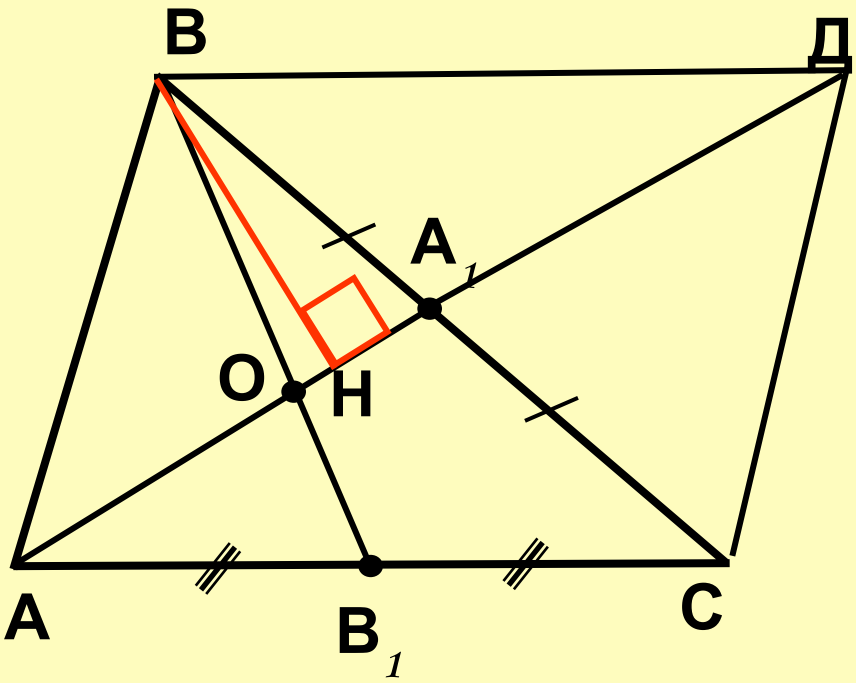
$AP = PB, \boldsymbol{AQ = QC}$

$\boldsymbol{P_{APQ}} = 21 см$

$Найти: P_{ABC}$

Применение подобия к решению задач

№571



$Дано:$

ΔABC

$AA_1, \mathbf{BB_1} - медианы$

$AA_1 \cap BB_1 = O$

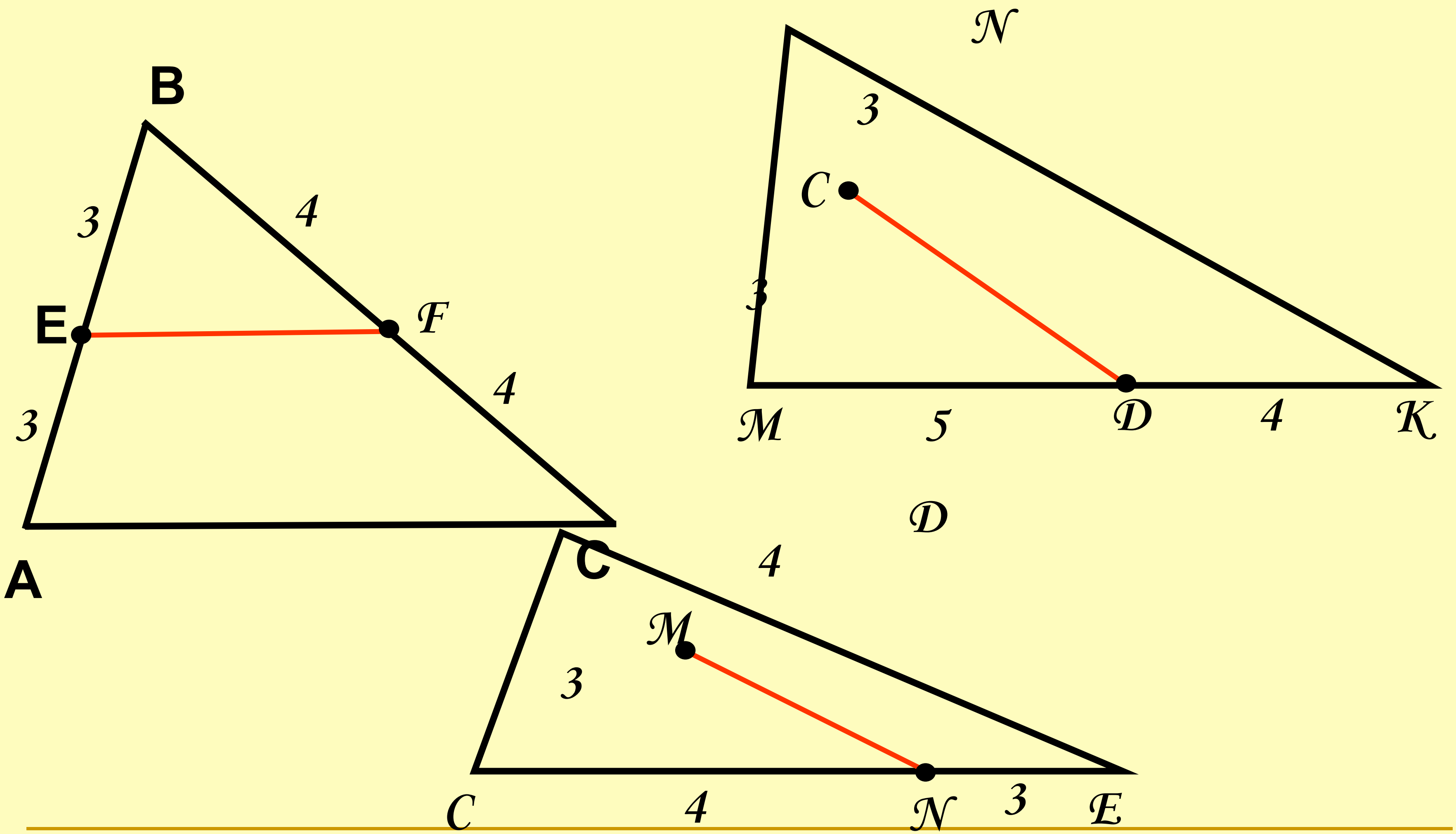
$S_{ABB} = S$

$Найти: S_{ABC}$

Задача

Применение подобия к решению задач

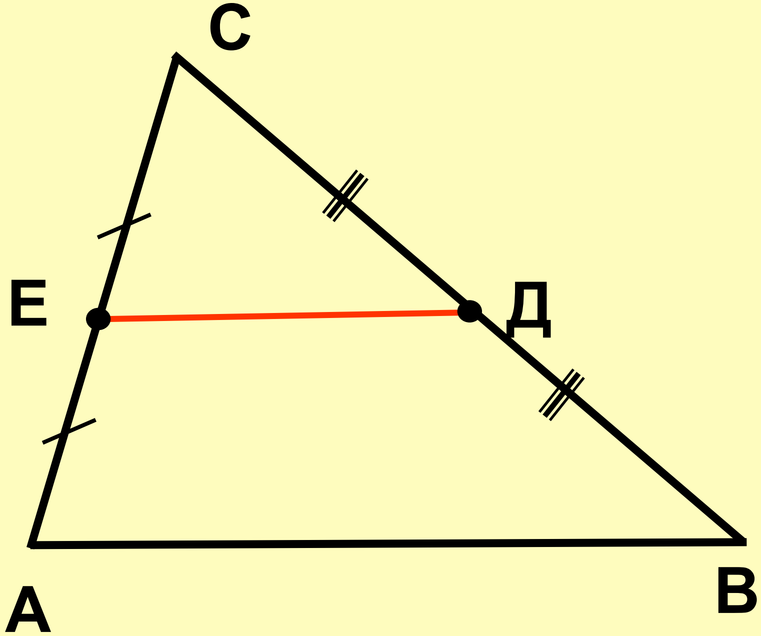
Устно Назовите средние линии



Задача

Применение подобия к решению задач

2) Сколько средних линий можно провести в треугольнике? Чему равен периметр полученного с помощью средних линий треугольника?

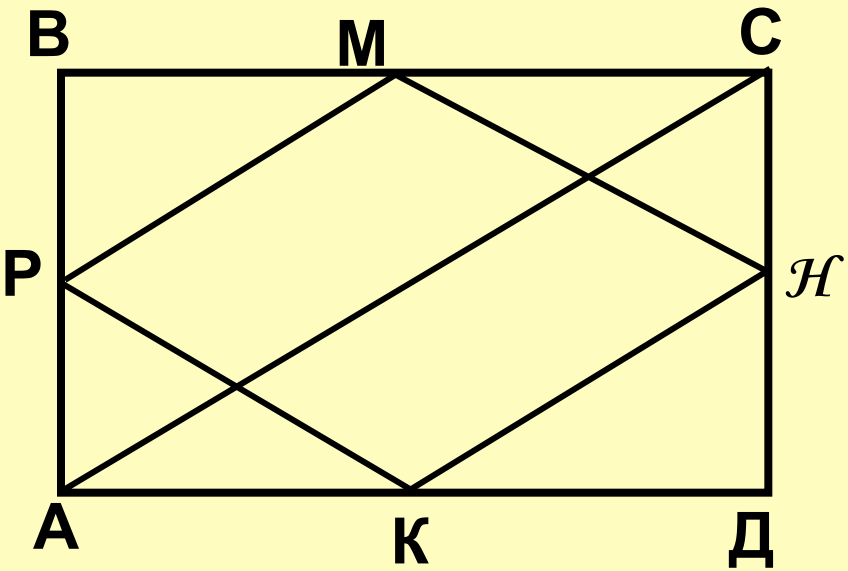


3) а) ДЕ $=4$ см, АВ - ?

б) ДС $=3$ см,
ДЕ $=5$ см,
СЕ $=6$ см АВ - ?,
ВС - ?, АС - ?

Применение подобия к решению задач

№568 (а)



Решение :

1) $PM \parallel AC$ и $PM = \frac{1}{2} AC$

2) $KH \parallel AC$ и $KH = \frac{1}{2} AC$

3) $PM \parallel KH$ и $PM = KH$, поэтому

РМНК - параллелограмм.

4)$\Delta PBM = \Delta HCM = \Delta HДK = \Delta PAK$

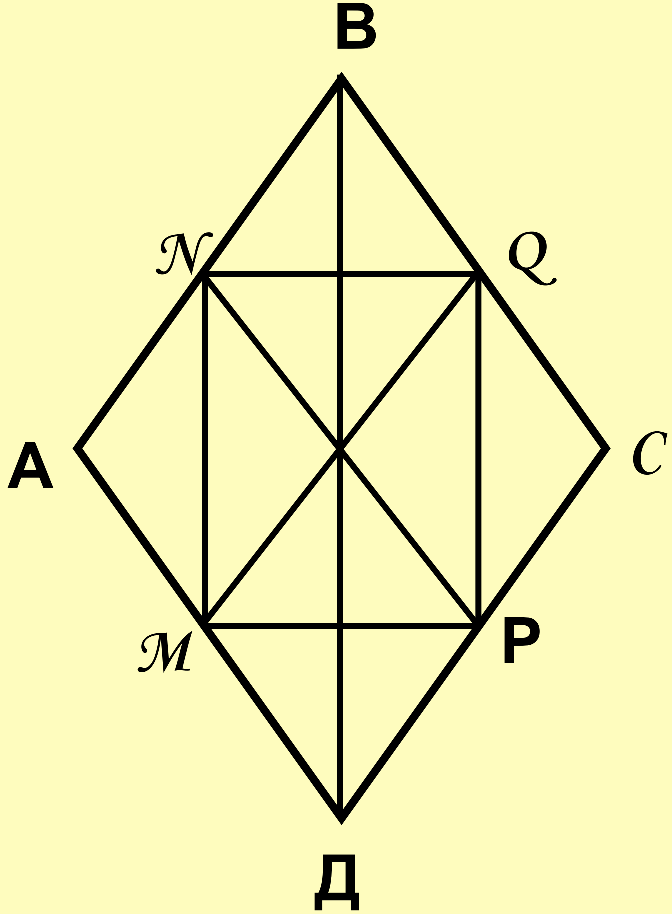
.пп двум катетам.

5) РМНК - ромб.

Задача

Применение подобия к решению задач

№617



План решения:

1) ***Доказать MNQP - параллелограмм.***

2) ***Доказать MQCD - параллелограмм.***

3) ***Доказать NBCP - параллелограмм.***

4) из1),2),3) - имеем

MQ = DC = BC = NP

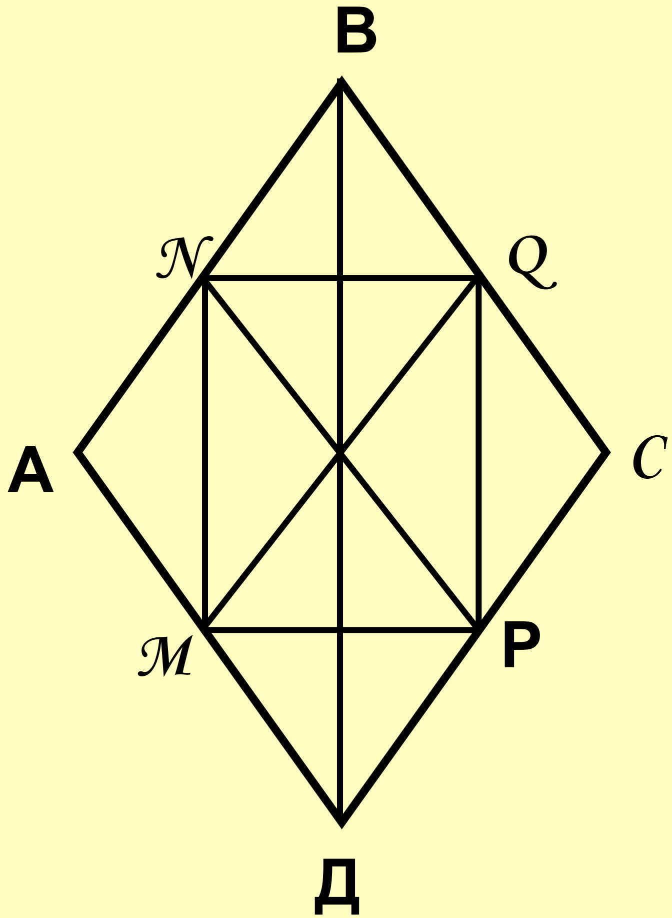
5) Параллелограмм MNQP - прямоугольник.

Задача

Подсказка

Применение подобия к решению задач

№*617*



Из доказанного

М*Q=NP*

Если диагонали параллелограмма *MNQP* **равны, то этот параллелограмм прямоугольник**

*(***по признаку прямоугольника***).*

Задача

Применение подобия к решению задач

I вариант

Площадь ромба *48* см^2. Найти площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного ромба.

II вариант

Площадь прямоугольника равна *36* см^2. Найти площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного прямоугольника.

Самостоятельная работа

Д/З №568(б), №618

Литература

- Л.С. Атанасян «Геометрия 7-9» М., Просвещение, 2002.
- Т.Л. Афанасьева, Л.А. Тапилина Геометрия. 8 класс: Поурочные планы по учебнику Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7-9»