

Решение неравенств с одной переменной



алгебра
8 класс



**Всякий день есть
ученик дня вчерашнего.**

**Публий Сир (римский поэт эпохи
времен Цезаря и Августа)**

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ:

1. Что называется линейным неравенством?

Неравенства вида $ax > b$ или $ax < b$,

где a и b – некоторые числа,

называют линейными неравенствами с одной переменной.

Например: $5x \leq 15$, $3x > 12$, $-x > 0$

2. Какие неравенства называются строгими, какие нестрогими?

Строгие неравенства — это неравенства со знаками больше ($>$) или меньше ($<$).

Нестрогие неравенства — это неравенства со знаками больше либо равно (\geq) или меньше либо равно (\leq).

3. Что называется решением неравенства?

4. Что значит решить неравенство?

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – значит найти все его решения или доказать, что их нет.

• Являются ли числа 2 ; $0,2$ решением неравенства:

а) $2x - 1 < 4$;

б) $-4x + 5 > 3$?

5. Какие неравенства называются равносильными?

Неравенства, имеющие одни и те же решения, называют равносильными.

Неравенства, не имеющие решений, тоже считают равносильными

$$2x - 6 > 0 \quad \text{и} \quad \frac{7}{3x - 9} \geq 0$$

равносильны $x > 3$

$$x^2 + 4 \leq 0 \quad \text{и} \quad |x| + 3 < 0$$

равносильны нет решений

$$3x - 6 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x > 8$$
$$x \geq 2 \quad \quad \quad x > 4$$

неравносильны

6. Какими свойствами пользуются при решении неравенств?

При решении неравенств используются следующие свойства:

- Если из одной части неравенства **перенести** в другую слагаемое **с противоположным знаком**, то получится равносильное ему неравенство.
- Если обе части неравенства **умножить** или **разделить на одно и то же положительное число**, то получится равносильное ему неравенство;
- если обе части неравенства **умножить** или **разделить на одно и то же отрицательное число**, **изменив при этом знак неравенства на противоположный**, то получится равносильное ему неравенство.

Тестирование. (да - 1, нет- 0)

- 1) Является ли число **12** решением неравенства $2x > 10$?
- 2) Является ли число **-6** решением неравенства $4x > 12$?
- 3) Является ли неравенство $5x - 15 > 4x + 14$ строгим?
- 4) Существует ли целое число принадлежащее промежутку $[-2,8; -2,6]$?
- 5) При любом ли значении переменной **a** верно неравенство $a^2 + 4 > 0$?
- 6) **Верно ли**, что при умножении или делении обеих частей неравенства на отрицательное число **знак неравенства не меняется**?

Давайте проверим

101010

Устные упражнения

- Зная, что $a < b$, поставьте соответствующий знак $<$ или $>$, чтобы неравенство было верным:



- 1) $-5a \square -5b$
- 2) $5a \square 5b$
- 3) $a - 4 \square b - 4$
- 4) $b + 3 \square a + 3$

$>$
 $<$
 $<$
 $>$

Устные упражнения

- *Принадлежит ли отрезку $[- 7; - 4]$ число:*



▪ - 10



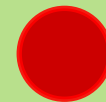
▪ - 6,5



▪ - 4



▪ - 3,1



Устные упражнения

Укажите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:



- $[-1; 4]$
- $(-\infty; 3)$
- $(2; +\infty)$

4

2

не существует

Назовите промежутки, изображенные на рисунке





Изобразите промежутки на координатной прямой

$[-2; 7);$ $[8; 10];$ $(-1; 3)$

$(2; +\infty);$ $(-\infty; +\infty);$ $(-\infty; 15].$



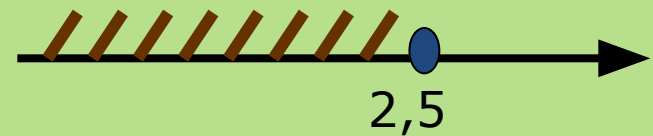
Найди ошибку!

1. $X \geq 7$



Ответ: $(-\infty; 7)$

2. $y < 2,5$



Ответ: $(-\infty; 2,5)$

3. $m \geq 12$



Ответ: $(-\infty; 12)$

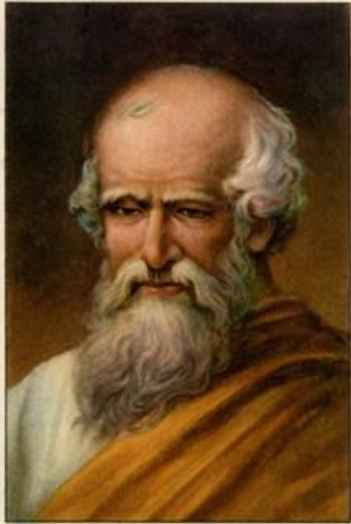
4. $-3x \leq 3,9$

$x \leq -1,3$



Ответ: $[-\infty; -1,3]$

Историческая справка



Понятиями неравенства пользовались уже древние греки.

Например, **Архимед** (III в. до н. э.), занимаясь вычислением длины окружности, указал границы числа «пи».



Ряд неравенств приводит в своём трактате «Начала» **Евклид**. Он, например, доказывает, что среднее геометрическое двух чисел не больше их среднего арифметического и не меньше их среднего гармонического.

Историческая справка



Современные знаки неравенств появились лишь в XVII—XVIII вв.

В 1631 году английский математик **Томас Гарриот** ввел для отношений «больше» и «меньше» знаки неравенства $<$ и $>$, употребляемые и поныне.



Символы \leq и \geq были введены в 1734 году французским математиком **Пьером Бугером**.

Алгоритм решения линейных неравенств с одной переменной.

Улыбнись неравенству, и оно поможет тебе его решить!!!



- Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые.
- Сгруппировать слагаемые с переменной в левой части неравенства, а без переменной – в правой части, при переносе меняя знаки.
- Привести подобные слагаемые.
- Разделить обе части неравенства на коэффициент при переменной, если он не равен нулю (если коэффициент отрицательный, то поменять знак неравенства на противоположный).
- Изобразить множество решений неравенства на координатной прямой.
- Записать ответ в виде числового промежутка.



На примерах учимся

Федр (Древнеримский поэт-баснописец)

Устные упражнения



Решите неравенство:

1) $-2x < 4$

$x > -2$

4) $-x < 12$

$x > -12$

2) $-2x > 6$

$x < -3$

5) $-x \leq 0$

$x \geq 0$

3) $-2x \leq 6$

$x \geq -3$

6) $-x \geq 4$

$x \leq -4$

Знак неравенства изменится, когда обе его части делим на отрицательное число

Решение неравенств с одной переменной



РАЗБИРАЕМ примеры

$$1) 7x - 2,4 < 0,4$$

$$7x < 0,4 + 2,4$$

$$7x < 2,8$$

$$x < 2,8 : 7$$

$$x < 0,4$$



$$x \in (-\infty; 0,4)$$

Ответ: $(-\infty; 0,4)$

$$2) 2x - 17 \geq -27$$

$$2x \geq -27 + 17$$

$$2x \geq -10$$

$$x \geq -10 : 2$$

$$x \geq -5$$



$$x \in [-5; +\infty)$$

Ответ: $[-5; +\infty)$

Схема решения неравенств

$$10x - 3(x - 5) < 3x - 5,$$

- 1. Упрощаем выражение в обеих частях неравенства и приводим подобные слагаемые;

$$10x - 3x + 15 < 3x - 5,$$

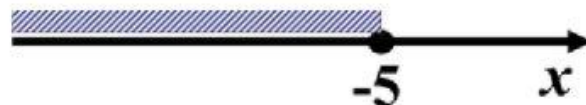
- 2. Пользуемся правилами решения неравенств;

$$10x - 3x - 3x < -15 - 5,$$

$$4x < -20,$$

$$x < -5.$$

- 3. Изображаем множество решений на координатном луче и записываем ответ.



Ответ: $(-\infty; -5)$

Решаем неравенства.

1.

$$5x + 3 \leq 6x - 11$$

$$5x - 6x \leq -3 - 11$$

$$-x \leq -14$$

$$x \geq 14$$



Ответ: $[14; +\infty)$

Самостоятельная работа

Решите неравенства:

1 вариант

$$4 + 12x > 7 + 13x;$$

$$-(2-3x) + 4(6+x) > 1;$$

2 вариант

$$7 - 4x < 6x - 23;$$

$$(4-5x) + 2(3+x) < 1.$$

**« Умные,
дорожите неравенством с глупцами.
Честные,
гордитесь неравенством с подлецами.
Города должны быть непохожи, как люди.
Люди непохожи, как города.
Равенства не будет.
Никто. Никому. Не равен. Никогда.»**

***Александр Володин
(1919 – 2001)***

