

Исследование линейной системы управления робота

1. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория система автоматического управления. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Профессия, 2003.
2. Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю., Костюков В.А., Гайдук А.Р., Федоренко Р.В., Гуренко Б.В., Крухмалев В.А., Медведева Т.Н. Проектирование роботов и робототехнических систем: Учебное пособие – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2014 – 196 с.
3. А.Р. Гайдук, В.Е. Беляев, Т.А. Пьявченко. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в Matlab. Учебник для ВУЗов. СПб. Издательство Лань. 2011. ISBN 978-5-8114-1255-6.

Содержание работы

1. Цель и содержание работы.
2. Пример выполнения работы.
3. Варианты заданий.
4. Контрольные вопросы.

Цель и содержание работы

Целью работы является исследование линейной системы управления роботом, заданным нелинейными уравнениями.

В ходе работы **требуется**:

- 1) используя **линеаризованную модель**, полученную в практической работе 1, **синтезировать стабилизирующее управление**;
- 2) **Рассчитать матрицу компенсации возмущения**;
- 3) **Вычислить задающие воздействия** для системы управления;
- 4) **Провести** моделирование алгоритма управления **с линеаризованной моделью** подвижного объекта;
- 5) **Провести** моделирование алгоритма управления **с нелинейной моделью** подвижного объекта.

Исходными данными для выполнения практической работы являются математическая модель робота (исходная и линеаризованная) и требования к переходному процессу.

Варианты заданий представлены в разделе 3.

Студент, по согласованию с преподавателем, может выполнять работу с использованием модели объекта, для которого он готовит бакалаврскую выпускную работу.

Пример выполнения задания

В работе 1 получена линеаризованная модель подвижного объекта вида:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Hf \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.01e-4 & 5.51e-5 & 5.51e-5 & -1.01e-4 & -5.51e-5 & -5.51e-5 \\ -1.6e-3 & 1.6e-3 & -1.6e-3 & 1.6e-3 & -1.6e-3 & 1.6e-3 \\ 0 & 8.6e-5 & 8.6e-5 & 0 & -8.6e-5 & -8.6e-5 \end{bmatrix}$$

Пример выполнения задания

Объект (1) **не управляем** по переменным x_1 и x_3 , поэтому ставится задача управления только остальными переменными. Т.к. переменные x_1 и x_3 не оказывают влияние на остальные переменные, то рассмотрим только управляемую часть модели:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 & 5.75e-6 \\ 1.01e-4 & 5.51e-5 & 5.51e-5 & -1.01e-4 & -5.51e-5 & -5.51e-5 \\ -1.6e-3 & 1.6e-3 & -1.6e-3 & 1.6e-3 & -1.6e-3 & 1.6e-3 \\ 0 & 8.6e-5 & 8.6e-5 & 0 & -8.6e-5 & -8.6e-5 \end{bmatrix}$$

Анализ объекта (1) при матрицах (2) показывает, что он полностью **управляем**.

Пусть заданы следующие требования к системе управления: $t_{\text{III}} = 1$ с, перерегулирование $\sigma = 20$ %, точность в установившемся режиме $\Delta = 3$ %.

Пример выполнения задания

Для наглядности обозначим:

$$u_1 = Bu$$

Тогда окончательно запишем матрицы линеаризованной системы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Пример выполнения задания

Так как перерегулирование $\sigma = 20\%$, то **выбираем фильтр Баттерворта 4-го порядка**. Из таблицы 2 (лекция 2 – Синтез алгоритмов управления) при $\omega^0 = 1$ получаем

$$D^{**}(p) = p^4 + 2.6p^3 + 3.4p^2 + 2.6p + 1 \quad (3)$$

Тогда **нормированная передаточная функция** равна

$$W^{**}(p) = 1 / D^{**}(p)$$

Собираем в Simulink (Matlab) схему

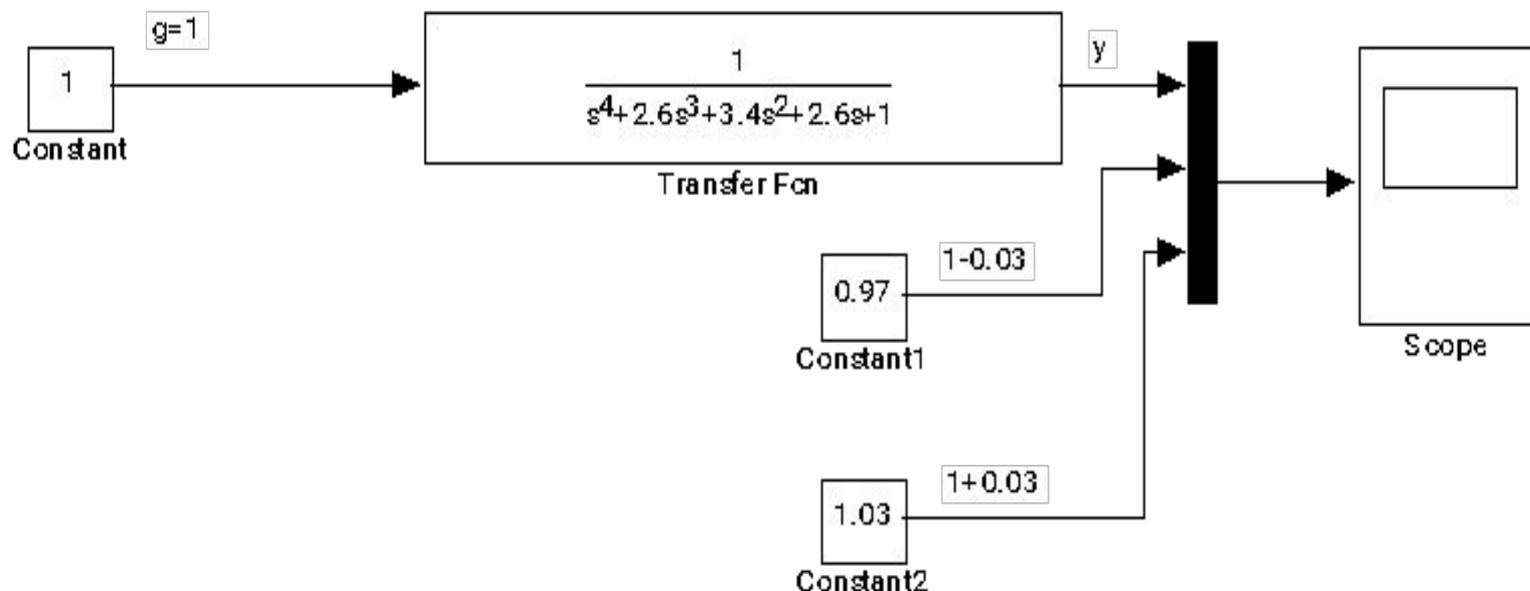


Рис. 1 – Схема для определения нормированного времени переходного процесса

Пример выполнения задания

На рис. 2 показан переходный процесс и линии, определяющие максимальную погрешность 3 %. По графику определяем **момент времени**, когда **отклонение выхода системы становится меньше 3 %**. Это 9 с, т.е. $t_{\text{шт}}^* = 9$ с. Также видим что перерегулирование меньше 20 %.

$$\omega^0 = \frac{t_{nn}^*}{t_{nn}} = \frac{9}{1} = 9 \quad D^*(p) = p^4 + 23.4p^3 + 275.4p^2 + 1895.4p + 6561 \quad (4)$$

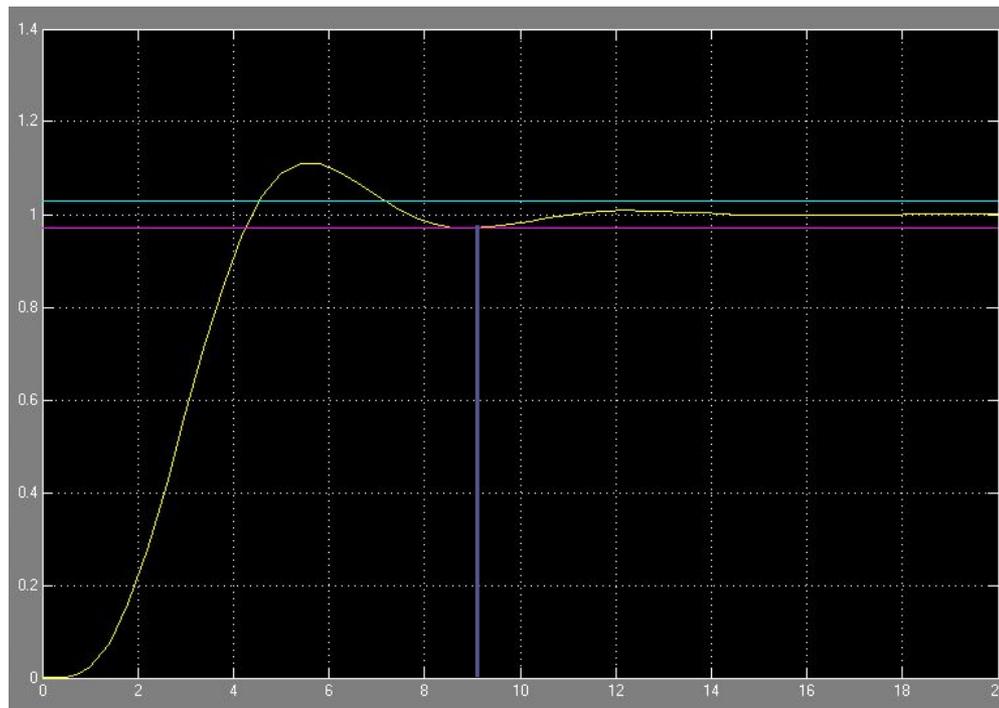


Рис. 2 – Результаты моделирования нормированной ПФ

Пример выполнения задания

Структура управления имеет вид

$$u = -K_1x - K_2f + g \quad (5)$$

Подставим (5) в (1), полагая f и g равными нулю.

$$\dot{x} = (A - BK_1)x = -K_1x \quad (6)$$

Выберем Матрицу K_1 таким образом, чтобы матрица $A - B \cdot K_1$ имела **каноническую управляемую форму**, т.е.

$$A_z = - \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_3 & -\alpha_2 & -\alpha_1 & -\alpha_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

где α_i – коэффициенты желаемого характеристического полинома (4).

Из (7) получаем

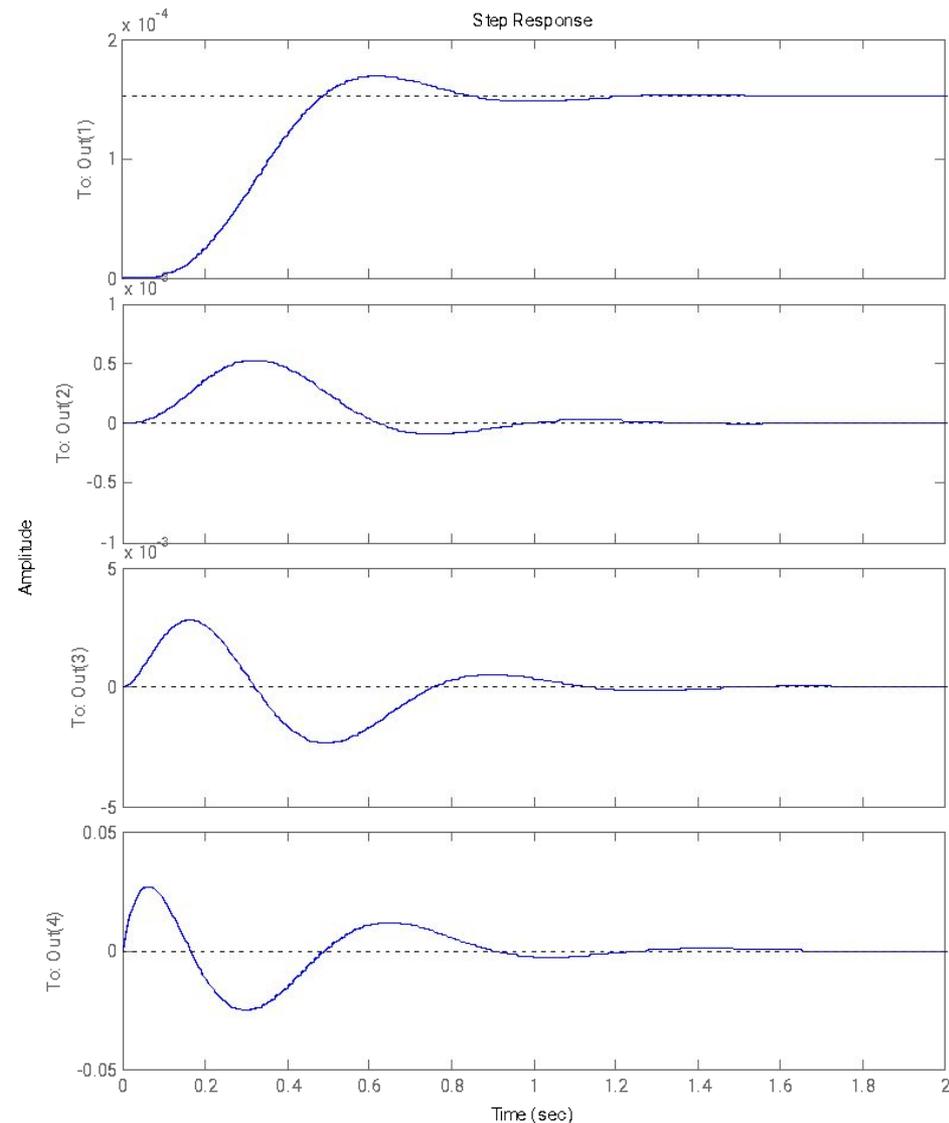
$$\begin{bmatrix} k_{11} = 0 & k_{12} = -1 & k_{13} = 0 & k_{14} = 0 \\ k_{21} = 0 & k_{22} = 0 & k_{23} = -1 & k_{24} = 0 \\ k_{31} = 0 & k_{32} = 0 & k_{33} = 0 & k_{34} = -1 \\ k_{41} = \alpha_0 & k_{42} = \alpha_1 & k_{43} = \alpha_2 & k_{44} = \alpha_3 \end{bmatrix}$$

Пример выполнения задания

Проведем моделирование, используя программу приведенную ниже

```
clc
clear all
close all

A=[0 0 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0];
B=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
K=[0 -1 0 0; 0 0 -1 0; 0 0 0 -1; 6561 1895.4
275.4 23.4];
B1=[0;0;0;1]; C=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0
0 0 1]; D=0;
sys1=ss(A-B*K,B1,C,D);
step(sys1);
```



Пример выполнения задания

Подставим теперь управление (5) в систему (1)

$$\dot{x} = -K_1x - K_2f + g + Hf \quad (8)$$

Из (8) выбираем

$$K_2 = H = [0 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (9)$$

Тогда (8) с учетом (9) принимает вид

$$\dot{x} = -K_1x + g \quad (10)$$

Полагаем в левой части (10) производную нулю, и получаем

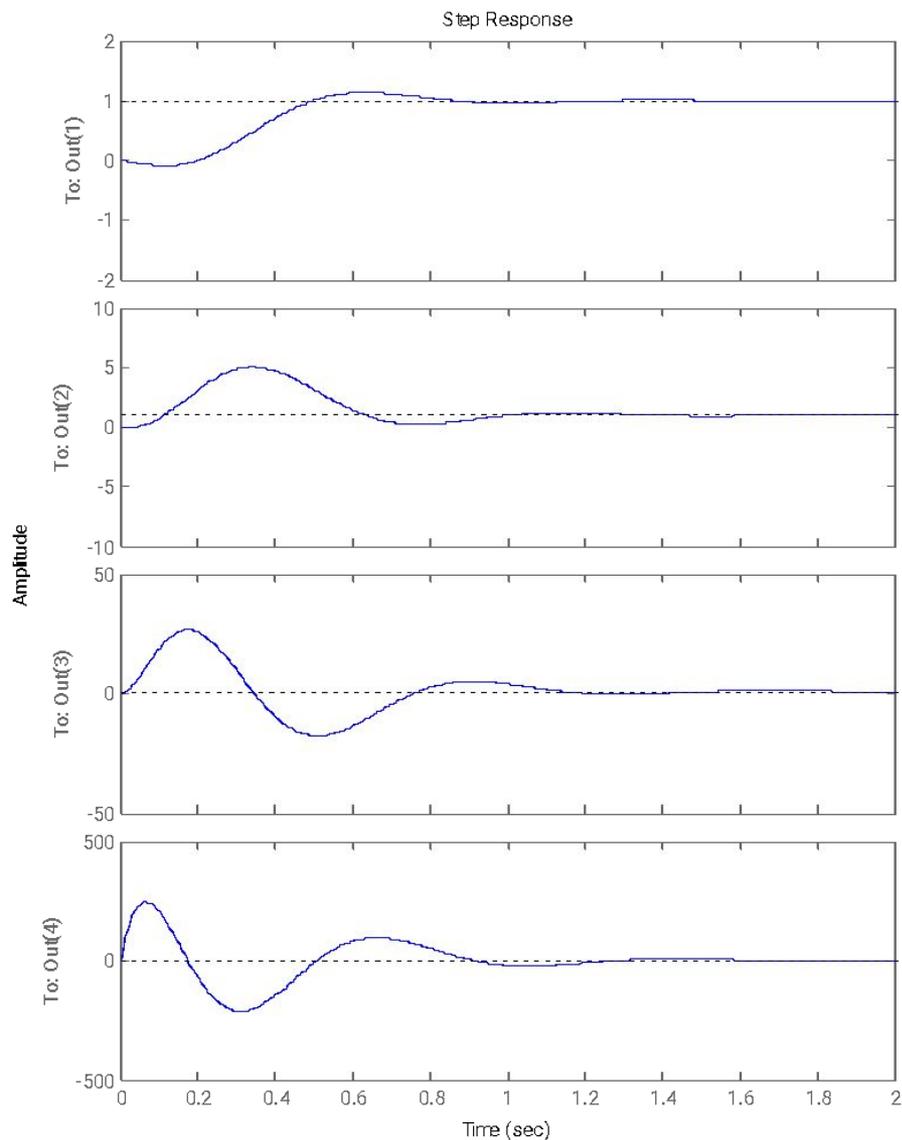
$$g = K_1x^0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \end{bmatrix} x^0 = \begin{bmatrix} -x_2^0 \\ -x_3^0 \\ -x_3^0 \\ \alpha_0x_1^0 + \alpha_1x_2^0 + \alpha_2x_3^0 + \alpha_3x_4^0 \end{bmatrix}$$

Пример выполнения задания

Результаты моделирования и программа представлены ниже

```
clc
clear all
close all

A=[0 0 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0];
B=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
K=[0 -1 0 0; 0 0 -1 0; 0 0 0 -1;
    6561 1895.4 275.4 23.4];
B1=[-1;-1;-1;6561+1895.4+275.4+23.4];
C=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
D=0;
sys1=ss(A-B*K,B1,C,D);
step(sys1);
```



Пример выполнения задания

Теперь необходимо исследовать линейный регулятор с нелинейной моделью

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} -m(\omega_y V_z - \omega_z V_y) \\ -m(\omega_z V_x - \omega_x V_z) \\ -m(\omega_x V_y - \omega_y V_x) \\ -(J_z - J_y)\omega_y \omega_z \\ -(J_x - J_z)\omega_x \omega_z \\ -(J_y - J_x)\omega_x \omega_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P_{uy} \\ 0 \\ N_{ux} \\ N_{uy} \\ N_{uz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \vartheta \\ -\cos \vartheta \cos \gamma \\ \cos \vartheta \sin \gamma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} mg \right)$$

Исследование показало, что при $V_y < 0.2$ м/с система сохраняет устойчивость.

Пример выполнения задания

```
clc
clear all
close all
mk=1.0; mac=0.112; rk=0.15; lk=0.275; hk=0.095; phik=pi/3;
kv=11.5e-6; bv=10.0e-5;
m=mk+6*mac;
Jx=mk*rk^2/4+mk*hk^2/12+4*mac*lk^2*sin(phik)*sin(phik);
Jy=mk*rk^2/2+6*mac*lk^2;
Jz=mk*rk^2/4+mk*hk^2/12+4*mac*lk^2*cos(phik)*cos(phik)+2*mac*lk^2;
xvec0=[0;0.005;0;0.001;-0.001;0.0005];
tk=3.0;

[t,y]=ode45('hexacopter_function1',[0 tk],[xvec0],[],m,Jx,Jy,Jz);

figure(1); hold on; grid on; plot(t,y(:,1),'k');
figure(2); hold on; grid on; plot(t,y(:,2),'k');
figure(3); hold on; grid on; plot(t,y(:,3),'k');
figure(4); hold on; grid on; plot(t,y(:,4),'k');
figure(5); hold on; grid on; plot(t,y(:,5),'k');
figure(6); hold on; grid on; plot(t,y(:,6),'k');
```

Пример выполнения задания

```
function y1 = hexacopter_function1(t,x,flag,m,Jx,Jy,Jz)
```

```
x1=[x(2);x(4);x(5);x(6)];
```

```
Vx=x(1); Vy=x(2); Vz=x(3);
```

```
wx=x(4); wy=x(5); wz=x(6);
```

```
g=9.8;
```

```
K1=[0 -1 0 0; 0 0 -1 0; 0 0 0 -1;
```

```
6561 1895.4 275.4 23.4];
```

```
K2=[-1.0; 0; 0; 0];
```

```
B=[0 0 0 0; 1 0 0 0; 0 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
```

```
u=-B*K1*x1-B*K2*m*g;
```

```
M=[m 0 0 0 0 0; 0 m 0 0 0 0; 0 0 m 0 0 0; 0 0 0 Jx 0 0; 0 0 0 0 Jy 0; 0 0 0 0 0 Jz];
```

```
Fd=[-m*(wy*Vz-wz*Vy);
```

```
-m*g-m*(wz*Vx-wx*Vz);
```

```
-m*(wx*Vy-wy*Vx);
```

```
-(Jz-Jy)*wy*wz;
```

```
-(Jx-Jz)*wx*wz;
```

```
-(Jy-Jx)*wy*wx];
```

```
y1=[M^(-1)*(Fd+u)];
```

Пример выполнения задания

