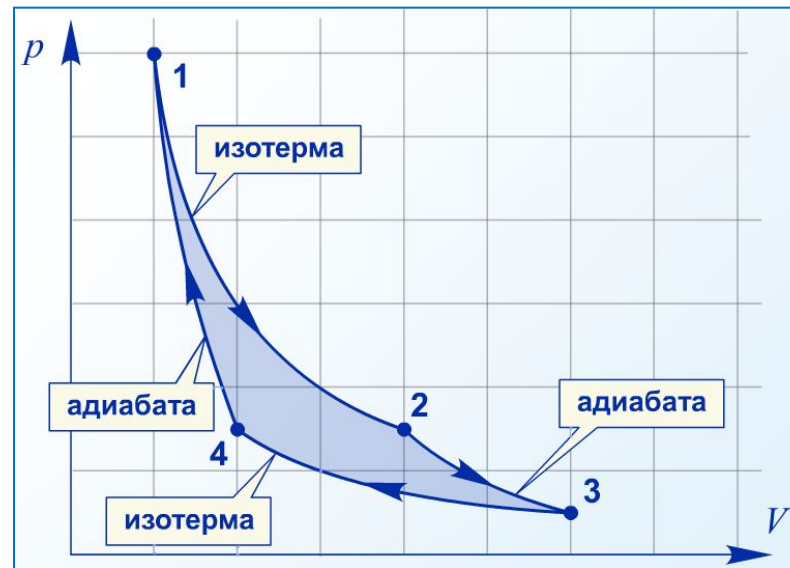


Лекция 5а. Адиабатический процесс и цикл Карно



Цикл Карно – замкнутый
цикл из двух изотерм и
двух адиабат

Адиабатический процесс

- **Адиабатический процесс** - процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Подведённое к телу количество теплоты: $Q=0$ или $\delta Q=0$.
- Определим **уравнение состояния** - уравнение, связывающее параметры идеального газа при адиабатическом процессе.
- Первое начало термодинамики можно записать в следующем виде:

$$\delta Q = dU + \delta A \quad \rightarrow \quad \delta A = -dU \quad \text{где} \quad \delta A = pdV$$

Вывод: Работа газа при адиабатическом процессе происходит за счет убыли внутренней энергии.

Учтем, что: $dU = \nu C_V^M dT \quad \rightarrow \quad pdV = -\nu C_V^M dT$

давление из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$p = \frac{\nu RT}{V} \quad \rightarrow \quad -\nu C_V^M dT = \nu RT \frac{dV}{V}$$

$$-C_V^M dT = RT \frac{dV}{V}$$

Разделим переменные T и V : $\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V^M} \frac{dV}{V}$

Возьмем определенный интеграл:

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V^M} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \quad \rightarrow \quad \ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{C_V^M} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{C_V^M} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

4. Адиабатический процесс -2

$$C_p^M = C_V^M + R$$

формула
Майера

- Зная формулу Майера, преобразуем отношение:

$$\frac{R}{C_V^M} = \frac{C_p^M - C_V^M}{C_V^M} = \frac{C_p^M}{C_V^M} - 1 = \gamma - 1$$

где γ - адиабатическая постоянная

$$\gamma = \frac{C_p^M}{C_V^M} = \frac{\frac{i+2}{2}R}{\frac{i}{2}R} = \frac{i+2}{i}$$

Тогда

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -(\gamma - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Избавимся от логарифмов - то, что перед логарифмом есть показатель степени логарифма:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = const$$

Один из видов записи уравнения Пуассона

2. Уравнение Пуассона – формула адиабатического процесса

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \rightarrow \boxed{TV^{\gamma-1} = const}$$

- Перейдём от этого уравнения к уравнению в переменных p, V

Из уравнения Менделеева-Клапейрона температура T :

$$\boxed{pV = \frac{m}{M} RT} \rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \quad \text{где в знаменателе константы}$$

Тогда $\frac{pV}{\nu R} V^{\gamma-1} = const \rightarrow \frac{pV^\gamma}{\nu R} = const \rightarrow \boxed{pV^\gamma = const}$

Основной вид записи уравнения Пуассона

- Перейдём от этого уравнения к уравнению в переменных p, T

Из уравнения Менделеева-Клапейрона объем V : $V = \frac{\nu RT}{p}$

$$\boxed{pV^\gamma = const} \rightarrow p \left(\frac{\nu RT}{p} \right)^\gamma = const \rightarrow p \left(\frac{T}{p} \right)^\gamma = const$$

$$\boxed{p^{1-\gamma} T^\gamma = const}$$

Третий из видов записи уравнения Пуассона

Работа газа при адиабатическом процессе

- **Адиабатический процесс** - процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Подведённое к телу количество теплоты: $Q=0$ или $\delta Q=0$: $\delta A = -dU$

Учтем, что: $dU = \nu C_V^M dT \rightarrow \delta A = -\nu C_V^M dT$

Возьмем
определенный
интеграл:

$$A_{12} = \int_{T_1}^{T_2} -\nu C_V^M dT \rightarrow A_{12} = -\nu C_V^M \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$A_{12} = -\nu C_V^M (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} C_V^M (T_1 - T_2) \quad \text{где} \quad C_V^M = \frac{R}{\gamma - 1}$$

Учтем, что: $TV^{\gamma-1} = const \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = \frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$

$$A = \nu \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \rightarrow A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона температура T_1 :

$$\nu RT_1 = p_1 V_1$$

Подитожим в одной таблице для изо- и адиабат-процессов

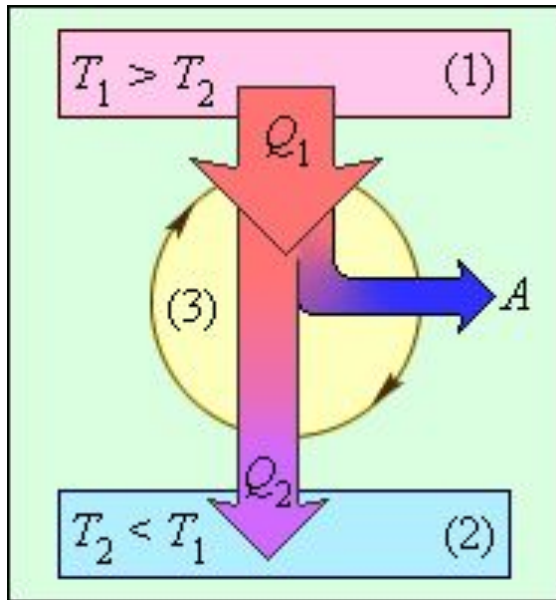
1-е начало термодинамики $Q = \Delta U + A$	Изохорный процесс $V = \text{const}$	Изобарный процесс $p = \text{const}$	Изотермический процесс $T = \text{const}$	Адиабатический процесс $Q = 0$
Работа A	НОЛЬ	$A = \nu R \Delta T$	$A = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1}$ $A = \nu R T \ln \frac{p_1}{p_2}$	$A = \nu \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$ $A = \frac{pV_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$
Изменение внутренней энергии ΔU	$\Delta U = \nu C_V^M \Delta T$	$\Delta U = \nu C_V^M \Delta T$	НОЛЬ	$\Delta U = \nu \frac{RT_1}{1 - \gamma} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$ $\Delta U = \frac{pV_1}{1 - \gamma} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$
Теплота Q	$Q = \nu C_V^M \Delta T$ $Q = \nu \frac{i}{2} R \Delta T$	$Q = \nu C_p^M \Delta T$ $Q = \nu \frac{i + 2}{2} R \Delta T$	$Q = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1}$ $Q = \nu R T \ln \frac{p_1}{p_2}$	НОЛЬ

4. Обратимые и необратимые термодинамические процессы. Квазистатические процессы

- Как показывает опыт, многие тепловые процессы могут протекать **только в одном направлении**. Такие процессы называются **необратимыми**.
 - Например, при тепловом контакте двух тел с разными температурами тепловой поток **всегда** направлен от более теплого тела к более холодному.
 - Никогда не наблюдается самопроизвольный процесс передачи тепла от тела с низкой температурой к телу с более высокой температурой.
 - Следовательно, **процесс теплообмена** при конечной разности температур является **необратимым**.
- **Другие примеры необратимых процессов:**
 - расширение газа в пустоту,
 - теплопередача.
- **Обратимый термодинамический процесс** – это такой термодинамический процесс, который он может быть проведен как **в прямом**, так и **в обратном** направлении **через одни и те же состояния**.
 - При этом сама система и окружающие тела **возвращаются** к исходному состоянию.
- Процессы, в ходе которых система все время остается в состоянии равновесия, называются **квазистатическими**.
- Все квазистатические процессы обратимы.
- Все обратимые процессы являются **квазистатическими**.

Тепловой двигатель

- **Тепловой двигатель** - устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу.
 - Механическая работа в тепловых двигателях производится **в процессе расширения** некоторого вещества, которое называется **рабочим телом**.
 - В качестве рабочего тела обычно используются газообразные вещества (пары бензина, воздух, водяной пар).
 - **Рабочее тело** получает (или отдает) тепловую энергию в процессе теплообмена с телами, имеющими большой запас внутренней энергии. Эти тела называются **тепловыми резервуарами**.



Тепловой резервуар с более высокой температурой называют **нагревателем**, а с более низкой – **холодильником**.

Энергетическая схема тепловой машины:

1 – нагреватель;

2 – холодильник;

3 – рабочее тело, совершающее круговой процесс.

$$Q_1 > 0,$$

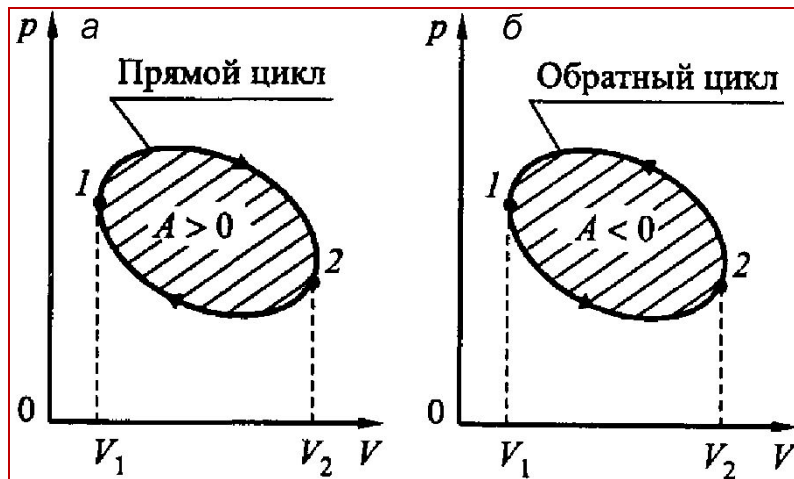
$$A > 0,$$

$$Q_2 < Q_1;$$

$$T_1 > T_2$$

5. Круговой процесс. Равновесные циклы.

- Реально существующие тепловые двигатели (паровые машины, двигатели внутреннего сгорания и т. д.) работают **циклически**. Процесс теплопередачи и преобразования полученного количества теплоты в работу периодически повторяется.
- Для этого рабочее тело должно совершать **круговой процесс** или **термодинамический цикл**, при котором **периодически восстанавливается исходное состояние**.
- **Цикл** или **круговой процесс** - это процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное.
- На диаграмме **pV** **равновесный цикл** изображается **замкнутой кривой**.



$$A = \oint p dV$$

Работа за цикл

- Если за цикл совершается положительная работа **$A > 0$** , а сам цикл осуществляется **по ходу часовой стрелки**, то он называется **прямым циклом**.
- Если за цикл выполняется **отрицательная** работа **$A < 0$** , а сам цикл протекает **против хода** часовой стрелки, то он называется **обратным циклом**.

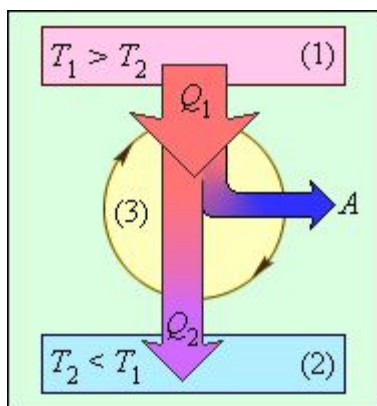
Второе начало термодинамики. Понятие прямого и обратного цикла

- **Второе начало термодинамики** указывает **на направленность самопроизвольного** термодинамического процесса в замкнутой системе.
Две формулировки:
- 1. Невозможен процесс, **единственным результатом** которого является **передача энергии в форме теплоты** от менее нагретого тела к более нагретому (формулировка Клаузиуса).
- 2. Невозможен процесс, **единственным результатом** которого является **превращение всей теплоты**, полученной от нагревателя, в эквивалентную работу (формулировка Кельвина).
- **Прямой цикл** реализуется **в тепловом двигателе** — периодически действующем устройстве, которое **совершает работу** за счет полученной от нагревателя теплоты **Q** .
- **Обратный цикл** используется **в холодильных установках** - периодически действующих устройствах, в которых за счет работы **A** внешних сил теплота переносится от более холодного тела к телу с более высокой температурой.

Общее свойство всех круговых процессов состоит в том, что их невозможно провести, приводя рабочее тело в тепловой контакт **только с одним** тепловым резервуаром.

Их нужно, по крайней мере, два: **нагреватель и холодильник**.

Тепловые и холодильные машины



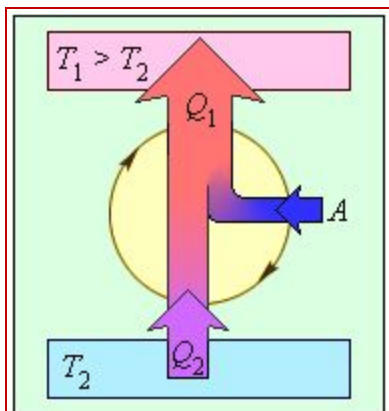
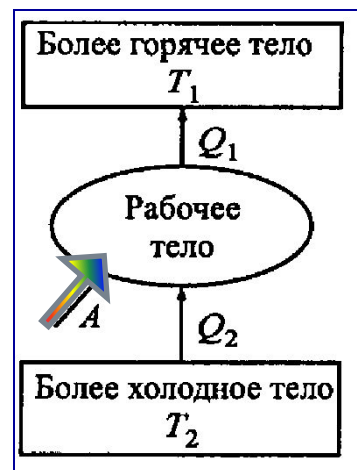
- В **тепловом двигателе** от нагревателя с температурой T_1 за цикл **отнимается** количество теплоты Q_1 , а холодильнику с более низкой температурой за цикл передается количество теплоты Q_2 .
- При этом совершается работа $A > 0$.

На основании **первого начала термодинамики** эта работа равна:

$$A = Q_1 - Q_2$$

Термический **коэффициент полезного действия** (КПД):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$



Энергетическая схема холодильной машины

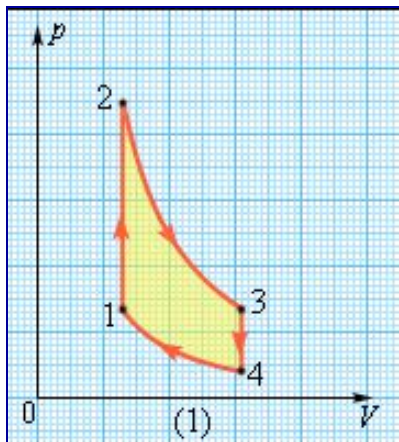
- В **холодильной установке** за счет совершения внешними силами работы A от **более холодного тела** с температурой T_2 за цикл **отнимается** количество теплоты Q_2 и отдается во внешнюю среду с температурой $T_1 > T_2$ количество теплоты, равное Q_1 .
- Для оценки **эффективности работы** холодильной установки используют отношение количества теплоты, отнятого за цикл от холодильной камеры Q_2 , к работе A внешних сил.

$$k = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

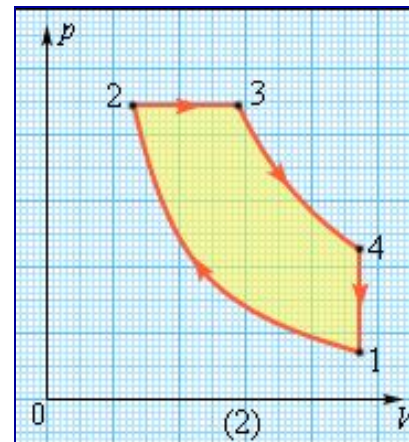
- Эта величина называется **холодильным коэффициентом k** :

6. Примеры циклов. Цикл Карно и теоремы Карно

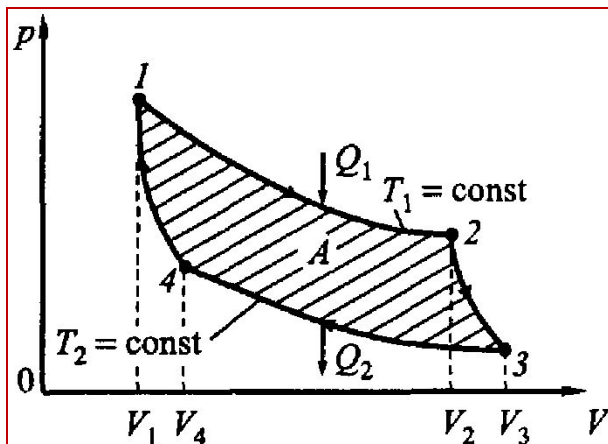
- В двигателях, применяемых в технике, используются различные **круговые процессы**. На рисунках изображены циклы, используемые в бензиновом карбюраторном и в дизельном двигателях.
- В обоих случаях **рабочим телом** является смесь паров бензина или дизельного топлива с воздухом.



Цикл **карбюраторного двигателя** внутреннего сгорания состоит из: **двух изохор** (1-2, 3-4) и **двух адиабат** (2-3, 4-1). Реальный коэффициент полезного действия у карбюраторного двигателя порядка **30 %**.

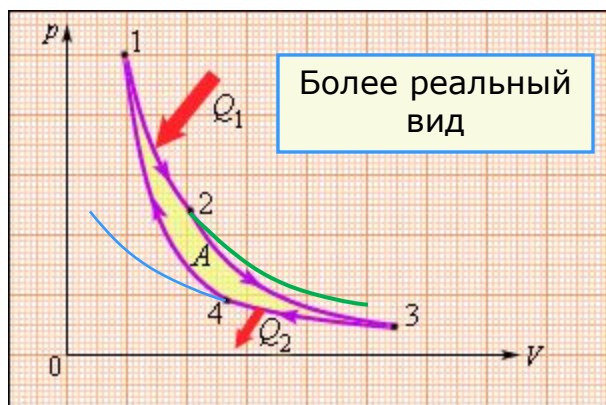
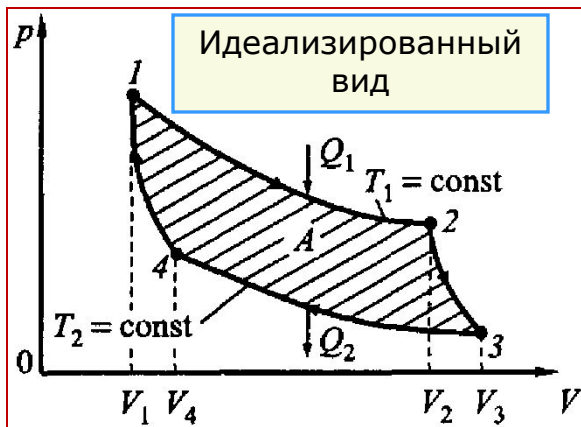


Цикл **дизельного двигателя** внутреннего сгорания состоит из: **двух адиабат** (1-2, 3-4), **одной изобары** (2-3) и **одной изохоры** (4-1). Реальный коэффициент полезного действия у дизельного двигателя – порядка **40 %**.



- **Цикл Карно** – это цикл, состоящий из **двух адиабат** и **двух изотерм**.
- В обратимом цикле Карно тепло, отнятое от тела, превращается в **максимально возможную механическую работу**.
- В данном цикле должны **отсутствовать** необратимые процессы теплопроводности.

Цикл Карно и теоремы Карно



На графике изображен **прямой цикл Карно**, состоящий из четырех последовательных процессов:

- 1-2 — **изотермическое расширение** при температуре T_1 ;
- 2-3 — **адиабатическое расширение** ($\delta Q_{23} = 0$);
- 3-4 — **изотермическое сжатие** при температуре T_2 ;
- 4-1 — **адиабатическое сжатие** ($\delta Q_{41} = 0$).

- На всех стадиях рассмотренного кругового процесса нигде не допускается соприкосновение двух тел с различными температурами, и, таким образом, **исключается** необратимый процесс теплопроводности.
- Весь цикл проводится, следовательно, обратимым путем.
- Данный цикл протекает независимо от вида рабочего тела.

Найдем КПД цикла, в котором рабочим телом является **идеальный газ**.

- При **изотермическом расширении** на участке 1-2 количество теплоты Q_1 , полученное газом от нагревателя, равно работе расширения, совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$Q_{12} = A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

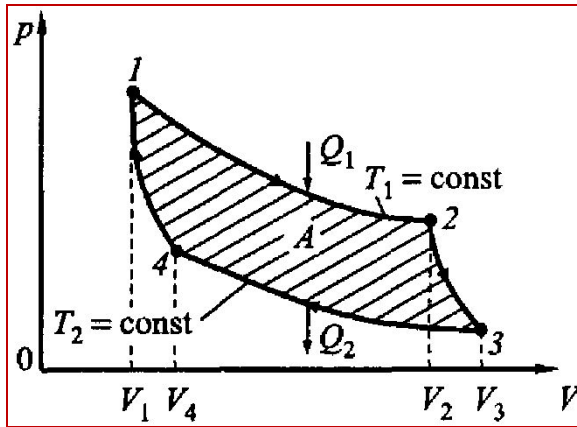
Теплота, отданная газом холодильнику (участок 3-4):

$$Q_{34} = A_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Термический КПД цикла Карно по определению:

$$\eta = \frac{Q_{12} - Q_{34}}{Q_{12}} = \frac{T_1 \ln(V_2/V_1) - T_2 \ln(V_3/V_4)}{T_1 \ln(V_2/V_1)}$$

Цикл Карно и 1-я теорема Карно



На графике изображен **прямой цикл Карно**, состоящий из четырех последовательных процессов:

1-2 — **изотермическое расширение** при температуре T_1 ;

2-3 — **адиабатическое расширение** ($\delta Q_{23} = 0$);

3-4 — **изотермическое сжатие** при температуре T_2 ;

4-1 — **адиабатическое сжатие** ($\delta Q_{41} = 0$).

Применим уравнение адиабаты:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

для участка **2-3**

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

для участка **4-1**

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

Разделим одно выражение на второе

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Тогда КПД цикла равен:

$$\eta = \frac{T_1 \ln(V_2/V_1) - T_2 \ln(V_2/V_1)}{T_1 \ln(V_2/V_1)}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

- **Вывод:** для цикла Карно КПД определяется только температурами нагревателя T_1 и холодильника T_2 .
- Полученный результат имеет общий характер и представляет собой содержание **первой теоремы Карно**.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

2-я теорема Карно

- КПД обратимого цикла Карно **не зависит** от природы рабочего тела и от технических способов осуществления цикла.
- Сравнение КПД различных обратимых и необратимых циклов с КПД обратимого цикла Карно (идеальной тепловой машины) позволило сделать следующий вывод (**вторая теорема Карно**):
 - КПД любого реального обратимого или необратимого прямого кругового процесса (тепловой машины) $\eta_{\text{любого}}$ не может превышать КПД обратимого цикла Карно $\eta_{\text{Карно}}$ при одинаковых температурах T_1 нагревателя и T_2 холодильника:

Тогда: $\frac{T_1 - T_2}{T_1} \geq \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \rightarrow 1 - \frac{T_2}{T_1} \geq 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} \geq \frac{Q_2}{T_2}$

$\eta_{\text{Карно}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \geq \eta_{\text{любого}}$

- **Обратный цикл Карно** служит основой работы идеальной холодильной установки. Для **холодильного коэффициента k** :

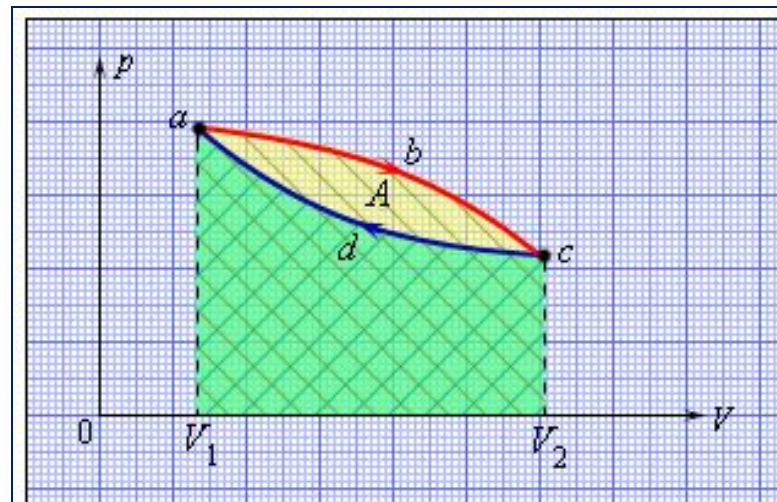
$$k = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \leq \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

- **Вывод: чем меньше** разность между температурами окружающей среды T_1 и холодильной камеры T_2 , **тем больше** холодильный коэффициент k и **тем эффективнее** работа холодильной установки.

Спасибо за внимание!

- Графическое представление 1-го начала термодинамики:

$$A = Q_1 - Q_2$$



Круговой процесс на диаграмме
(p, V).

abc – кривая расширения,

cda – кривая сжатия.

Работа A в круговом процессе равна площади
фигуры $abcd$