

ДИНАМИКА

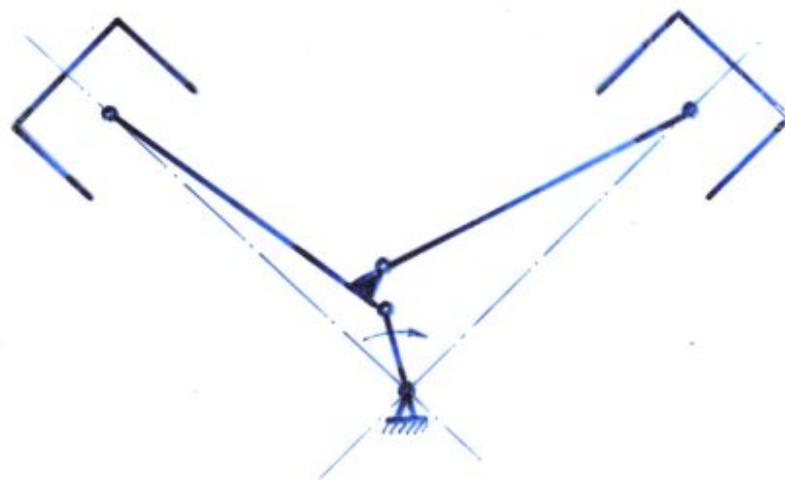
Типы кривошипно-шатунных механизмов



центральный



дезаксиальный



с прицепным шатуном

Характеристика кривошипно-шатунного механизма

$$\lambda_R = \frac{r}{l_w}$$

где r - радиус кривошипа,

l_w - длина шатуна.

Типичные значения

$$\lambda_R = \frac{1}{4} \div \frac{1}{5}$$

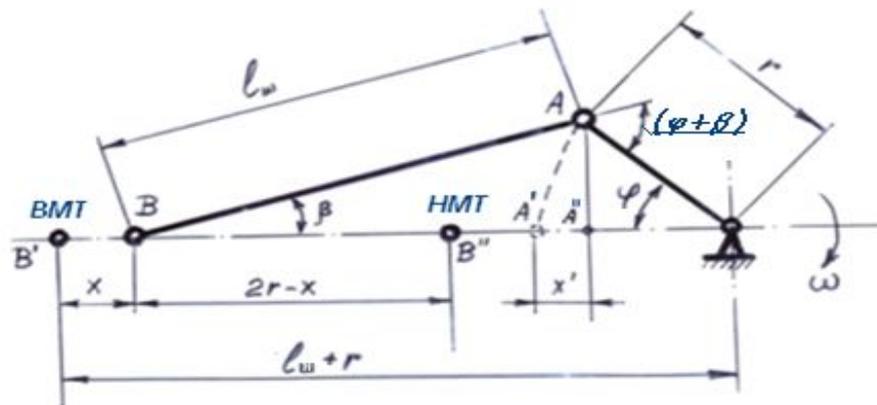
При увеличении значения λ_R

- 1) Возрастает max значение угла φ и возможно касание шатуна о цилиндр (направляющую крейцкопфа).
- 2) Повышается боковое давление поршня на стенку цилиндра. т.е. увеличиваются потери на трение и износ.
- 3) Увеличиваются силы инерции 2-го порядка.
- 4) Уменьшается масса шатуна и всего КШМ.

Расчеты производят для идеального КШМ (нет зазоров, массы сосредоточены в точках, вращение кривошипа - равномерное)

$$\varphi = \omega \cdot t$$

Перемещение поршня



$$x = r + l_w - (r \cdot \cos \varphi + l_w \cdot \cos \beta)$$

$$x = f(\varphi, \beta) = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + \frac{1}{\lambda_R} (1 - \cos \beta) \right]$$

Из Δ -ков OAA'' и $AA''B \rightarrow AA'' = r \cdot \sin \varphi = l_w \sin \beta$, т.е.

$$\sin \beta = \lambda_R \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = (1 - \lambda_R^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}$$

$$x = r \cdot \left\{ (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{\lambda_R} \left[1 - (1 - \lambda_R^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$

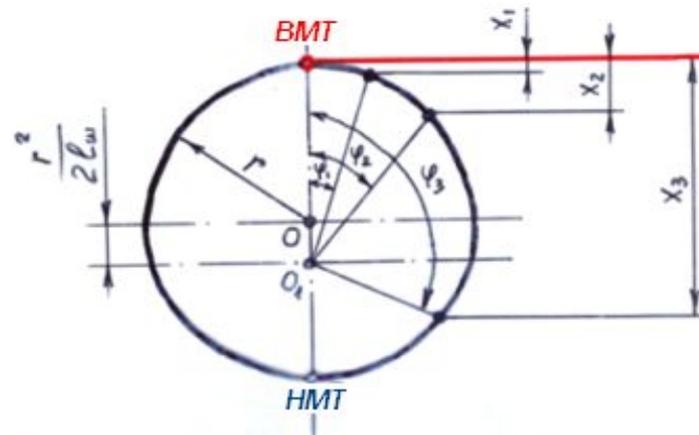
Разложение в ряд (по Биному Ньютона)

$$\cos \beta = 1 - \frac{1}{2} \lambda_R^2 \cdot \sin^2 \varphi - \frac{1}{2 \cdot 4} \lambda_R^4 \cdot \sin^4 \varphi - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \lambda_R^6 \cdot \sin^6 \varphi + \dots$$

$$x = f(\varphi) = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda_R}{4} (1 - \cos 2\varphi) \right]$$

$$x = r \underbrace{(1 - \cos \varphi)}_{x'} + r \underbrace{\frac{\lambda_R}{4} (1 - \cos 2\varphi)}_{\Delta x}$$

Графический способ определения перемещения поршня



Поправка Брикса

$$\frac{r \cdot \lambda_R}{2} = \frac{r^2}{2 \cdot l_w}$$

x_1 - перемещение поршня за поворот вала φ_1 ,
 x_2 - " " " " " " φ_2 ,
 x_3 - " " " " " " φ_3 .

Кинематика шатунной шейки вала

Окружная скорость т. А

$$v = \omega \cdot r$$

Центростремительное ускорение т. А

$$a = \omega^2 \cdot r$$

Скорость поршня

$$C = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt},$$

где $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$.

$$C = r \cdot \omega \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta} \quad C = f(\varphi, \beta).$$

и

$$C = r \cdot \omega \left(\sin \varphi + \frac{\lambda_R}{2} \sin 2\varphi \right) \quad C = f(\varphi).$$

Дважды за один оборот $|C|$ имеет "max" значение

$$C_{\max} = r \cdot \omega \cdot \sqrt{1 + \lambda_R^2}$$

при $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\lambda_R}$.

$$C = \underbrace{r \cdot \omega \cdot \sin \varphi}_I + \underbrace{r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda_R}{2} \cdot \sin 2\varphi}_{II}$$

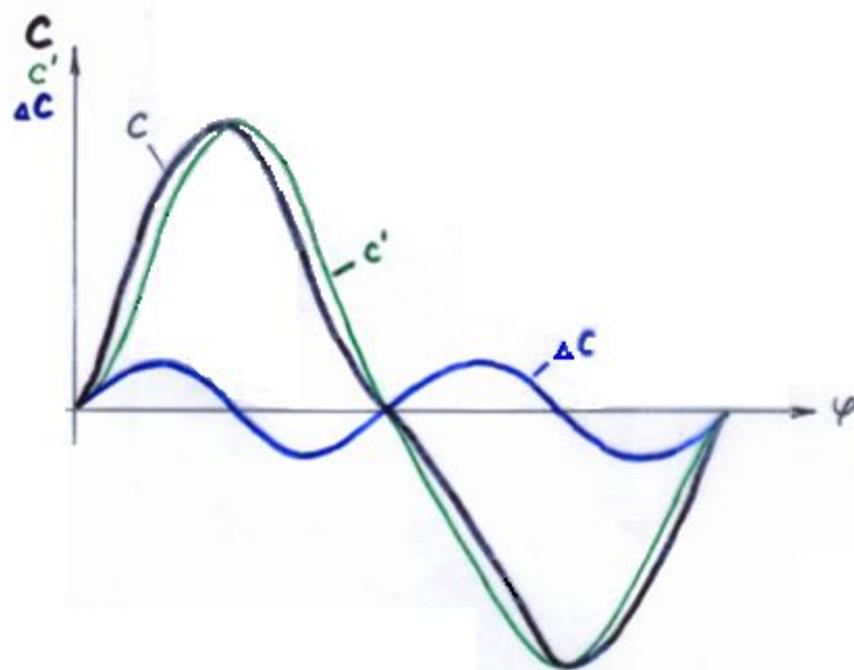
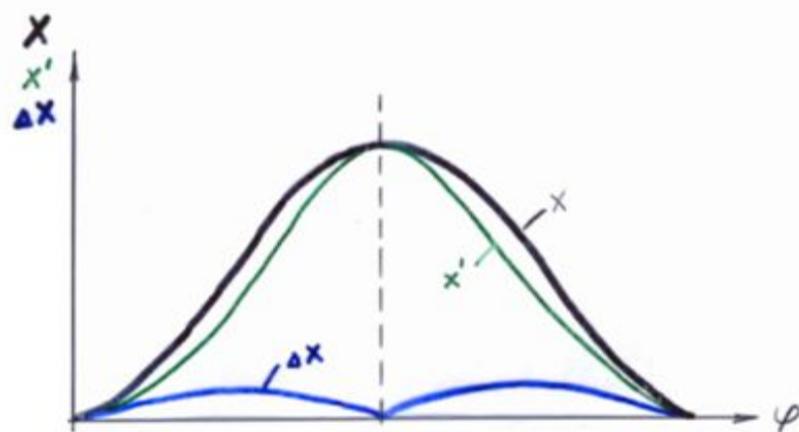
Скорость поршня C дважды за один оборот коленвала будет иметь "max" значение

$$C_{\max} = r \cdot \omega \cdot \sqrt{1 + \lambda_R^2}$$

при φ^* , когда соблюдается условие $\operatorname{tg} \varphi^* = \frac{1}{\lambda_R}$

При φ^* кривошип перпендикулярен оси шатуна

Диаграммы перемещения X
и скорости C поршня



Ускорение поршня

$$j = \frac{dC}{dt} = \frac{dC}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{dC}{d\varphi}$$

$$j = r \cdot \omega^2 \left[\frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta} + \lambda_R \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \beta} \right]$$

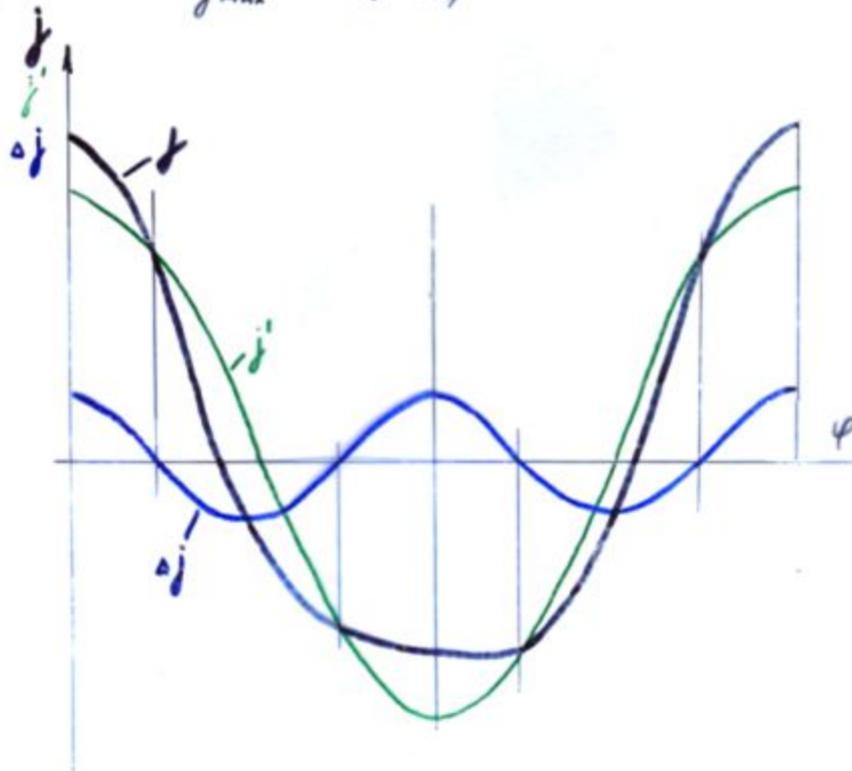
$$j = f(\varphi, \beta)$$

$$j = r \cdot \omega^2 (\cos \varphi + \lambda_R \cdot \cos 2\varphi)$$

$$j = f(\varphi)$$

Наибольшее значение j при $\varphi = 0^\circ$

$$j_{\max} = r \cdot \omega^2 (1 + \lambda_R)$$



Влияние конечной длины шатуна

на кинематику П.К.

Перемещение, скорость и ускорение поршня м.б. представлены в виде:

$$x = r(1 - \cos \varphi) + r \cdot \frac{\lambda_R}{4}(1 - \cos 2\varphi),$$

$$c = r \cdot \omega \cdot \sin \varphi + r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda_R}{2} \sin 2\varphi,$$

$$j = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi + r \cdot \omega^2 \cdot \lambda_R \cos 2\varphi.$$

Все уравнения имеют вид

$$x; c; j = f_1(\varphi) + f_2(\varphi),$$

где $f_1(\varphi)$ - значение величины без учета конечной длины шатуна (шатун бесконечен),

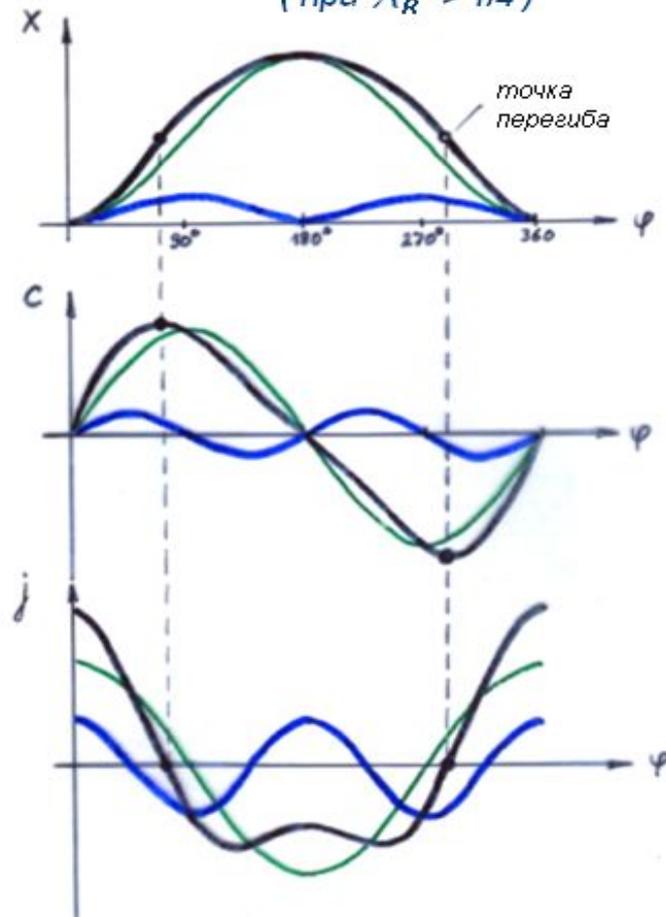
$f_2(\varphi)$ - поправка, вносимая конечной длиной шатуна.

Т.е. $f_1(\varphi)$ - составляющая 1-го порядка,

$f_2(\varphi)$ - составляющая 2-го порядка.

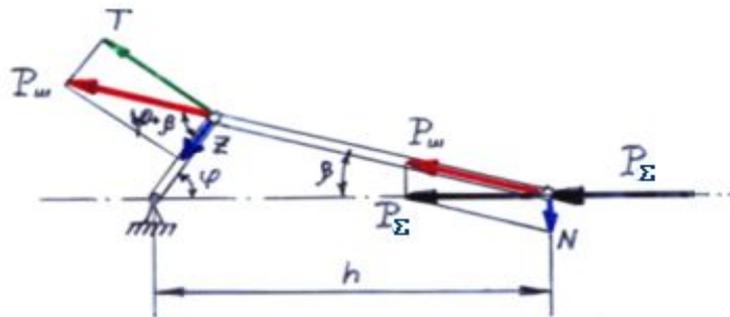
Чем короче шатун, чем больше значение λ_R , тем больше влияние конечной длины шатуна на кинематику механизма, на кинематические характеристики движения точки В, т.е. поршня.

Перемещение X , скорость C и ускорение J
в зависимости от угла поворота коленвала
(при $\lambda_R > 1/4$)



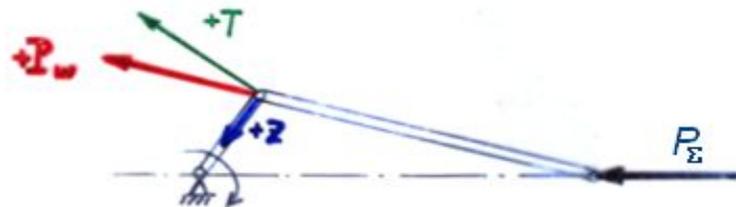
- результирующие X, C, J .
- $f_1(\varphi)$ при бесконечном шатуне
- $f_2(\varphi) \rightarrow$ поправка на конечную длину шатуна

Силы, действующие в К.Ш.М.



$$P_{\Sigma} = P_r + R_{\text{тр.пос}} + \mathcal{J}_{\text{пос}}$$

Правило знаков



Сила давления газа на поршень

$$P_r = \sum p_i' \cdot F_i' - \sum p_j'' \cdot F_j''$$

$$p_i' = f_i(\varphi)$$

$$p_j'' = f_j(\varphi)$$

} из индикаторной диаграммы

Сила трения в поступательно движущихся парах.

$$R_{тр.пос.д} = f(\varphi) = f(x)$$

Используют условную величину $\bar{R}_{тр.пос} = Const$, эквивалентную действительной $R_{тр.пос.д}$ с точки зрения $N_{тр}$

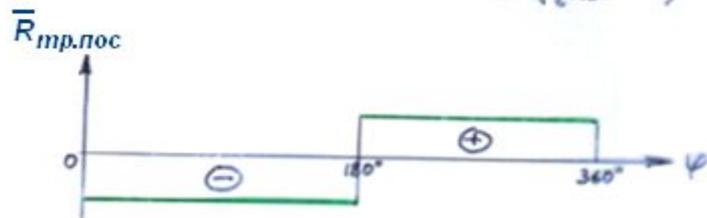
$$N_{тр} = N_{инг} \left(\frac{1}{\eta_{мех}} - 1 \right)$$

Из накопленного опыта

$$N_{тр.пос} \approx (0,6 \div 0,7) \cdot N_{тр}$$

Отсюда

$$N_{тр.пос} \approx (0,6 \div 0,7) \cdot N_{инг} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{мех}} - 1 \right).$$



$$\bar{R}_{тр.пос} = (0,6 \div 0,7) \frac{N_{инг} \left(\frac{1}{\eta_{мех}} - 1 \right)}{2 \cdot S_n \cdot n_o}$$

Подсчитывается !!
для каждого ряда !!

т.к. путь, пройденный поршнем в единицу времени $2 \cdot S_n \cdot n_o$

$\eta_{мех}$ зависит от n_o , нагрузки и конструкции П.К.

$$\eta_{мех} = 0,8 \dots 0,95$$

Крутящий момент трения во вращательно движущихся парах

Мощность трения во вращательно движущихся парах составляет 30...40% всей мощности трения.

Усредненное значение крутящего момента трения

$$M_{кр тр} = (0,4 \div 0,3) \cdot \frac{N_{шнг} \left(\frac{1}{2_{лек}} - 1 \right)}{2 \cdot \pi \cdot n_0}$$



Приведение масс деталей К.Ш.М.

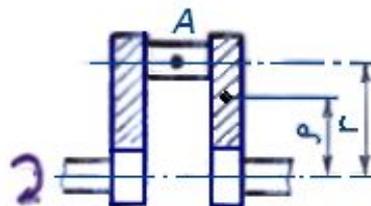
Три группы масс К.Ш.М. и П.К. :

- 1) массы, движущиеся поступательно (поршень, шток, крейцкопф и верхняя головка шатуна),
- 2) массы, совершающие вращательное движение (коленвал, нижняя головка шатуна),
- 3) массы, совершающие сложное движение (стержень шатуна)

Принимается расчетная схема, состоящая из двух масс:

- 1) m_A сосредоточена на оси кривошипной шейки вала (на радиусе r), совершает вращательное движение вокруг оси вала (точка A);
- 2) m_B сосредоточена в т. B, совершает возвратно-поступательное движение.

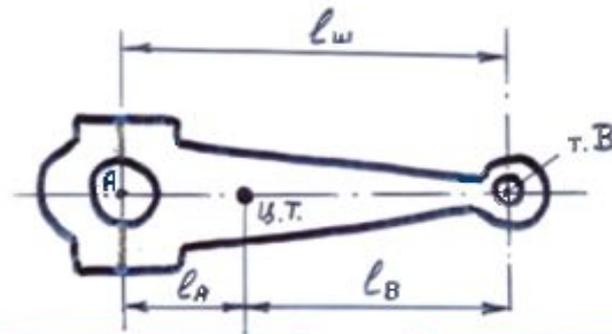
Массы коленчатого вала



$$m_k = m_{ш.ш.} + 2 \cdot m_{ш.ц} \cdot \frac{a}{r}$$

m_k сосредоточена в т. A

Масса шатуна заменяется двумя массами
(в т. А и в т. В)



$$m_A = \frac{l_B}{l_{ш}} \cdot m_{ш}$$

$$m_B = \frac{l_A}{l_{ш}} \cdot m_{ш}$$

Для большинства П.К.

$$m_A = (0,65 \dots 0,75) m_{ш}$$

$$m_B = (0,25 \dots 0,35) m_{ш}$$

Обычно принимают

$$m_A = \frac{2}{3} m_{ш}$$
$$m_B = \frac{1}{3} m_{ш}$$

Приведенные массы К.Ш.М. и П.К.

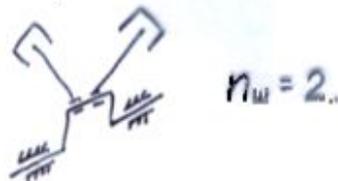
$$m_{\text{пол}} = m_{\text{пор}} + m_{\text{шт}} + m_{\text{кр}} + \frac{1}{3} m_{\text{ш}}$$

$$m_{\text{кр}} = m_{\text{ш.ш}} + 2 \cdot m_{\text{ш}} \cdot \frac{\rho}{r} + \frac{2}{3} m_{\text{ш}}$$

Если к одной шейке коленвала присоединить $n_{\text{ш}}$ шатунов, то

$$m_{\text{кр}} = m_{\text{ш.ш}} + 2 \cdot m_{\text{ш}} \cdot \frac{\rho}{r} + n_{\text{ш}} \cdot \frac{2}{3} \cdot m_{\text{ш}}$$

Пример:

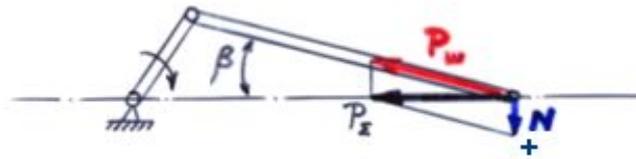


Силы инерции поступательно-движущихся масс

$$J_{\text{пол}} = -m_{\text{пол}} \cdot j$$

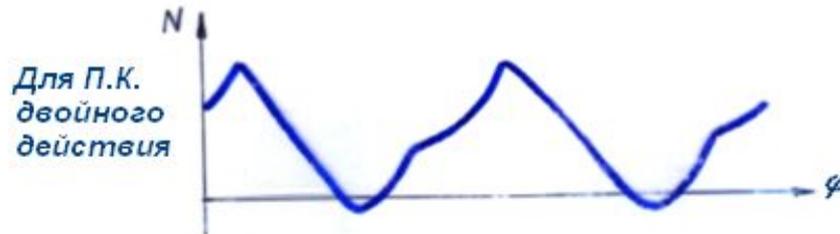
Здесь $j = f(\varphi)$.

Нормальная сила N



$$N = P_{\Sigma} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$N = f(P_{\Sigma}, \underline{\underline{\beta}})$$



При малых β

$$\operatorname{tg} \beta \simeq \sin \beta$$

Тогда

$$N = P_{\Sigma} \cdot \lambda_R \sin \varphi$$

$$N = f(P_{\Sigma}, \underline{\underline{\varphi}})$$

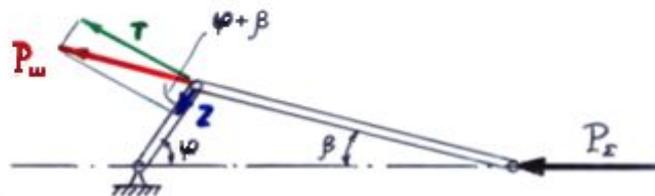
Сила, действующая вдоль шатуна, P_{ω} .

$$P_{\omega} = P_{\Sigma} \cdot \frac{1}{\cos \beta}$$

Правило знаков для P_{ω} :

- + , если сжимает шатун,
- , если растягивает шатун.

Тангенциальная сила T



$$T = P_{\Sigma} \cdot \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

Радиальная сила Z

$$Z = P_{\Sigma} \cdot \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

Правило знаков:

Сила $T +$, если создаваемый ею момент
противоположен вращению коленвала;

Сила $Z +$, если она сжимает кривошип

Крутящий момент $M_{кр}$

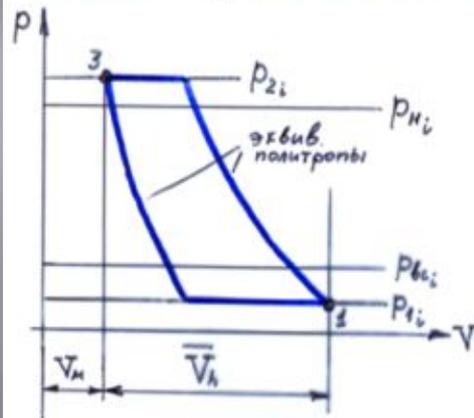
$$M_{кр} = T \cdot r = P_{\Sigma} \cdot \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

Для многорядного компрессора

$$M_{кр} = \sum T \cdot r$$

Построение индикаторной диаграммы

Для определения P_f используют упрощенные схематизированные индикаторные диаграммы.



Дано: $p_{вс}$, p_H ,
 V_M и \bar{V}_h .

Порядок построения:

1) Подсчитывают p_{1i} и p_{2i}

$$p_{1i} = p_{всi} \cdot (1 - \delta_{всi}) \quad \text{и} \quad p_{2i} = p_{Hi} \cdot (1 - \delta_{Hi})$$

2) В координатах $p - V$ наносят линии, соответствующие

$$V_M, V_h, p_{1i}, \text{ и } p_{2i}.$$

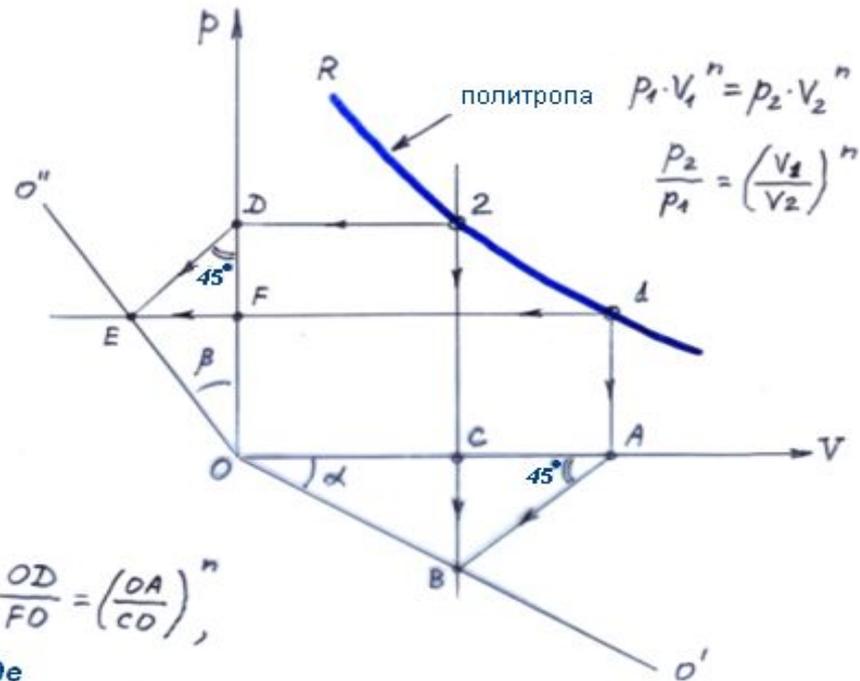
3) Из т. 1 проводят эквивалентную политропу процесса сжатия.

4) Из т. 3 проводят эквивалентную политропу процесса обратного расширения.

С достаточной точностью принимают

$$n_c = n_p = k$$

К построению политропы



$$\frac{OD}{FO} = \left(\frac{OA}{CO}\right)^n,$$

где

$$\frac{OD}{FO} = \frac{DF+FO}{FO} = \frac{DF}{FO} + 1 = \frac{FE}{FO} + 1 = \operatorname{tg} \beta + 1$$

$$\frac{OA}{CO} = \frac{AC+CO}{CO} = \frac{AC}{CO} + 1 = \frac{CB}{CO} + 1 = \operatorname{tg} \alpha + 1$$

Тогда $\operatorname{tg} \beta + 1 = (\operatorname{tg} \alpha + 1)^n$

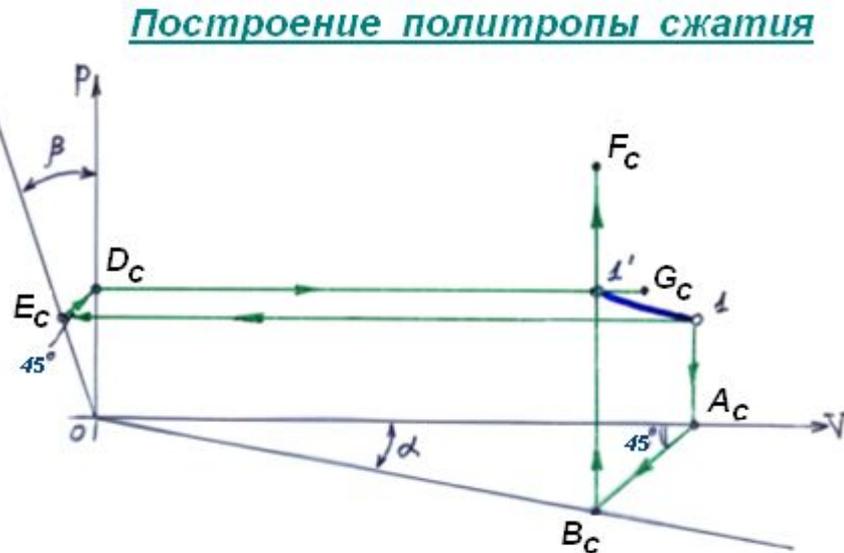
или

$$\operatorname{tg} \beta = (\operatorname{tg} \alpha + 1)^n - 1$$

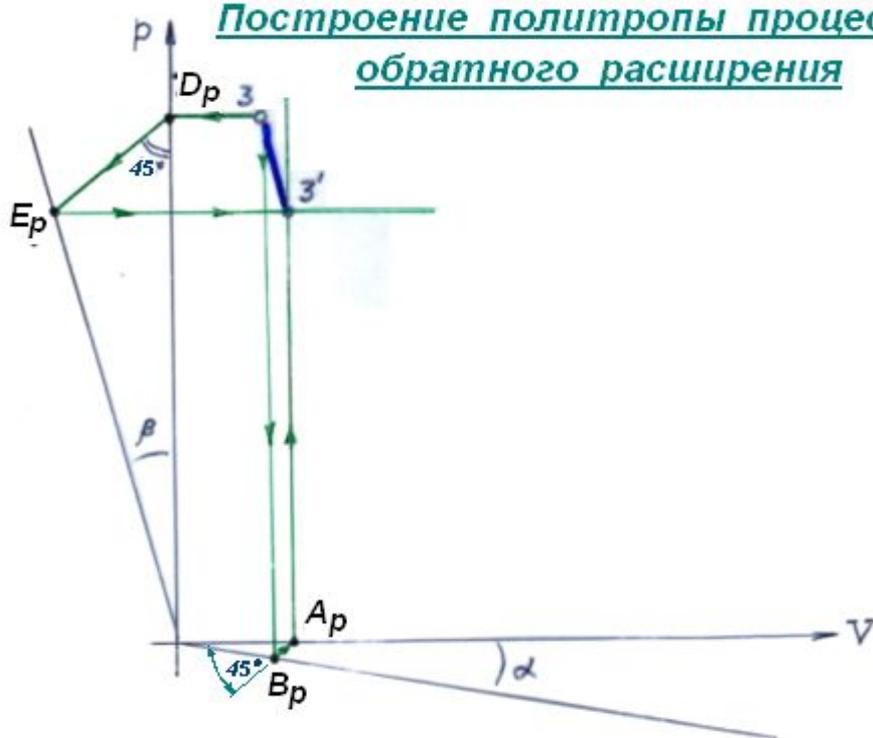
Обычно задают $\operatorname{tg} \alpha = 0,25$, тогда

n	1,1	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4
$\operatorname{tg} \beta$	0,278	0,307	0,322	0,337	0,352	0,367

Построение политропы сжатия



Построение политропы процесса обратного расширения



Аналитический способ построения политроп

Процесс сжатия:

$$p_2 \cdot V_2^{n_c} = p_i \cdot V_i^{n_c}$$

Так как $V_1 = V_m + \bar{V}_h$, то

$$p_2 \cdot (V_m + \bar{V}_h)^{n_c} = p_i \cdot V_i^{n_c}$$

отсюда

$$V_i = (V_m + \bar{V}_h) \cdot \left(\frac{p_1}{p_i}\right)^{\frac{1}{n_c}}$$

Задаются рядом значений p_i ($p_1 < p_i < p_2$)
и определяют соответствующие V_i .

Процесс обратного расширения:

$$p_2 \cdot V_m^{n_p} = p_j \cdot V_j^{n_p}$$

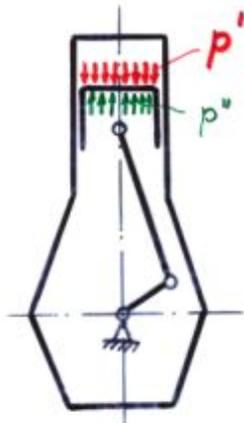
или

$$V_j = V_m \left(\frac{p_2}{p_j}\right)^{\frac{1}{n_p}}$$

Задаются рядом p_j ($p_2 < p_j < p_1$) и
определяют соответствующие значения V_j .

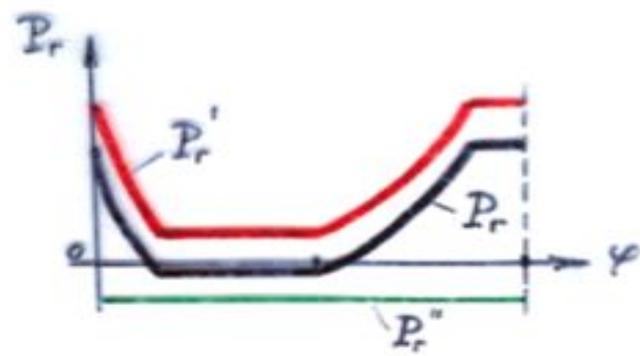
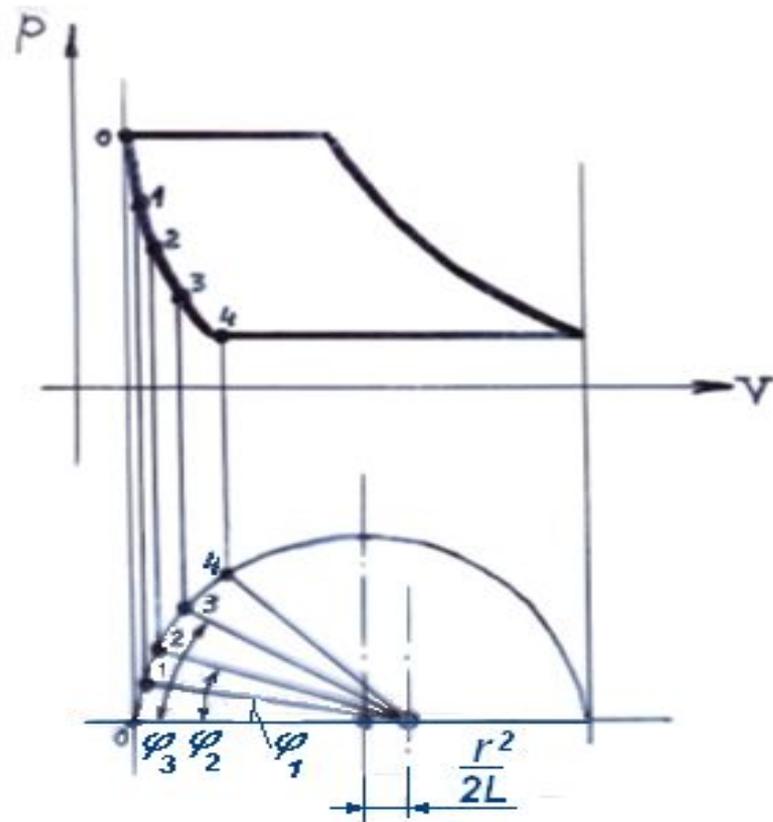
Построение диаграммы газовых сил компрессора простого действия

$$P_r = p'' \cdot F_n - p' \cdot F_n$$

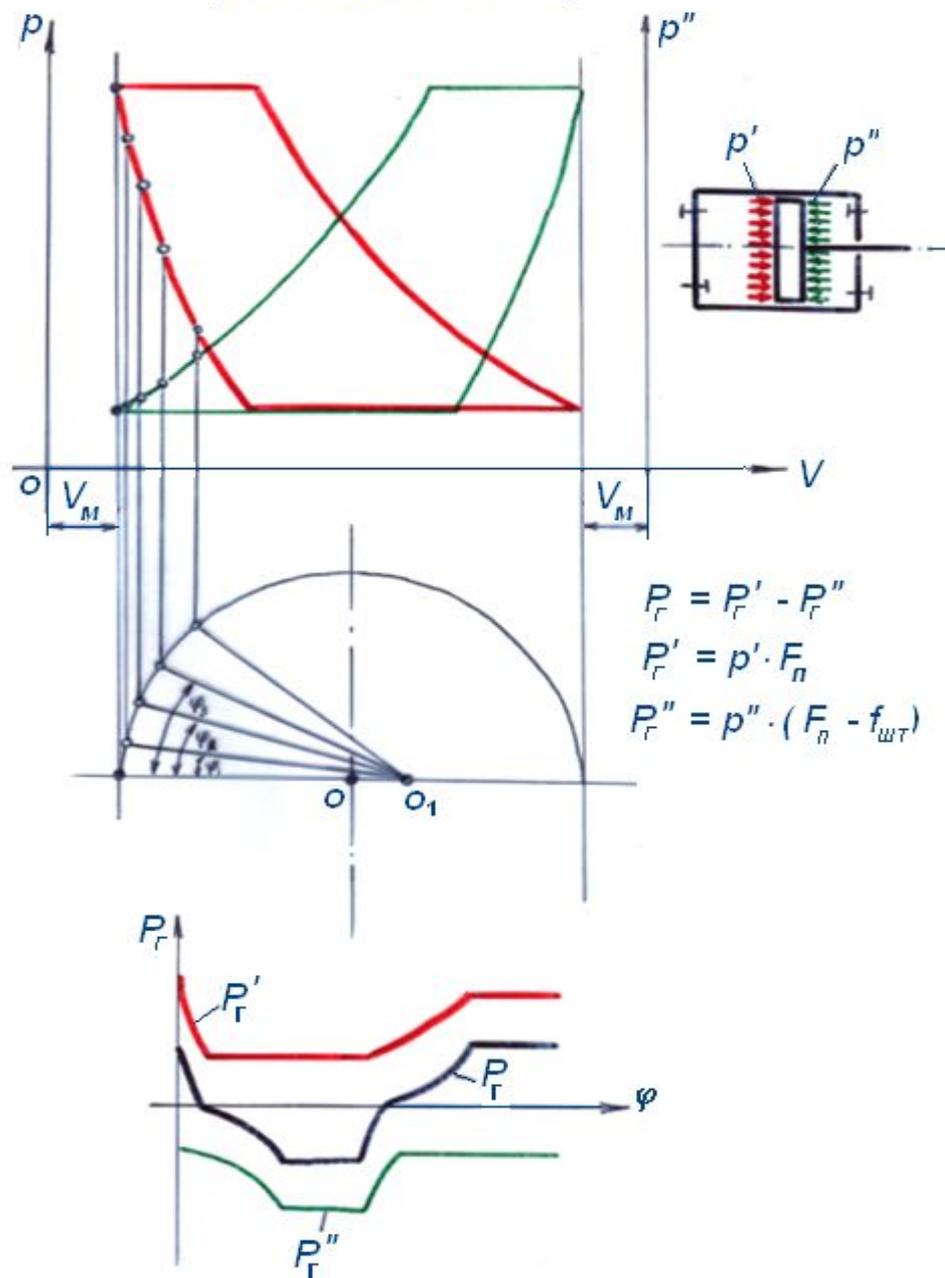


Порядок построения диаграммы:

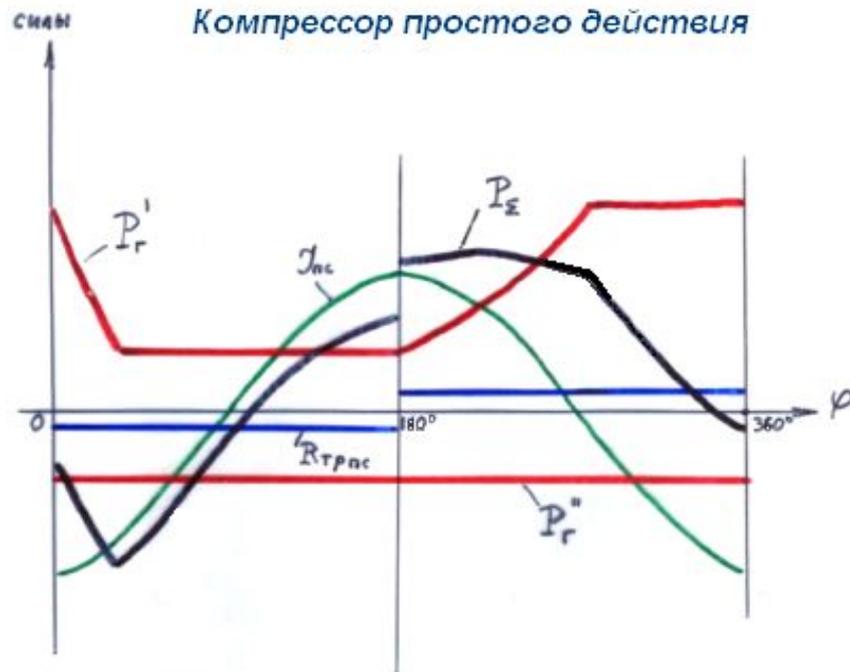
- 1 Строим упрощенную индикаторную диаграмму
- 2 Под индикаторной диаграммой строим окружность (из-за симметрии - полуокружность) с центром в т. O и радиусом $S_n/2 = r$
- 3 Откладываем в масштабе поправку Брикса в сторону механизма движения и получаем т. O_1 .
- 4 Из точки O_1 проводим под углами $\varphi_1; \varphi_2; \varphi_3 \dots$ лучи и получаем соответствующие им перемещения поршня $S_1, S_2, S_3 \dots$.
- 5 Проводим вертикальные линии, соответствующие $S_1, S_2, S_3 \dots$, т.е. соответствующие $\varphi_1; \varphi_2; \varphi_3 \dots$
- 6 Находим p' , соответствующие $\varphi_1; \varphi_2; \varphi_3 \dots$
- 7 Подсчитывают $P_r' = p' \cdot F_n$ для каждого $\varphi_1; \varphi_2; \varphi_3 \dots$.
- 8 Зная P_r' для каждого φ_i , строим графическую зависимость $P_r' = f(\varphi)$.
- 9 Строим $P_r'' = p'' \cdot F_n$, где p'' - давление в картере.
- 10 Строим газовую силу, действующую на поршень $P_r = P_r' - P_r''$.



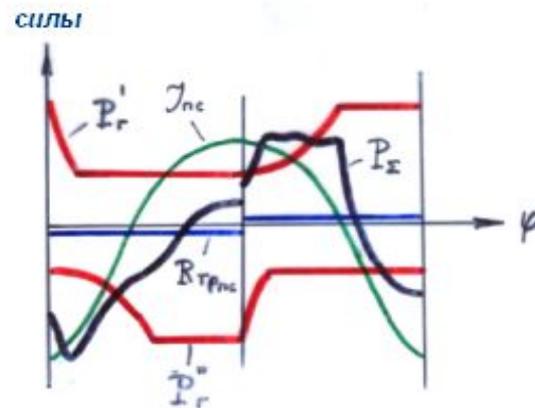
Построение диаграмм газовых сил компрессора двойного действия



Построение диаграммы сил P_{Σ}



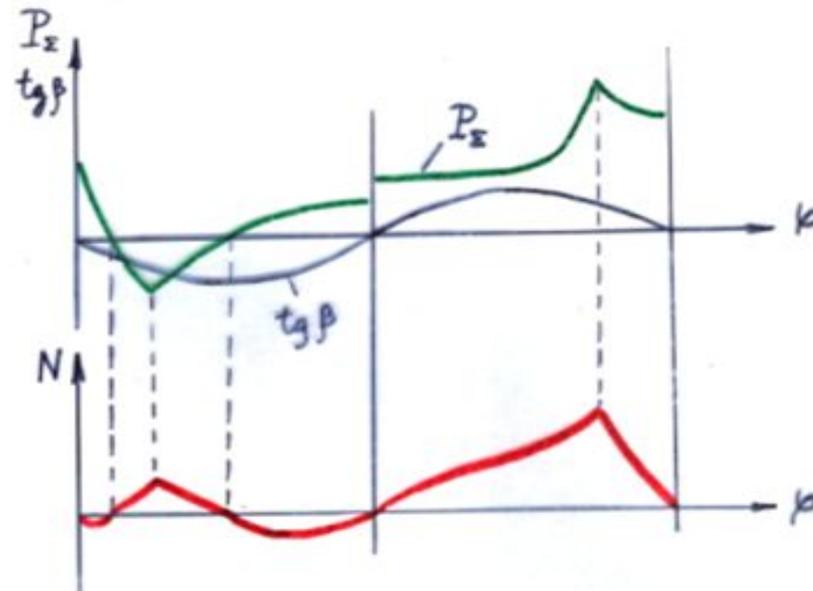
Компрессор двойного действия



Построение диаграмм сил N .

$$N = P_z \cdot \operatorname{tg} \beta$$

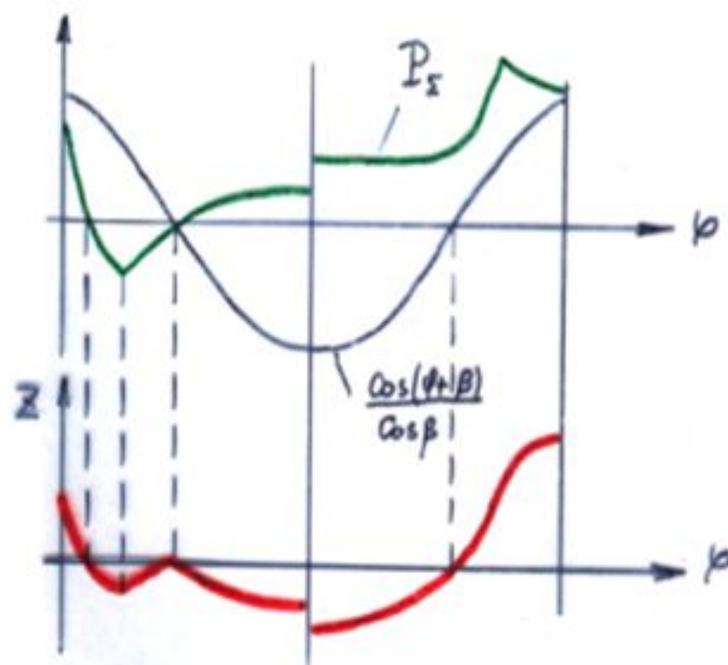
Для компрессора простого действия



Построение диаграмм сил Z.

$$Z = P_z \cdot \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

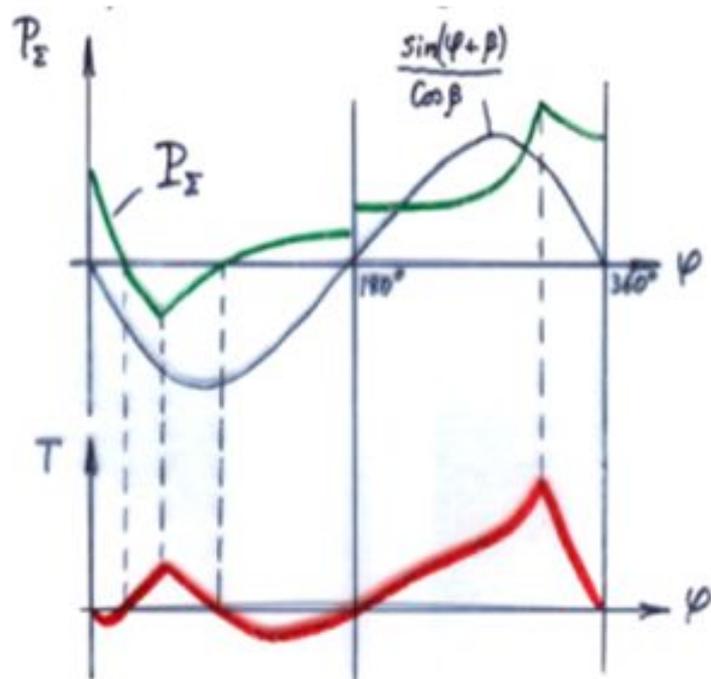
Для компрессора простого действия



Построение диаграмм сил T .

$$T = P_{\Sigma} \cdot \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

Для компрессора простого действия



Построение диаграмм $M_{кр.}$

Для одного ряда

$$M_{кр} = T \cdot r$$

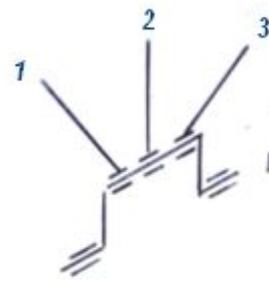
Для многорядного компрессора

$$M_{кр} = \sum T \cdot r$$

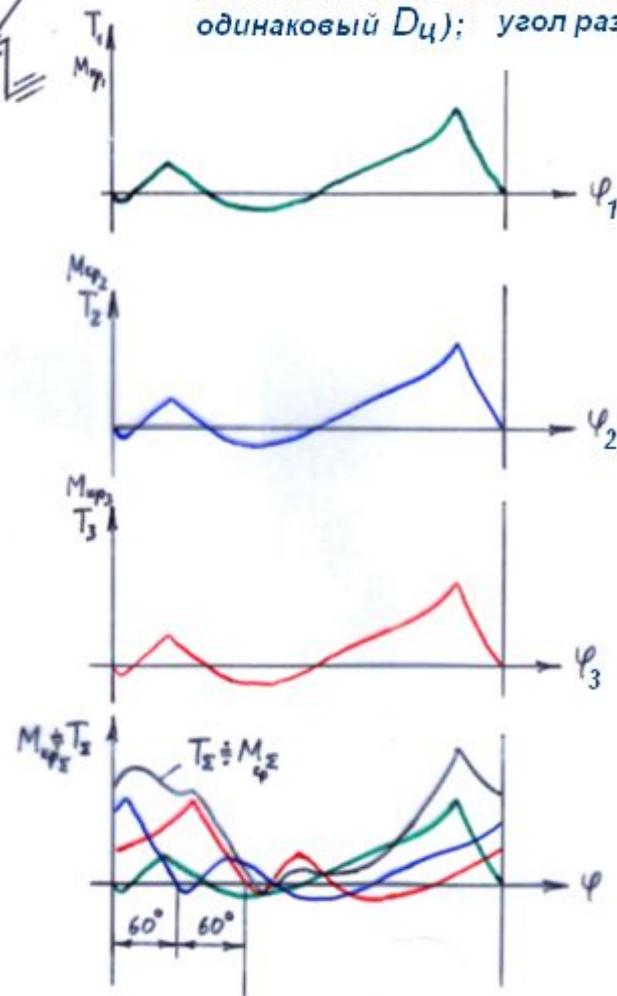
При проектировании $M_{кр}$ необходимо учитывать, что суммировать можно $M_{кр}$ рядов, действующих в один момент времени, т.е. учитывать развал кривошипов (колен) вала и развал цилиндров (рядов).

Пример:

Учет развала цилиндров (рядов) при построении $M_{кр}$.

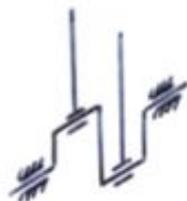


W-образный одноступенчатый ПК
(все цилиндры I ступени имеют
одинаковый $D_{ц}$); угол развала 60°

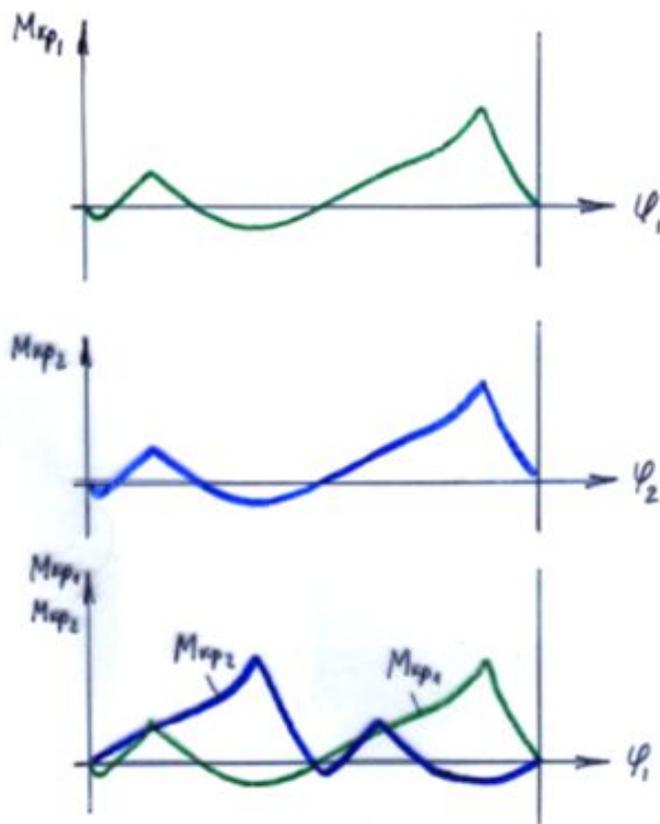


Окончательное значение $M_{кр}$ всего компрессора
также должно учитывать $M_{кр.тр}$.

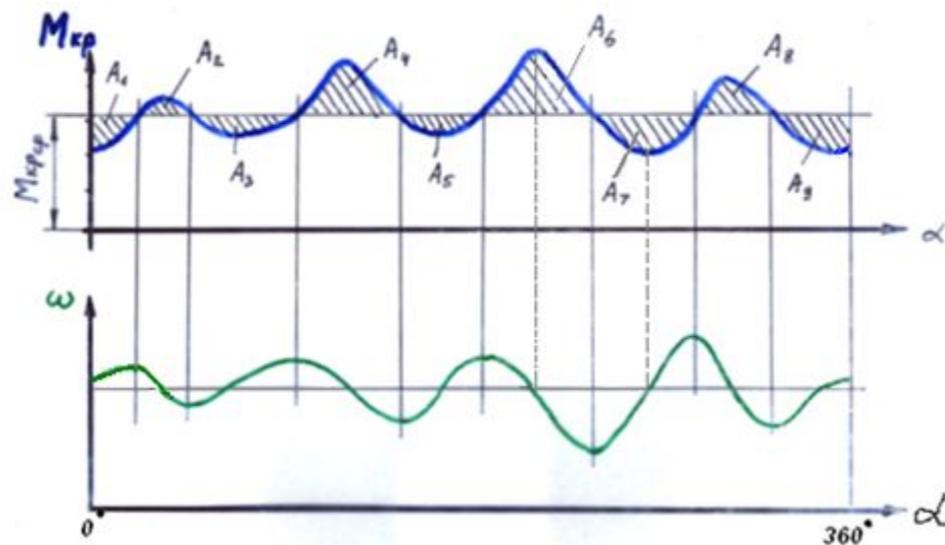
Учет развала кривошипов при построении $M_{кр.}$



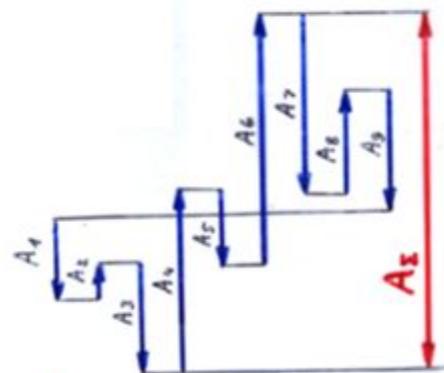
Двухрядный вертикальный
одноступенчатый ПК
(развал колен равен 180°)



Неравномерность вращения коленвала



$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}}$$



$$A_{\Sigma} = J \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2} = J \delta \omega_{\text{ср}}^2$$

$$J = \frac{A_{\Sigma}}{\delta \cdot \omega_{\text{ср}}^2}$$

Допустимые значения степени неравномерности:

- при ременной передаче $< 1/30 \dots 1/40$,

- привод от асинхронного
электродвигателя $< 1/80$,

- привод от синхронного
электродвигателя $< 1/200$.

Часто расчеты ведут, исходя из допустимых пульсаций
электрического тока.

В задачи динамического расчета может входить:

- 1) определение координат центра масс компрессора и агрегата;
- 2) определение моментов инерции относительно осей, параллельных осям X, Y, Z , с началом координат в центре масс;
- 3) определение момента инерции вращающихся масс относительно оси X (оси вала);
- 4) определение спектра вибраций.