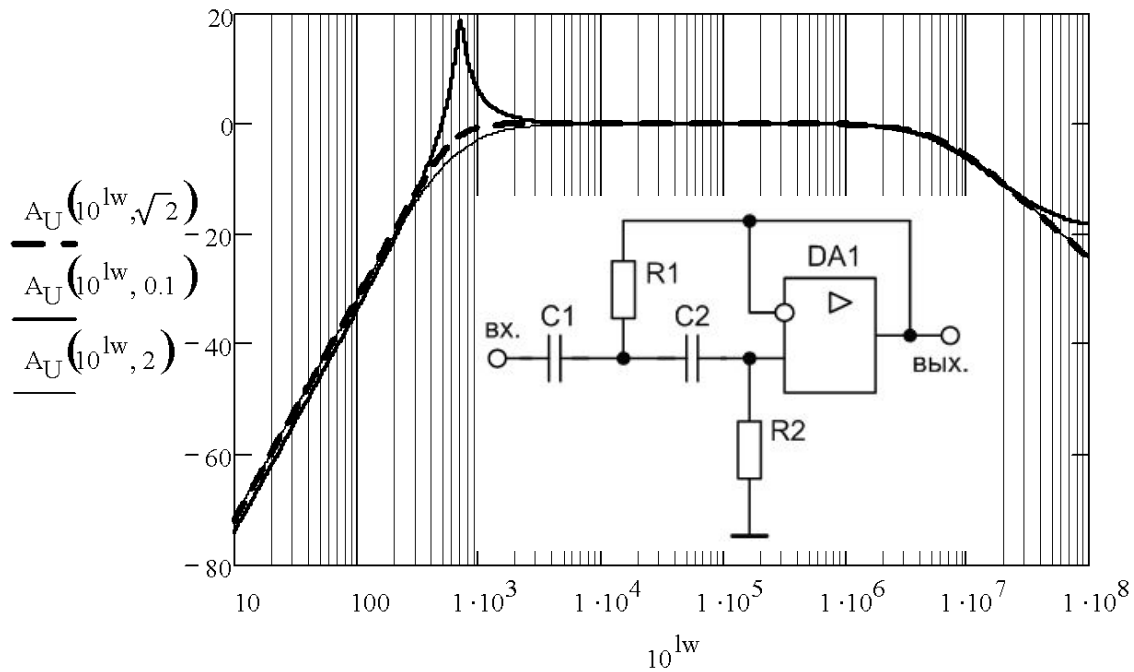
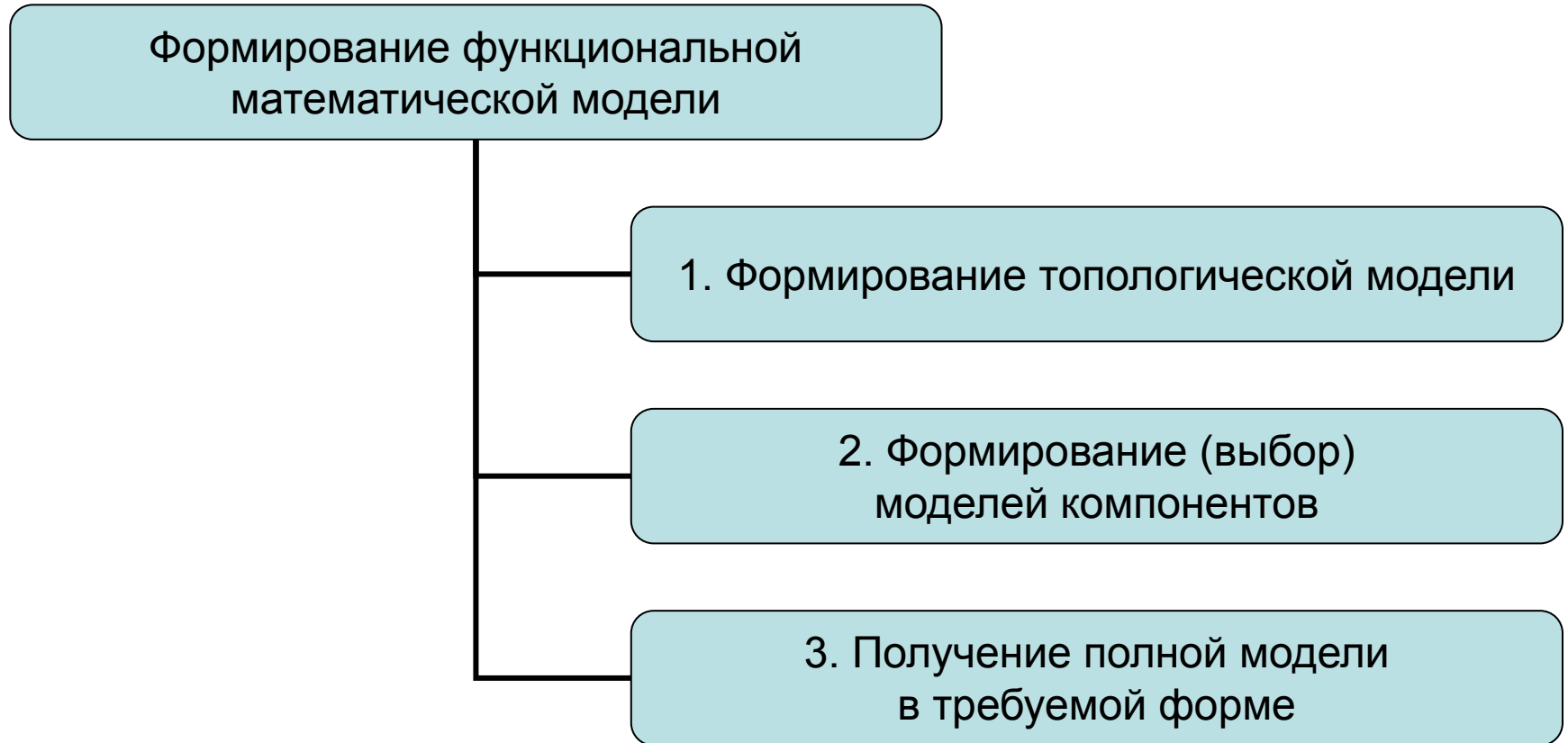


Методы анализа и расчета электронных схем



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Формирование математического описания электронных цепей включает ряд последовательных этапов, представленных обобщенной диаграммой



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Топологические модели электронных схем

Топологическая модель электронной цепи отражает структурные свойства, то есть состав электронных компонентов и связи между ними.

При формировании топологических моделей применяют допущения, обусловленные постановкой задачи моделирования, рассматриваемыми режимами работы и требуемой точностью.

Наиболее распространены следующие формы представления топологических моделей

Формы
топологических
моделей

Электрические
схемы замещения

Полюсные графы

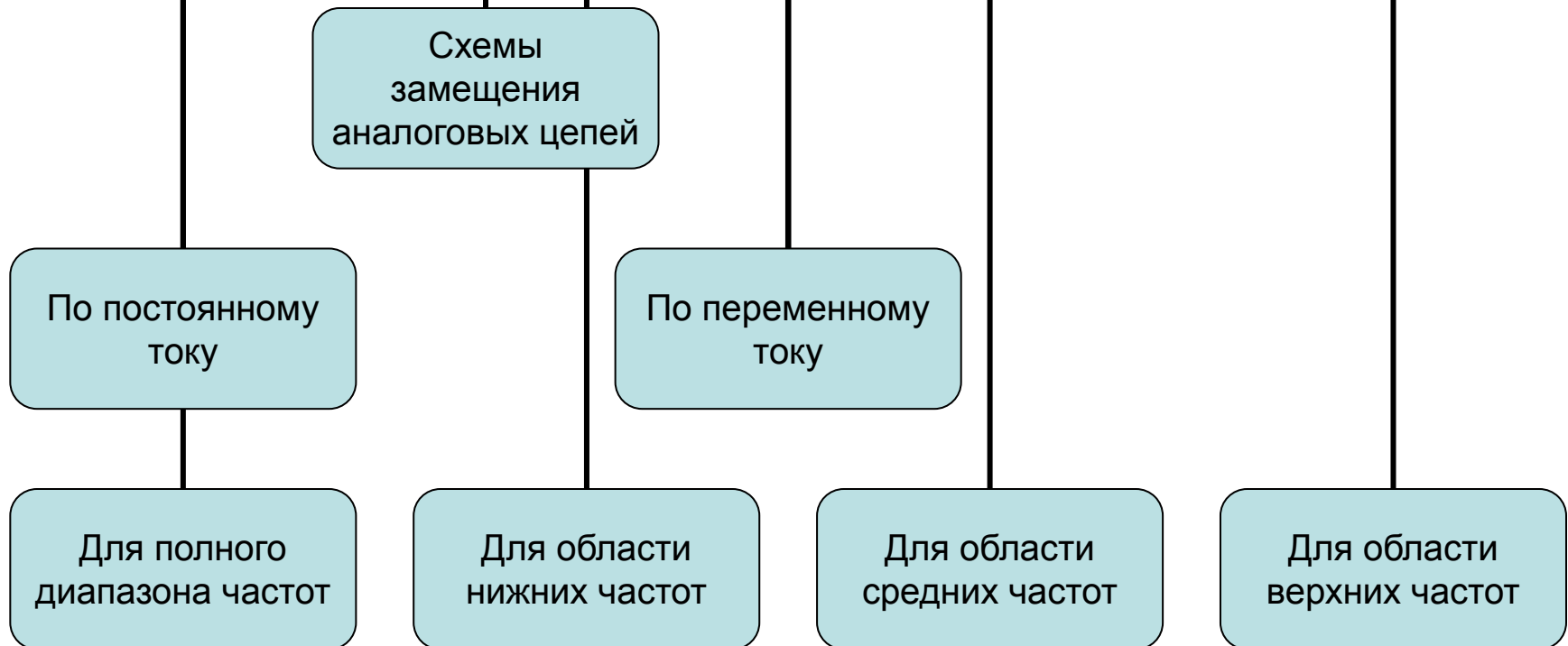
Топологические
матрицы

Топологические
уравнения

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Схемы замещения

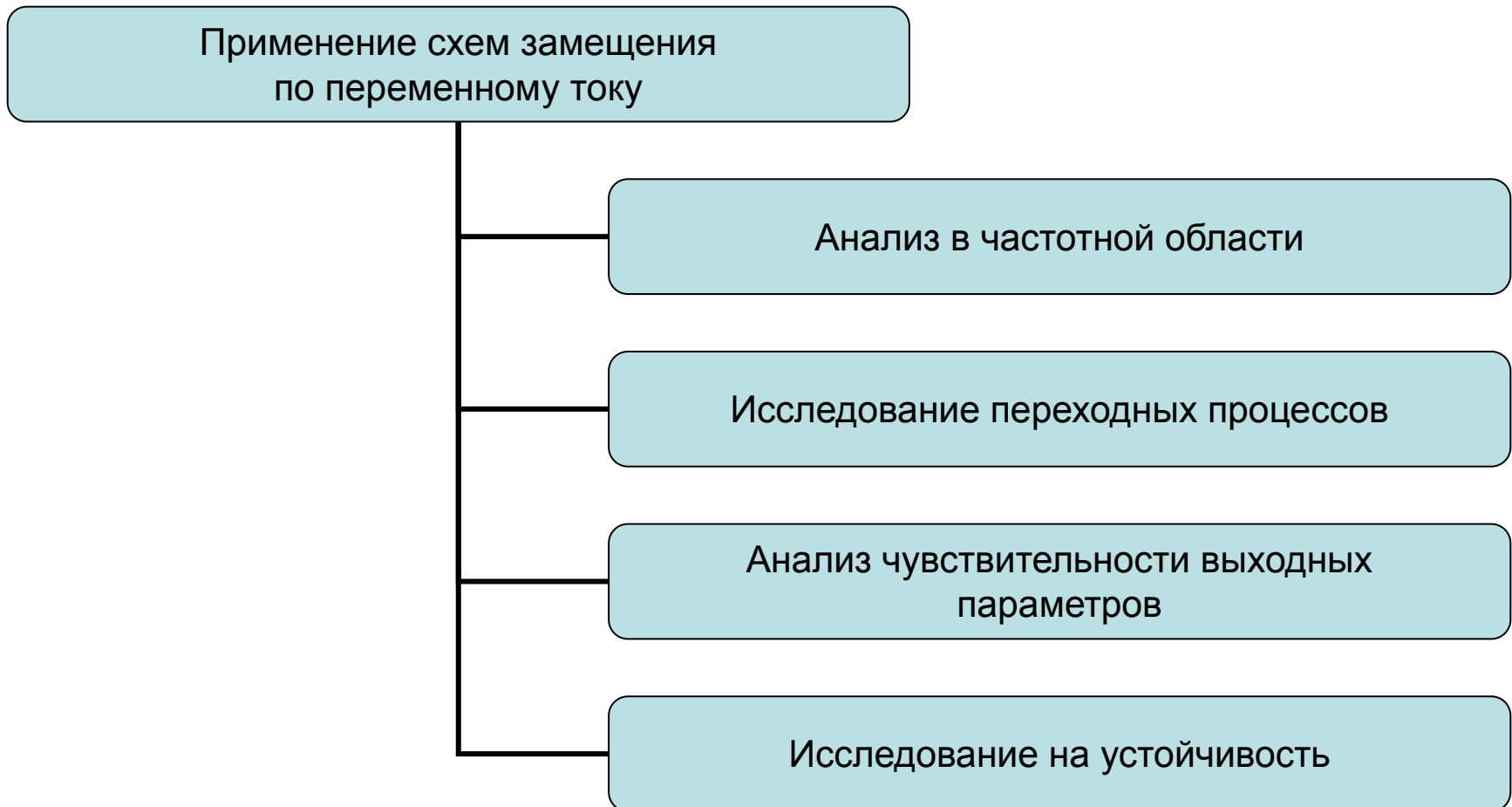
Схема замещения представляет собой топологическую модель, в которой реальные электронные компоненты представлены электрическими эквивалентными схемами. Для аналоговых электронных цепей формируются отдельные схемы замещения в соответствии с диаграммой



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Схемы замещения по переменному току

При исследовании аналоговых электронных схем наибольшее значение имеют схемы замещения по переменному току.



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Схемы замещения по переменному току

Правила формирования схем
замещения по переменному току

Ветви источников постоянного тока
размыкают, а источники постоянных
напряжений закорачивают

Активные компоненты представляют
условными графическими обозначениями либо
замещают эквивалентными схемами
для переменных сигналов

Реактивные элементы закорачивают, если
на рассматриваемых частотах их сопротивления малы,
и размыкают, если их сопротивления велики

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Схемы замещения по переменному току

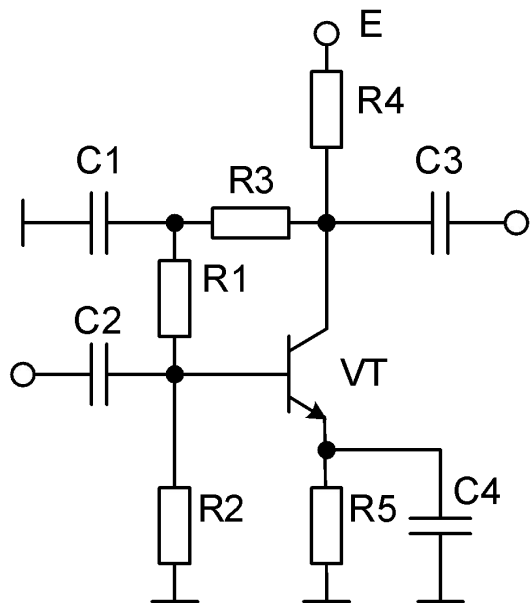


Схема УНЧ

C1 и C4 – блокировочные конденсаторы
C2 и C3 – разделительные конденсаторы

Конденсаторы на рабочих частотах
обладают малым сопротивлением

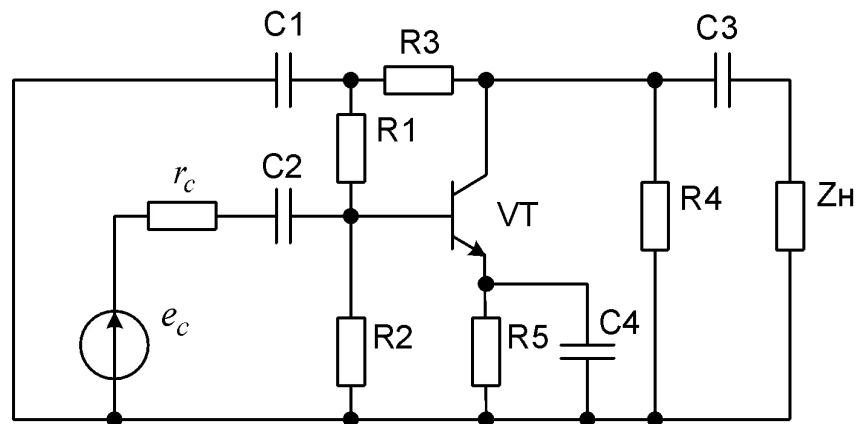


Схема замещения для полного диапазона частот

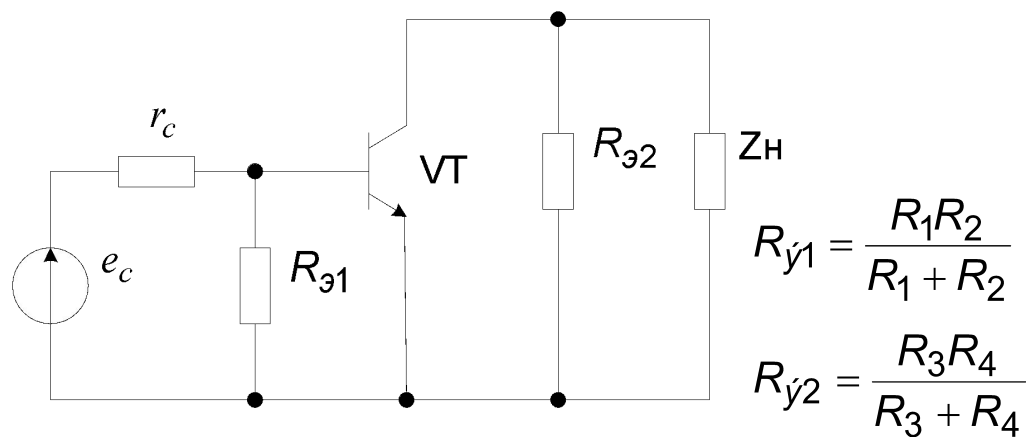


Схема замещения для рабочего диапазона частот

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Полюсные графы

Наиболее компактно структура электронной цепи отображается с помощью полюсных графов электронных схем.

Граф $G(X, A, \Gamma)$ представляет собой совокупность непустого множества вершин X ($X \neq \emptyset$), не пересекающегося с ним множества ребер A ($A \cap X \neq \emptyset$) и закона Γ , устанавливающего взаимосвязь между элементами множества вершин с помощью элементов множества ребер. Аналитически закон Γ описывается логическим высказыванием следующего вида

$$\Gamma(x_i, a_k, x_j) = \begin{cases} 1, & \text{вершины } x_i \text{ и } x_j \text{ связаны ребром } a_k \\ 0, & \text{вершины } x_i \text{ и } x_j \text{ не связаны ребром } a_k \end{cases}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Полюсные графы

Геометрически граф принято изображать совокупностью точек, взаимно однозначно соответствующих вершинам, и связывающих их линий произвольной кривизны, взаимно однозначно соответствующих ребрам графа.

При необходимости учета направлений связей между вершинами графа соответствующим ребрам приписываются направления, отмечаемые стрелками, а сами ребра называют дугами. Графы, содержащие только ненаправленные ребра, называют *ненаправленными* графами. Графы, включающие только направленные ребра (дуги), называют *направленными* или *ориентированными* графами, а также *орграфами*. Графы, содержащие как направленные, так и ненаправленные ребра, носят название *смешанных*.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

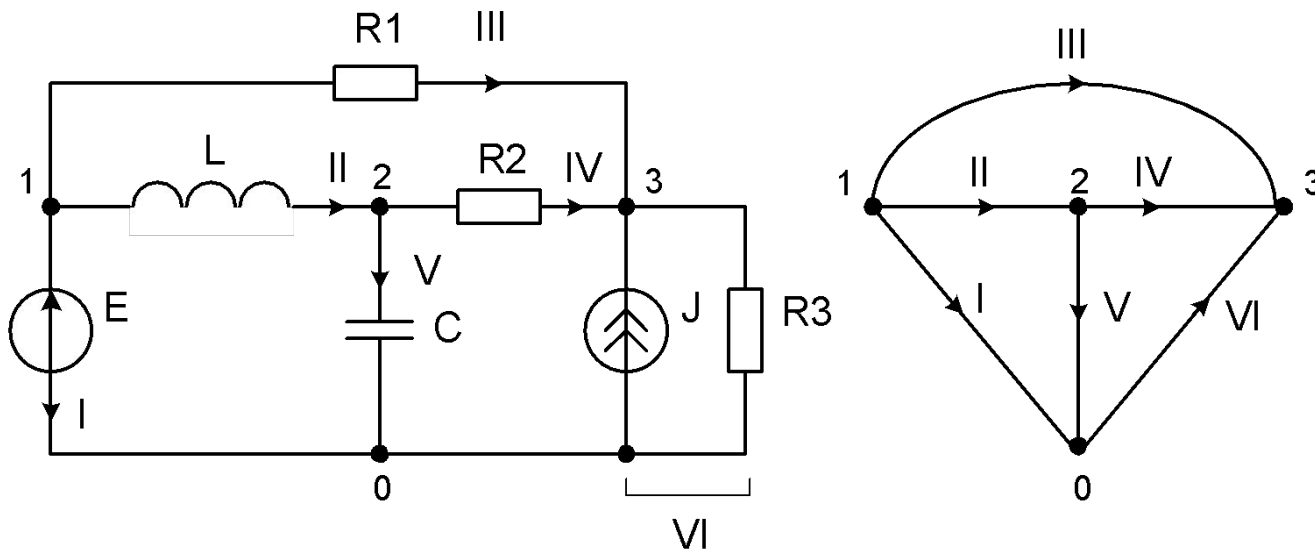
Полюсные графы

Полюсный граф электронной схемы представляет собой граф, вершины которого соответствуют узлам схемы, ребра – ветвям схемы, а в качестве закона Γ выступает порядок связей ветвей схемы между собой. Ребрам полюсного графа приписывают направления, совпадающие с положительными направлениями токов соответствующих ветвей. При этом в ветви, содержащей источник э.д.с. положительное направление тока следует выбирать противоположным направлением э.д.с. Последовательно и параллельно включенные ветви схемы в полюсном графе могут быть объединены в эквивалентные дуги.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Полюсные графы

Формирование полюсного графа электронной схемы



Источник тока J и сопротивление $R3$ представлены одной эквивалентной дугой, направление которой совпадает с направлением задающего тока J .

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

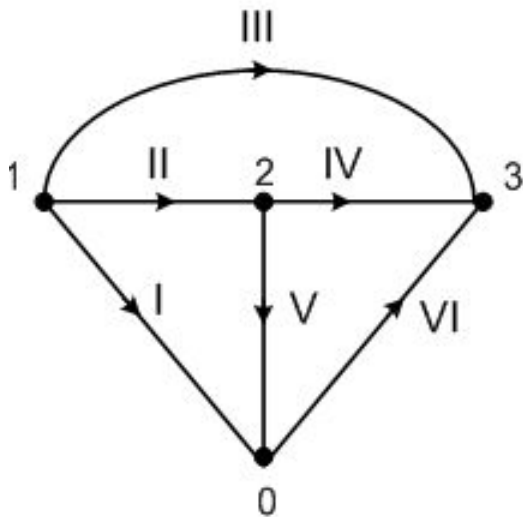
Полюсные графы

Ребро графа и его граничная вершина называются *инцидентными* друг другу: вершина инцидентна ребру, ребро инцидентно вершине. В орграфах различают положительную инцидентность (дуга исходит из вершины) и отрицательную инцидентность (дуга заходит в вершину). Число ребер, инцидентных i -ой вершине, называют *степенью вершины* t_{ij} , при этом петля учитывается дважды. Вершина со степенью, равной 1, называется *концевой* или *висячей*.

Граничные вершины какого-либо ребра называют *смежными*. Количество ребер, соединяющих смежные вершины i и j , называют *взаимной степенью* t_{ij} этих вершин.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.2. Топологические модели электронных схем Полюсные графы

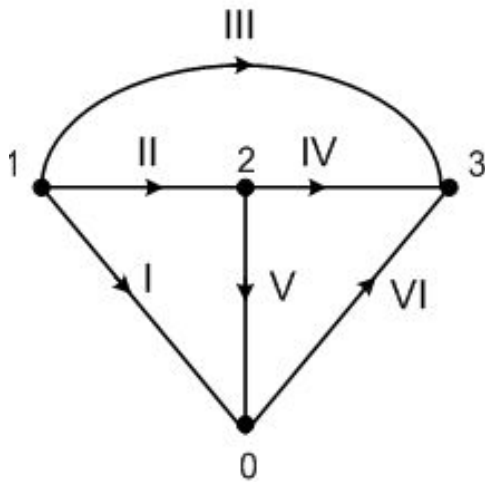


Полюсный граф

В полюсном графе инцидентными вершине 1 являются дуги I, II, III; вершине 2 – дуги II, IV, V и т.д.. Смежными вершинами являются 1 и 2, 1 и 3, 2 и 3 и т. д.. Степени всех вершин графа равны 3, а взаимные степени – равны 1.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Полюсные графы



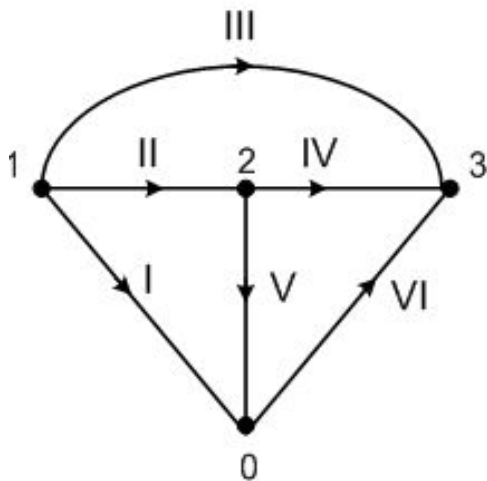
Полюсный граф

Последовательность смежных ребер графа и инцидентных им вершин называется **цепью**. Примером простых цепей в полюсном графе являются последовательности ребер I, II (длина цепи равна 2); I, V, IV (длина цепи равна 3); II, IV, VI (длина цепи равна 3) и т.д.

Замкнутая цепь называется **циклом**. Простыми циклами полюсного графа являются последовательности ребер I, V, II (длина цикла равна 3); I, V, IV, III (длина цикла равна 4) и т.д.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Полюсные графы



Полюсный граф

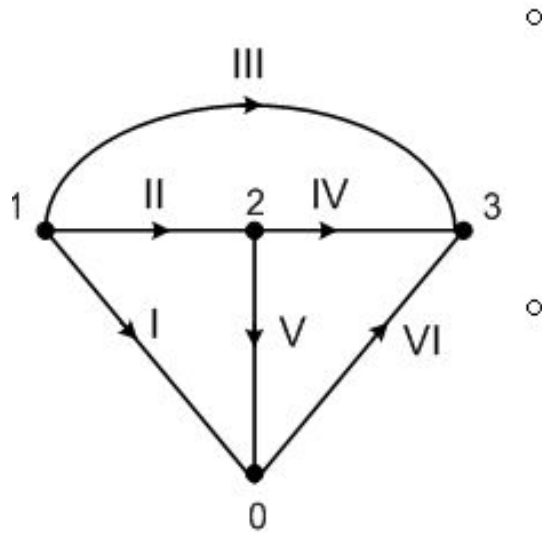
Последовательность смежных однонаправленных дуг и инцидентных им вершин ориентированного графа называется *путем*. Замкнутый путь называется *контуром*.

Примером простых путей в полюсном графе являются последовательности дуг I, VI (длина пути равна 2); II, V (длина пути равна 2); III (длина пути равна 1) и т.д.

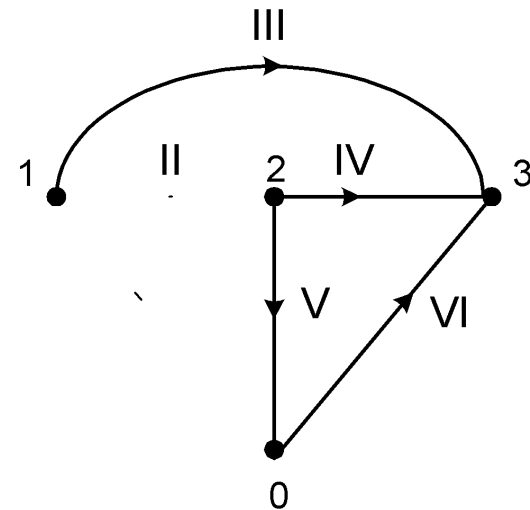
2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.2. Топологические модели электронных схем Полюсные графы

Часть графа, содержащая некоторое подмножество ребер и все вершины исходного графа, называется *суграфом*.



Исходный граф



Суграф

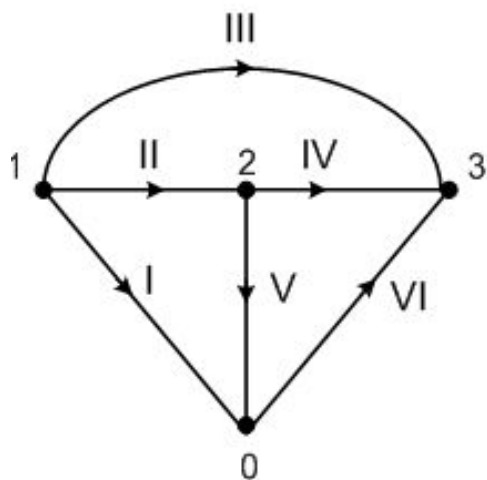
2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Полюсные графы

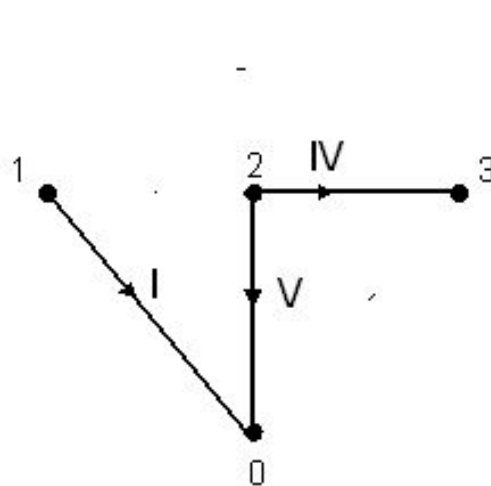
Две вершины графа называются *связанными*, если между ними существует цепь. Граф, любая пара вершин которого связана, называют *связным графом*. В противном случае граф называется *несвязным*. Несвязный граф представляет собой совокупность отдельных частей (подграфов), называемых *компонентами*. Любая связная совокупность ребер графа, не содержащая контуров, вместе с инцидентными им вершинами образует *дерево графа*. Если такое дерево является суграфом, то оно называется *покрывающим деревом* или *остовом*. Ребра дерева называют *ветвями*. Ребра графа, не входящие в покрывающее дерево (остов), образуют *дополнение дерева* и называются *хордами*. Дерево, содержащее все вершины исходного графа, называют *фундаментальным деревом* этого графа. При этом ребра фундаментального дерева в общем случае не совпадают с ребрами исходного графа. Частным случаем фундаментального дерева является покрывающее дерево графа.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

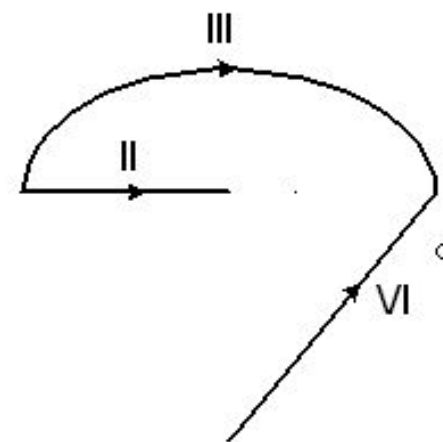
Полюсные графы



Исходный граф



Покрывающее дерево



Дополнение дерева

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Топологические матрицы

Виды
топологических
матриц

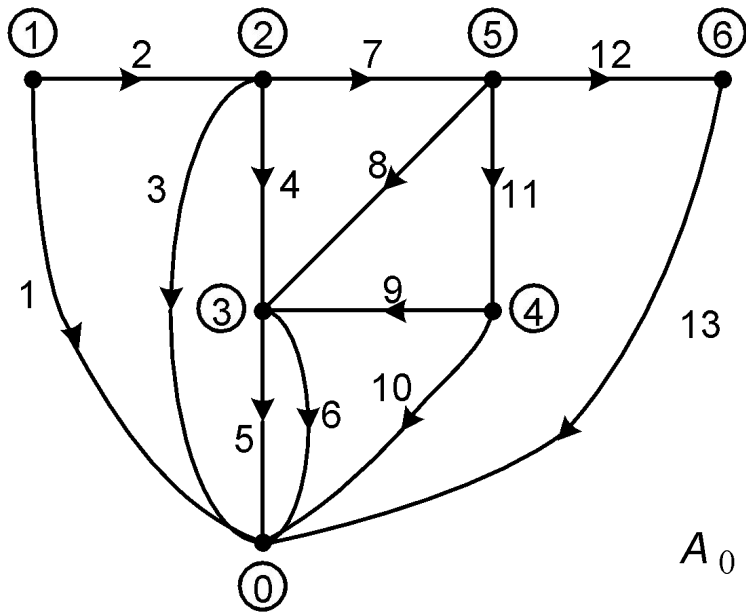
Сокращенная
структурная
матрица

Матрица
независимых
сечений

Матрица
независимых
контуров

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Сокращенная структурная матрица



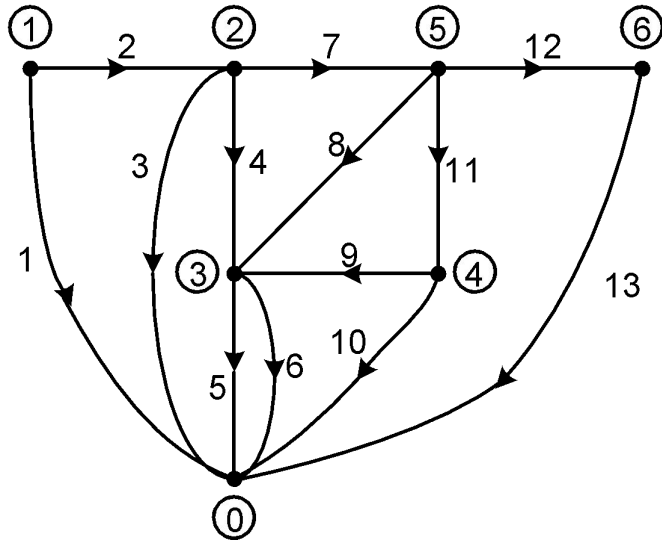
Полюсный граф

Сокращенная структурная матрица

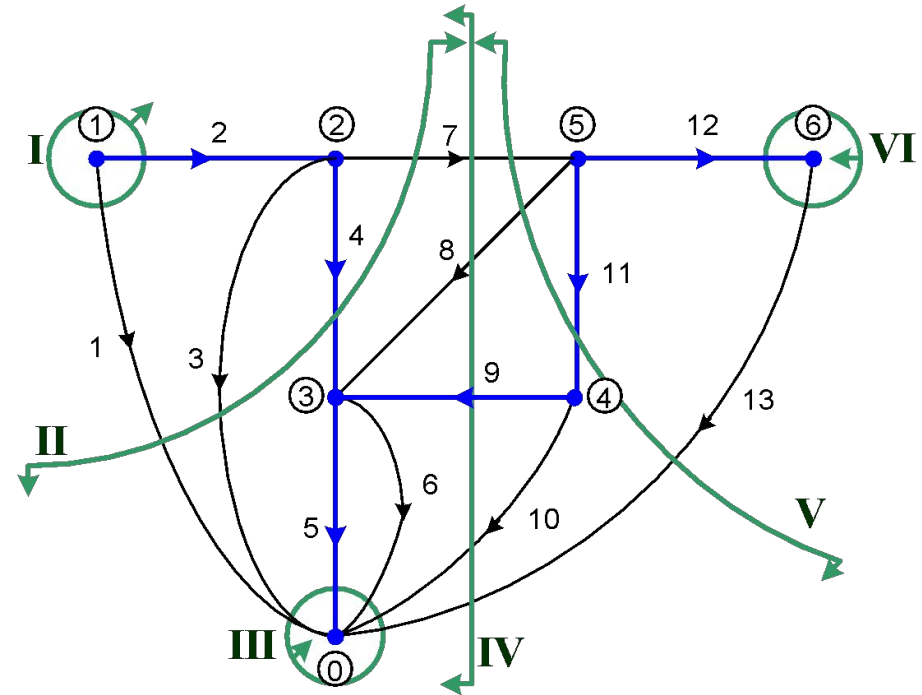
$$A_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Матрица независимых сечений (П)



Полюсный граф

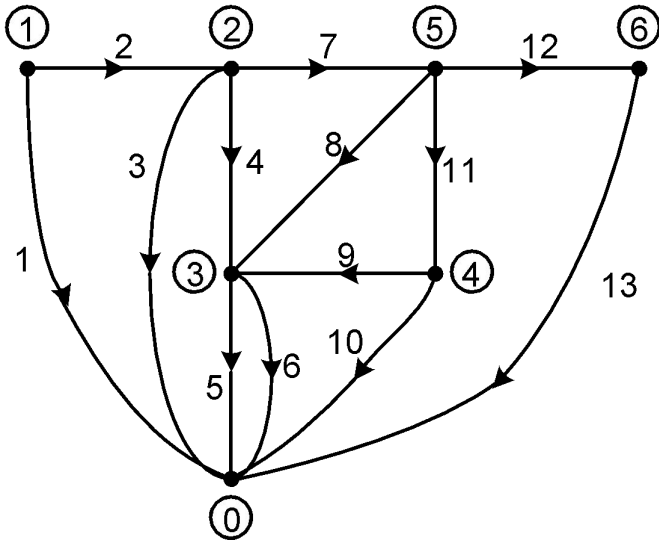


Система независимых сечений

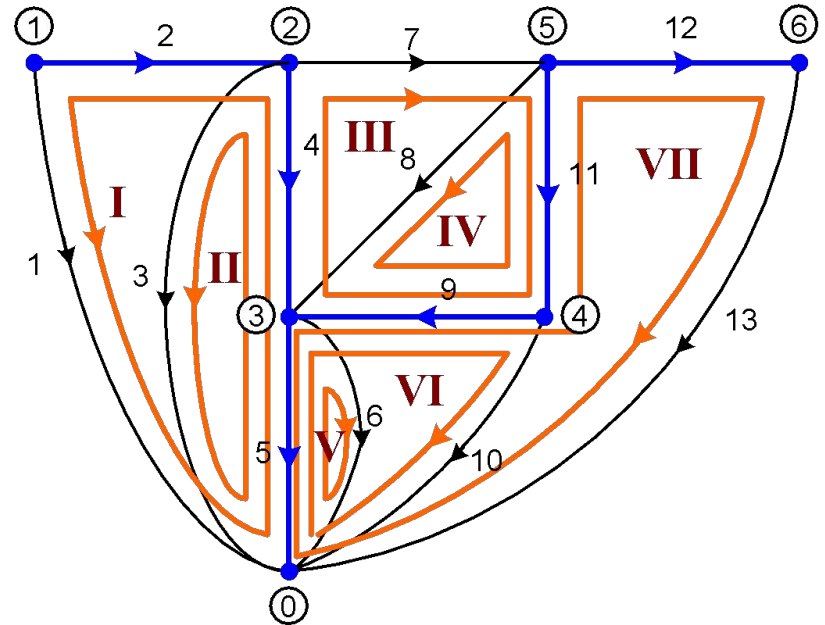
$$\dot{I} = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ \text{I} & \left[\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right. \end{matrix}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Матрица независимых контуров (P)



Полюсный граф



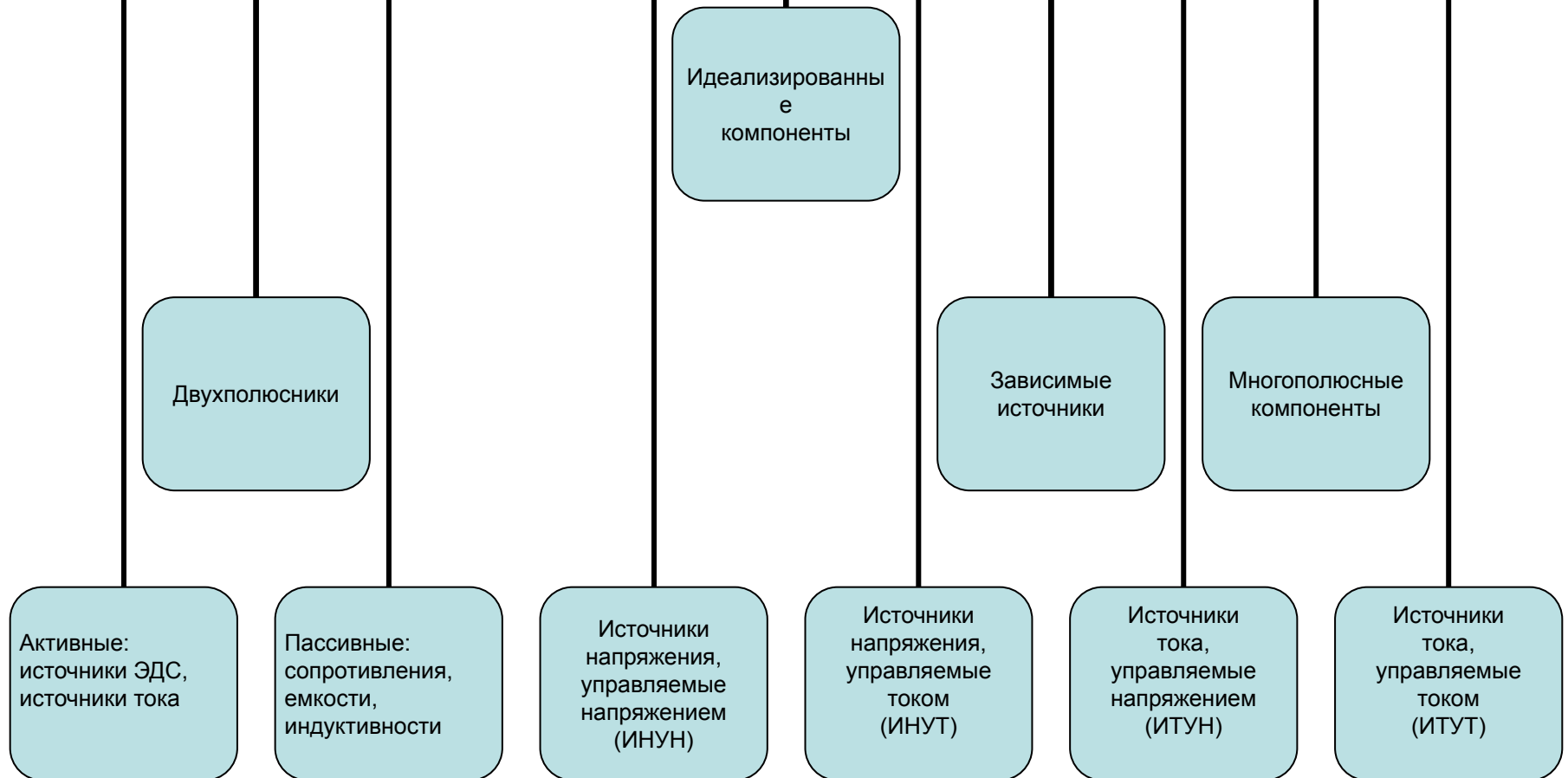
Система независимых контуров

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \\ \text{V} \\ \text{VI} \\ \text{VII} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Математические модели компонентов электронных схем

Для унификации математического описания принято все многообразие реальных компонентов электронных схем сводить к ограниченному числу идеализированных схемных компонентов.



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Электронные компоненты цепей (транзисторы, диоды, тиристоры, резисторы, конденсаторы и т.п.) могут быть представлены эквивалентными схемами, состоящими из идеальных схемных компонентов. В зависимости от режима работы электронной схемы и задачи исследования, эквивалентные схемы можно подразделить на следующие группы:

- низкочастотные линейные малосигнальные для квазилинейного режима на низких частотах;
- нелинейные постоянного тока для статического режима и больших низкочастотных сигналов;
- высокочастотные линейные малосигнальные для квазилинейного режима на высоких частотах;
- нелинейные универсальные для переходных режимов при больших сигналах.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Применение той или иной эквивалентной схемы чаще всего является результатом выбора наилучшего компромисса между двумя противоречивыми требованиями: достаточно высокой степенью точности отображения реальных процессов и предельной простоты модели. Использование при анализе электронных схем универсальных эквивалентных схем, снимает этот вопрос, но при этом решение сравнительно простых задач неоправданно усложняется. Поэтому представление электронных компонентов их эквивалентными схемами различных уровней является оправданным.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

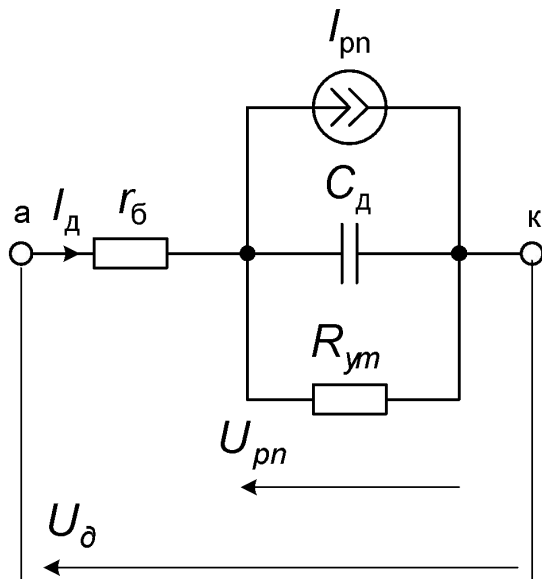
Эквивалентные схемы пассивных двухполюсников

Эквивалентные схемы пассивных двухполюсных электронных компонентов, как правило, содержат идеальные схемные компоненты, отражающие основные физические параметры (для резистора – сопротивление, для конденсатора – емкость, для катушки индуктивности - индуктивность) и, при необходимости, паразитные параметры (индуктивности выводов, межвитковые емкости, омическое сопротивление обмотки катушки индуктивности, сопротивление утечки и т.д.).

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Нелинейная универсальная эквивалентная схема полупроводникового диода описывает вольт-амперные характеристики (ВАХ) прибора, а также его динамические свойства при прямом и обратном смещении.



Параметры эквивалентной схемы :

- I_{pn} – источник тока, моделирующий ВАХ идеального p - n -перехода;
- C_d – нелинейная ёмкость перехода;
- $R_{ут}$ – сопротивление утечки;
- $r_б$ – сопротивление базы диода;
- U_{pn} – напряжение на p - n -переходе;
- $U_д$ – напряжение на диоде.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Нелинейной универсальной эквивалентной схеме полупроводникового диода соответствуют уравнения :

$$I_{\text{д}} = I_{\text{pn}} + \frac{U_{\text{pn}}}{R_{\text{ут}}} + C_{\text{д}} \frac{dU_{\text{pn}}}{dt}$$

$$I_{\text{pn}} = I_0 \left[\exp\left(\frac{U_{\text{pn}}}{\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right]$$

$$U_{\text{ä}} = r_{\text{ä}} I_{\text{ä}} + U_{\text{pn}} = r_{\text{ä}} I_{\text{ä}} + \varphi_{\text{T}} \ln\left(\frac{I_{\text{pn}}}{I_0} + 1\right)$$

$$C_{\text{д}} = C_{\text{б}} + C_{\text{дифф.}}$$

$$C_{\text{б}} = C_{\text{б0}} \left(\frac{\varphi_{\text{к}}}{\varphi_{\text{к}} - U_{\text{pn}}} \right)^m$$

$$C_{\text{дифф.}} = \frac{\tau}{\varphi_{\text{T}}} (I_{\text{pn}} + I_0)$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

В уравнениях нелинейной универсальной эквивалентной схемы полупроводникового диода :

I_0 – обратный тепловой ток перехода (тепловой ток);

φ_T – фактическое значение температурного потенциала;

C_B и $C_{дифф}$ – барьерная и диффузионная емкости p-n-перехода;

C_{B0} – барьерная емкость при $U_{pn}=0$;

φ_k – контактная разность потенциалов;

m – параметр аппроксимации вольт-фарадной характеристики барьерной емкости;

τ – эффективное время жизни неосновных носителей в базе диода.

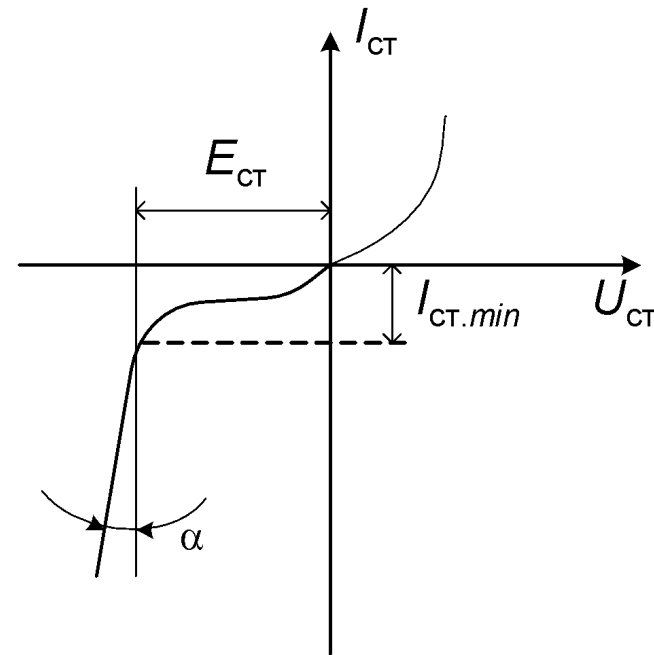
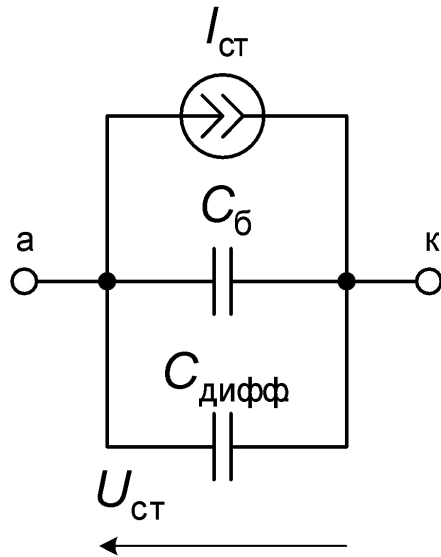
Эффективное время жизни τ в полупроводниковых диодах обычно составляет $(0,1 \div 0,2)$ мкс, но в ряде случаев может быть на порядок больше или меньше этих значений. Значение контактной разности потенциалов у кремниевых полупроводниковых диодов при температуре $T_0=300\text{K}$ достигает $(0,7 \div 0,8)$ В.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Нелинейная универсальная эквивалентная схема стабилитрона

Источник тока $I_{ст}$ моделирует вольт-амперную характеристику



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Ток источника тока I_{CT} является кусочно-непрерывной функцией от напряжения на стабилитроне. В зависимости от соотношения между напряжением стабилизации E_{CT} и падением напряжения на стабилитроне U_{CT} ВАХ стабилитрона разбивается на три области:

- область прямого смещения ($U_{CT} \geq 0$);
- предпробойная область ($-E_{CT} \leq U_{CT} < 0$);
- область пробоя ($-U_{CT} \leq -E_{CT}$).

$$I_{cm} = \begin{cases} I_0 \left[\exp\left(\frac{U_{cm}}{\varphi_T}\right) - 1 \right], & U_{cm} \geq 0, \\ A(U_{cm} + E_{cm})^B + \frac{U_{cm} + E_{cm}}{R_{проб}} - I_{cm.min}, & -E_{cm} \leq U_{cm} < 0, \\ \frac{U_{cm} + E_{cm}}{R_{проб}} - I_{cm.min}, & U_{cm} \leq -E_{cm}, \end{cases}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

В эквивалентной схеме стабилитрона :

- I_0 – обратный тепловой ток перехода (тепловой ток);
 φ_T – температурный потенциал
 $R_{\text{проб}} = \text{tg} \alpha$ – дифференциальное сопротивление в области пробоя
 $I_{\text{ст. min}}$ – минимальный ток стабилизации стабилитрона
 A и B – коэффициенты аппроксимации.

$$A = \frac{I_{\text{ст. min}} - \frac{E_{\text{ст}}}{R_{\text{проб}}}}{E_{\text{ст}}^B};$$

$$B = \frac{\frac{I_0}{\varphi_T} - \frac{1}{R_{\text{проб}}}}{\frac{I_{\text{ст. min}}}{E_{\text{ст}}} - \frac{1}{R_{\text{проб}}}};$$

$$C_b = C_{b0} \cdot \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - U_{\text{ст}}} \right)^m$$

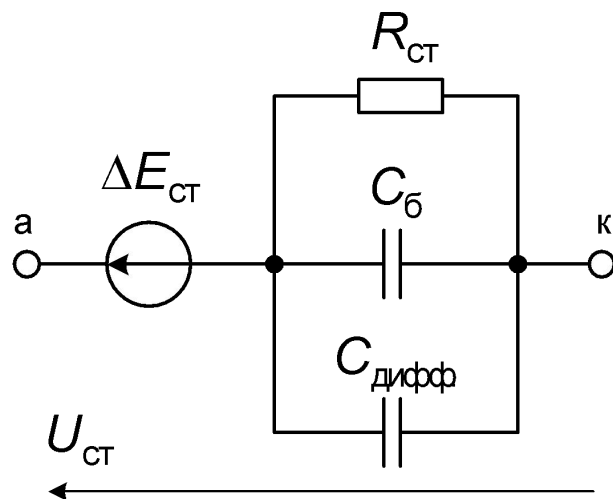
$$C_{\text{диф}} = \frac{\tau}{\varphi_T} \cdot (I_{\text{ст}} + I_0).$$

Параметры $C_{\text{диф}}$, C_b , C_{b0} , φ_k , m , τ имеют такой же смысл, что и для модели диода.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Линейная высокочастотная эквивалентная схема стабилитрона



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

В эквивалентной схеме стабилитрона :

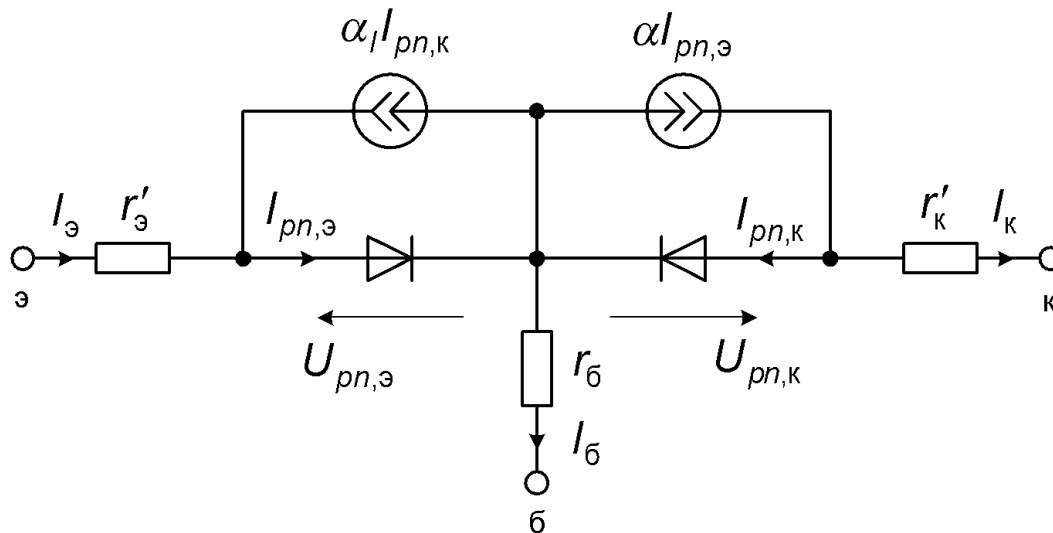
$R_{\text{ст}}$ – дифференциальное сопротивление р-п-перехода стабилитрона;
 $\Delta E_{\text{ст}}$ – автономный источник напряжения, который моделирует температурное изменение напряжения на стабилитроне.

$$R_{\text{см}} = \begin{cases} \frac{\varphi_T}{I_0 \exp\left(\frac{U_{\text{см}}}{\varphi_T}\right)}, & U_{\text{см}} \geq 0, \\ \left[AB(U_{\text{см}} + E_{\text{см}})^{B-1} + \frac{1}{R_{\text{проб}}} \right]^{-1}, & -E_{\text{см}} \leq U_{\text{см}} < 0, \\ R_{\text{проб}}, & U_{\text{см}} \leq -E_{\text{см}}. \end{cases}$$
$$C_{\text{б}} = C_{\text{б0}} \cdot \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - U_{\text{ст}}} \right)^m;$$
$$C_{\text{дифф}} = \frac{\tau}{R_{\text{ст}}}.$$
$$\Delta E_{\text{ст}} = \frac{\partial U_{\text{ст}}}{\partial T} \cdot \Delta T = \text{ТКН} \cdot \Delta T,$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Нелинейная эквивалентная схема биполярного транзистора, соответствующая статической инжекционной модели Эберса-Молла



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

В нелинейной эквивалентной схеме биполярного транзистора :

диоды отражают эмиттерный и коллекторный переходы;

$I_{pn,э}$ - это ток при заданном напряжении $U_{pn,э}$ протекающий через эмиттерный переход при закороченном коллекторном переходе;

$I_{pn,к}$ - это ток при заданном напряжении $U_{pn,к}$ протекающий через коллекторный переход при закороченном эмиттерном переходе;

связь переходов через область базы показана с помощью зависимых источников тока $\alpha I_{pn,э}$ и $\alpha' I_{pn,к}$ управляемых токами $I_{pn,э}$ и $I_{pn,к}$ соответственно;

α - это интегральный коэффициент передачи тока эмиттера для большого сигнала при нормальном включении транзистора;

α' - это интегральный коэффициент передачи тока коллектора для большого сигнала при инверсном включении транзистора;

сопротивления r_B , r_k' , $r_э'$ представляют собой объемные и контактные сопротивления областей базы, коллектора и эмиттера.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

В нелинейной эквивалентной схеме биполярного транзистора :

$$I_{pn,э} = I_{эбк} \left[\exp\left(\frac{U_{pn,э}}{m_э \varphi_T}\right) - 1 \right] \quad I_{pn,к} = I_{кбк} \left[\exp\left(\frac{U_{pn,к}}{m_к \varphi_T}\right) - 1 \right]$$

$I_{эбк}$, $I_{кбк}$ - начальные токи эмиттерного и коллекторного переходов;
 $m_э$, $m_к$ - эмпирические коэффициенты, характеризующие отклонение граничных условий от условий Шокли при высоких уровнях инжекции и учитывающие влияние токов утечки, канальных токов и токов рекомбинации-генерации.

Для кремниевых транзисторов наиболее вероятные значения $m_э$ и $m_к$ лежат в пределах $1,2 \div 2$, для германиевых транзисторов – в пределах $1,2 \div 1,5$.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Полагая в первом приближении, что $m_{\text{э}} = m_{\text{к}} = m$, и пренебрегая объемными сопротивлениями областей транзистора, модель Эберса-Молла можно представить системой уравнений:

$$I_{\text{э}} = I_{\text{эбк}} \left[\exp\left(\frac{U_{\text{бэ}}}{m\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right] - \alpha_I I_{\text{кбк}} \left(\exp\left(\frac{U_{\text{бк}}}{m\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right)$$

$$I_{\text{к}} = \alpha I_{\text{эбк}} \left(\exp\left(\frac{U_{\text{бэ}}}{m\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right) - I_{\text{кбк}} \left[\exp\left(\frac{U_{\text{бк}}}{m\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right]$$

$$I_{\text{б}} = I_{\text{э}} - I_{\text{к}} = I_{\text{эбк}} (1 - \alpha) \left[\exp\left(\frac{U_{\text{бэ}}}{m\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right] + I_{\text{кбк}} (1 - \alpha_I) \left(\exp\left(\frac{U_{\text{бк}}}{m\varphi_{\text{T}}}\right) - 1 \right)$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Для удобства определения параметров модели уравнения Эберса-Молла целесообразно представить через обратные токи переходов транзистора:

$$I_{\text{э}} = \frac{I_{\text{эб0}}}{1 - \alpha\alpha_I} \left[\exp\left(\frac{U_{\text{бэ}}}{m\varphi_T}\right) - 1 \right] - \alpha_I \frac{I_{\text{кб0}}}{1 - \alpha\alpha_I} \left(\exp\left(\frac{U_{\text{бк}}}{m\varphi_T}\right) - 1 \right)$$

$$I_{\text{к}} = \alpha \frac{I_{\text{эб0}}}{1 - \alpha\alpha_I} \left(\exp\left(\frac{U_{\text{бэ}}}{m\varphi_T}\right) - 1 \right) - \frac{I_{\text{кб0}}}{1 - \alpha\alpha_I} \left[\exp\left(\frac{U_{\text{бк}}}{m\varphi_T}\right) - 1 \right]$$

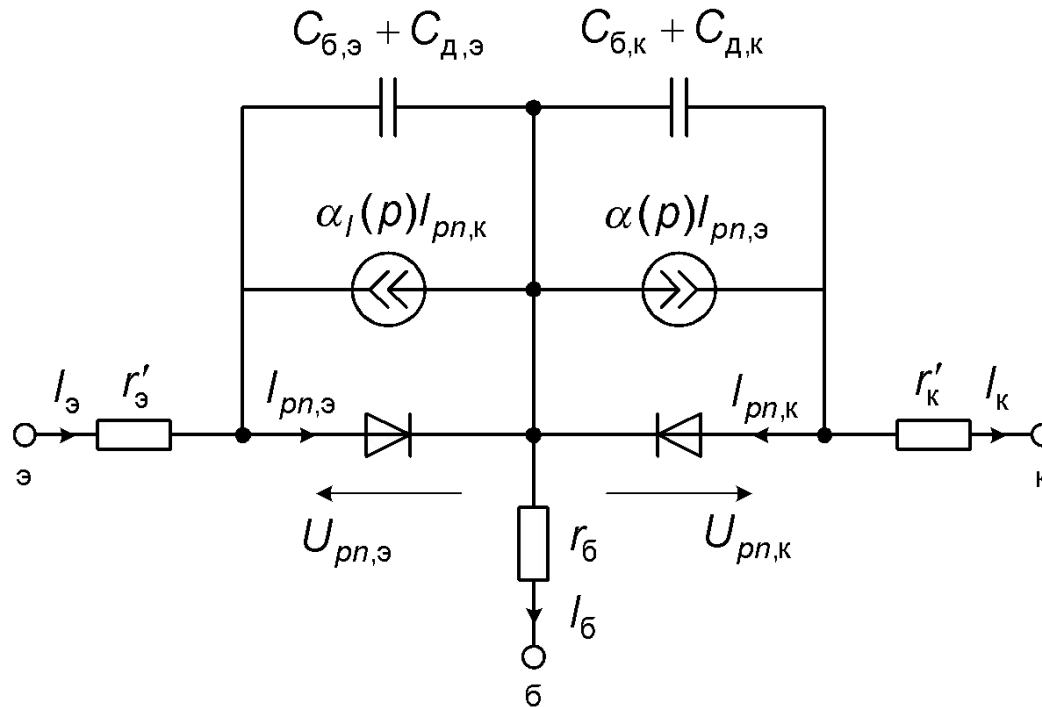
$$I_{\text{б}} = I_{\text{эб0}} \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha\alpha_I} \left[\exp\left(\frac{U_{\text{бэ}}}{m\varphi_T}\right) - 1 \right] + I_{\text{кб0}} \frac{1 - \alpha_I}{1 - \alpha\alpha_I} \left(\exp\left(\frac{U_{\text{бк}}}{m\varphi_T}\right) - 1 \right)$$

$$\alpha I_{\text{эб0}} = \alpha_I I_{\text{кб0}}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Нелинейная универсальная эквивалентная схема биполярного транзистора



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Барьерные емкости биполярного транзистора :

$$C_{б,э} = C_{б0,э} \left(\frac{\varphi_{к,э}}{\varphi_{к,э} - U_{pn,э}} \right)^n \qquad C_{б,к} = C_{б0,к} \left(\frac{\varphi_{к,к}}{\varphi_{к,к} - U_{pn,к}} \right)^n$$

$C_{б0,э}$ — барьерные емкости эмиттерного и коллекторного переходов при $U_{pn,э}=0$ и $U_{pn,к}=0$ соответственно

$\varphi_{к,э}$ и $\varphi_{к,к}$ — контактные разности потенциалов эмиттерного и коллекторного переходов;

n — параметр аппроксимации вольт-фарадной характеристики барьерной емкости.

Диффузионные емкости биполярного транзистора :

$$C_{д,э} = \frac{I_{эбк} \tau_I}{\lambda \varphi_T} \exp \left[\frac{U_{pn,э}}{\lambda \varphi_T} \right] \qquad C_{д,к} = \frac{I_{кбк} \tau_N}{\lambda \varphi_T} \exp \left[\frac{U_{pn,к}}{\lambda \varphi_T} \right]$$

λ — поправочный коэффициент;

τ_N и τ_I — эффективное время полета неосновных носителей через область базы при нормальном и инверсном включении транзистора соответственно.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Для учета конечного времени пролета носителей заряда через базу и через область объемного заряда коллекторного перехода в эквивалентной схеме Эберса-Молла используются динамические коэффициенты передачи токов эмиттера и коллектора, представленные операторными изображениями $\alpha(p)$, $\alpha_f(p)$.

Наиболее простая аппроксимация коэффициента передачи тока эмиттера имеет вид:

$$\alpha(p) = \frac{\alpha}{1 + p\tau_\alpha} \qquad \alpha(\omega) = \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_\alpha}\right)^2}} = \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_\alpha}\right)^2}}$$

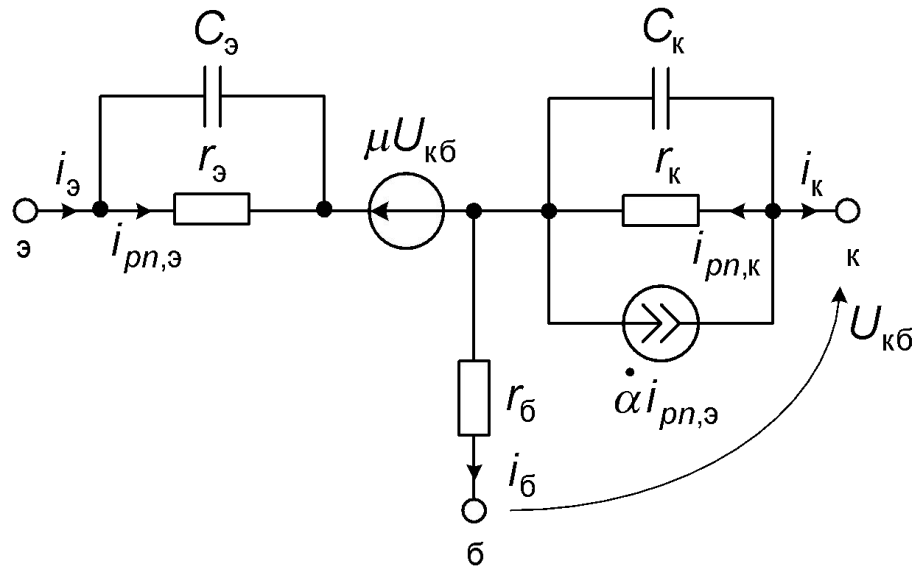
$$\varphi_\alpha(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_\alpha}\right) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_\alpha}\right) \qquad \alpha(t) = \alpha \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_\alpha}\right) \right]$$

где $f_\alpha = \frac{1}{2\pi\tau_\alpha}$ — предельная частота коэффициента передачи тока эмиттера

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

Высокочастотная линейная малосигнальная эквивалентная схема биполярного транзистора



2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Эквивалентные схемы электронных компонентов

В малосигнальной эквивалентной схеме биполярного транзистора :

- β – дифференциальный коэффициент передачи тока эмиттера для малого сигнала;
- $r_{э}$ – дифференциальное сопротивление эмиттерного перехода;
- $r_{к}$ – дифференциальное сопротивление коллекторного перехода;
- $r_{б}$ – объемное сопротивление области базы;
- μ – коэффициент внутренней обратной связи по напряжению;
- $C_{э}$, $C_{к}$ – дифференциальные емкости эмиттерного и коллекторного переходов

Эти параметры рассчитываются и достаточно точно контролируются в процессе изготовления транзистора. Емкость $C_{э}$ эмиттерного перехода обычно не учитывается.

$$r_{э} \approx \frac{\varphi_T}{I_{э}} = \frac{26}{I_{э}[\text{МА}]} [\text{ОМ}]$$

$$r_{к} = \sqrt{\frac{2q_e N_b}{\epsilon \epsilon_0} \frac{L_b^2}{w} \frac{\sqrt{U_{к.б.обр.}}}{\gamma I_{э}}}$$

$$\mu = \frac{r_{э}}{2 \cdot r_{к} \cdot (1 - \alpha)}$$

где

W – толщина базы;

L_b – диффузионная длина неосновных носителей заряда в базе;

N_b – концентрация примесей в базе;

γ – коэффициент инжекции

Емкости переходов составляют десятки и даже сотни пФ и обычно приводятся в справочниках.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

На рис. 2.22 приведена упрощенная линейная эквивалентная схема, соответствующая включению транзистора с общим эмиттером.

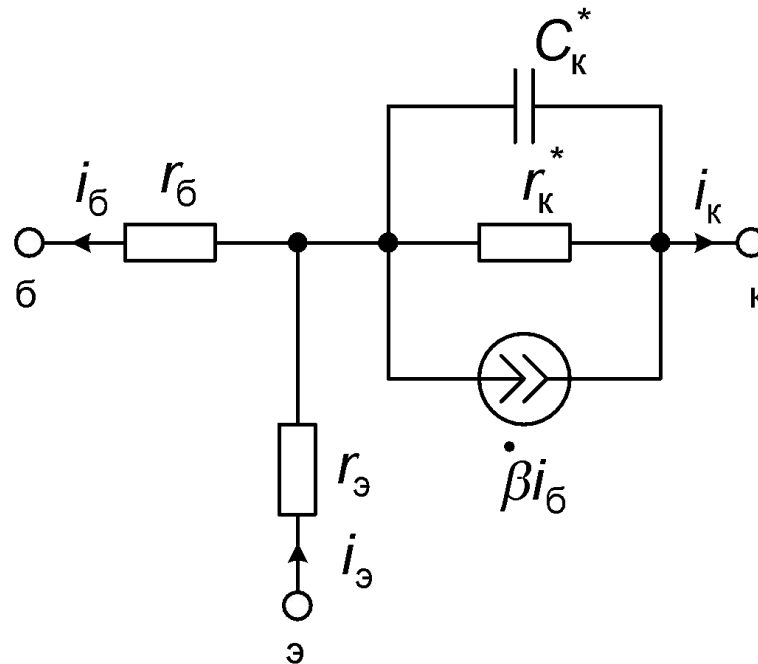


Рис. 2.22. Линейная эквивалентная схема биполярного транзистора, включенного с общим эмиттером

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Параметры эквивалентной схемы рис. 2.22 определяются соотношениями

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{\alpha}}{1 - \dot{\alpha}}, r_{\text{к}}^* = r_{\text{к}} \cdot (1 - \dot{\alpha}) = \frac{r_{\text{к}}}{1 + \dot{\beta}}, C_{\text{к}}^* = \frac{C_{\text{к}}}{1 - \dot{\alpha}} = C_{\text{к}} \cdot (1 + \dot{\beta}).$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Для коэффициента передачи тока базы чаще всего используют операторное изображение вида

$$\beta(p) = \frac{\beta}{1 + p\tau_\beta}$$

где

β – статический коэффициент передачи тока базы

$$\tau_\beta = \frac{\tau_\alpha}{1 - \alpha_{\text{базы}}} = \tau_\alpha (1 + \beta)$$

постоянная времени коэффициента передачи тока базы.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Амплитудно-частотная, фазо-частотная и переходная характеристики, соответствующие операторному изображению (2.35), имеют вид:

$$\beta(\omega) = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_\beta}\right)^2}} = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_\beta}\right)^2}}$$

$$\varphi_\beta(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_\beta}\right) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_\beta}\right)$$

$$\beta(t) = \beta \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_\beta}\right) \right]$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

где

$$f_{\beta} = \frac{1}{2\pi\tau_{\beta}} = (1 - \alpha) f_{\alpha}$$

f_{α} — предельная частота коэффициента передачи тока базы, на которой амплитуда

гармонического тока коллектора в раз меньше, чем амплитуда гармонического тока базы, а отставание по фазе тока коллектора от тока базы составляет 45 эл. град

Из выражений для f_{β} и τ_{β} следует, что коэффициент передачи тока базы обладает худшими частотными и переходными характеристиками, чем коэффициент передачи тока эмиттера.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Для анализа работы биполярных транзисторов в режиме малого сигнала широко используются линейные эквивалентные схемы биполярного транзистора как линейного проходного четырехполюсника в системах z -, y - и h -параметров. Параметры таких эквивалентных схем получают на основании измерения напряжений и токов на внешних полюсах транзистора, не рассматривая при этом внутренние физические процессы.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

В системе z-параметров основными величинами являются приращения входного и выходного токов, а второстепенными – приращения входного и выходного напряжений, связанные уравнениями

$$\begin{bmatrix} dU_{\text{ВХ}} \\ dU_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dI_{\text{ВХ}} \\ dI_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix}$$

где

$$z_{11} = \frac{\partial U_{\text{ВХ}}}{\partial I_{\text{ВХ}}} = \left. \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dI_{\text{ВХ}}} \right|_{dI_{\text{ВЫХ}}=0}$$

$$z_{12} = \frac{\partial U_{\text{ВХ}}}{\partial I_{\text{ВЫХ}}} = \left. \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dI_{\text{ВЫХ}}} \right|_{dI_{\text{ВХ}}=0}$$

$$z_{21} = \frac{\partial U_{\text{ВЫХ}}}{\partial I_{\text{ВХ}}} = \left. \frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dI_{\text{ВХ}}} \right|_{dI_{\text{ВЫХ}}=0}$$

$$z_{22} = \frac{\partial U_{\text{ВЫХ}}}{\partial I_{\text{ВЫХ}}} = \left. \frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dI_{\text{ВЫХ}}} \right|_{dI_{\text{ВХ}}=0}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Параметры z_{11} , z_{21} представляет собой входное сопротивление и сопротивление прямой передачи транзистора, определяемые при условии постоянства выходного тока. Параметры z_{12} , z_{22} представляет собой сопротивление обратной связи и выходное сопротивление транзистора, определяемые при постоянстве входного тока. Постоянство тока в ветви является режимом холостого хода для переменных сигналов, так как эквивалентно разрыву ветви для переменной составляющей тока.

Система z-параметров удобна для анализа и расчета электронных схем. Кроме того, зависимость z-параметров транзистора от режима работы и температуры просто выражается аналитически. Недостатком системы z-параметров является трудность определения параметров z_{11} и z_{21} , обусловленная сложностью обеспечения режима холостого хода по переменному току на выходе вследствие большого выходного сопротивления транзистора.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Эквивалентная схема биполярного транзистора как проходного четырехполюсника с короткозамкнутой стороной в системе z-параметров представлена на рис. 2.23

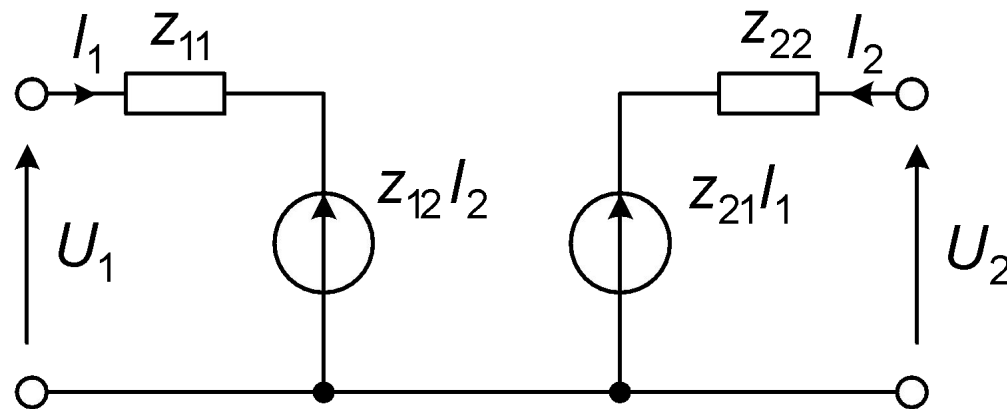


Рис. 2.23. Эквивалентная схема биполярного транзистора как проходного четырехполюсника с короткозамкнутой стороной в системе z-параметров

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

В системе у-параметров основными величинами являются приращения входного и выходного напряжений, а второстепенными – приращения входного и выходного токов, связанные уравнениями

$$\begin{bmatrix} dl_{\text{ВХ}} \\ dl_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dU_{\text{ВХ}} \\ dU_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix}$$

где

$$y_{11} = \frac{\partial I_{\text{ВХ}}}{\partial U_{\text{ВХ}}} = \left. \frac{dI_{\text{ВХ}}}{dU_{\text{ВХ}}} \right|_{dU_{\text{ВЫХ}}=0}$$

$$y_{12} = \frac{\partial I_{\text{ВХ}}}{\partial U_{\text{ВЫХ}}} = \left. \frac{dI_{\text{ВХ}}}{dU_{\text{ВЫХ}}} \right|_{dU_{\text{ВХ}}=0}$$

$$y_{21} = \frac{\partial I_{\text{ВЫХ}}}{\partial U_{\text{ВХ}}} = \left. \frac{dI_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}} \right|_{dU_{\text{ВЫХ}}=0}$$

$$y_{22} = \frac{\partial I_{\text{ВЫХ}}}{\partial U_{\text{ВЫХ}}} = \left. \frac{dI_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВЫХ}}} \right|_{dU_{\text{ВХ}}=0}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Параметры y_{11} , y_{21} представляют собой входную проводимость и проводимость прямой передачи транзистора, определяемые при постоянном выходном напряжении. Параметры y_{12} , y_{22} представляет собой проводимость обратной связи транзистора и выходную проводимость, определяемые при постоянстве входного напряжения. Постоянство напряжения является режимом короткого замыкания для переменных сигналов, так как эквивалентно закорачиванию соответствующего участка цепи.

Недостатком системы y -параметров является малая точность измерения параметров y_{12} и y_{22} , что объясняется трудностью обеспечения режима короткого замыкания по переменному току на входе из-за малого входного сопротивления транзистора. Кроме того, y -параметры имеют сложную зависимость от температуры, режима и частоты.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Эквивалентная схема биполярного транзистора как проходного четырехполюсника с короткозамкнутой стороной в системе y -параметров представлена на рис. 2.24.

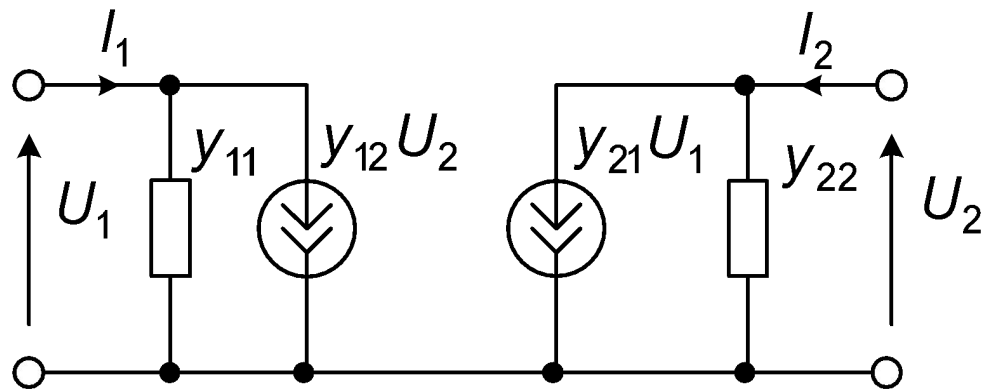


Рис. 2.24. Эквивалентная схема биполярного транзистора как проходного четырехполюсника с короткозамкнутой стороной в системе y -параметров

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

В системе h-параметров основными величинами являются приращения входного тока и выходного напряжения, а второстепенными – приращения входного напряжения и выходного тока, связанные уравнениями

$$\begin{bmatrix} dU_{\text{ВХ}} \\ dl_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dl_{\text{ВХ}} \\ dU_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix}$$

где

$$h_{11} = \frac{\partial U_{\text{ВХ}}}{\partial I_{\text{ВХ}}} = \left. \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dI_{\text{ВХ}}} \right|_{dU_{\text{ВЫХ}}=0}$$

$$h_{12} = \frac{\partial U_{\text{ВХ}}}{\partial U_{\text{ВЫХ}}} = \left. \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dU_{\text{ВЫХ}}} \right|_{dI_{\text{ВХ}}=0}$$

$$h_{21} = \frac{\partial I_{\text{ВЫХ}}}{\partial I_{\text{ВХ}}} = \left. \frac{dI_{\text{ВЫХ}}}{dI_{\text{ВХ}}} \right|_{dU_{\text{ВЫХ}}=0}$$

$$h_{22} = \frac{\partial I_{\text{ВЫХ}}}{\partial U_{\text{ВЫХ}}} = \left. \frac{dI_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВЫХ}}} \right|_{dI_{\text{ВХ}}=0}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Система h -параметров является смешанной (гибридной), так как h -параметры имеют разную размерность: h_{11} имеет размерность сопротивления, h_{22} - размерность проводимости, а параметры h_{12} и h_{21} являются безразмерными.

Параметр h_{11} представляет собой входное сопротивление транзистора, а h_{21} - коэффициент передачи тока, определяемые при условии постоянства выходного напряжения. Параметр h_{12} представляет собой коэффициент обратной связи по напряжению, а h_{22} - выходную проводимость транзистора, определяемые при постоянном входном токе.

Основным достоинством системы h -параметров является точность измерения, так как необходимые для измерения параметров режимы холостого хода на входе и короткого замыкания на выходе легко осуществимы. По этой причине система h -параметров нашла широкое практическое применение. Вместе с тем система h -параметров обладает недостатком, связанным со сложностью расчетных соотношений.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Эквивалентная схема биполярного транзистора как проходного четырехполюсника с короткозамкнутой стороной в системе h -параметров представлена на рис. 2.25.

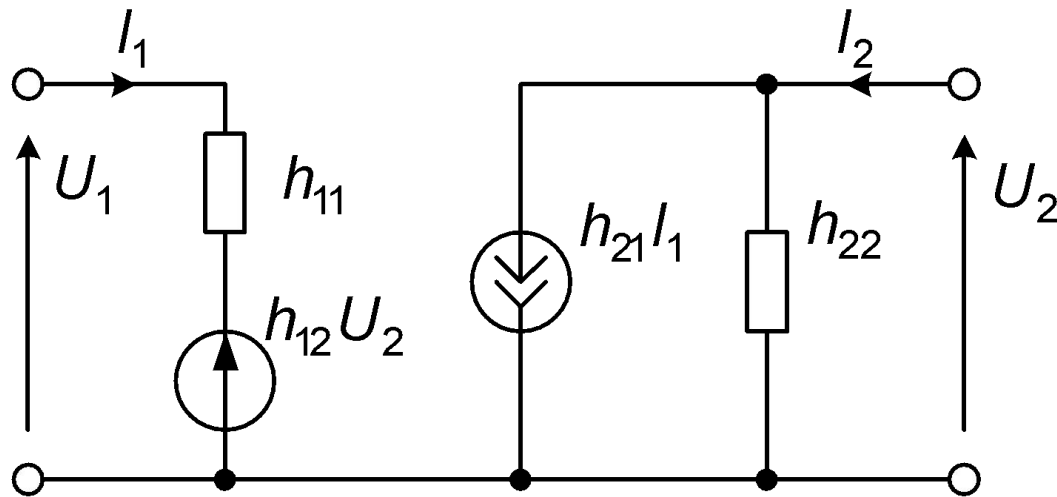


Рис. 2.25. Эквивалентная схема биполярного транзистора как проходного четырехполюсника с короткозамкнутой стороной в системе h -параметров

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Каждая из систем параметров однозначно определяет электрические свойства транзисторов в режиме малого сигнала и является одной из форм записи зависимостей между переменными составляющими токов и напряжений. Переход от одной систем параметров к другой достаточно прост. Для этого необходимо уравнения исходной системы решить относительно переменных, являющихся второстепенными в системе, к которой осуществляется переход. Полученные коэффициенты при токах и напряжениях определяют формулы пересчета (таблица 2.1).

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Таблица 2.1 – Взаимосвязь параметров проходного четырехполюсника

Исходный параметр	Вычисляемая величина		
	h	y	z
h	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{y_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -y_{12} \\ y_{21} & \Delta y \end{bmatrix}$	$\frac{1}{z_{22}} \begin{bmatrix} \Delta z & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{bmatrix}$
y	$\frac{1}{h_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \Delta h \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta z} \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}$
z	$\frac{1}{h_{22}} \begin{bmatrix} \Delta h & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta y} \begin{bmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ -y_{21} & y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$
$\Delta z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$ $\Delta y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$ $\Delta h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$			

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Значения параметров транзистора, представленного в виде проходного четырехполюсника, зависят от схемы его включения, поэтому в обозначениях параметров цифровые индексы дополняют буквами, которые обозначают вывод транзистора, соответствующий короткозамкнутой стороне четырехполюсника: “э” для схемы включения с общим эмиттером, “б” для схемы включения с общей базой, “к” для схемы включения с общим коллектором. Для перехода от параметров одной схемы включения транзистора, к параметрам другой схемы включения следует переменные исходной схемы включения выразить через переменные, которые для искомой схемы включения являются входными и выходными. Например, соотношения, связывающие h -параметры транзистора, включенного с общей базой, с h -параметрами транзистора, включенного с общим эмиттером, приведены в таблице 2.2.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Таблица 2.2 – Связь h-параметров схем с общей базой и общим эмиттером

h-параметры схемы ОЭ	Через h-параметры схемы ОБ	h-параметры схемы ОБ	Через h-параметры схемы ОЭ
$h_{11э}$	$\frac{h_{11б}}{1 + h_{21б}}$	$h_{11б}$	$\frac{h_{11э}}{1 + h_{21э}}$
$h_{12э}$	$\frac{h_{11б}h_{22б}}{1 + h_{21б}} - h_{12б}$	$h_{12б}$	$\frac{h_{11э}h_{22э}}{1 + h_{21э}} - h_{12э}$
$h_{21э}$	$-\frac{h_{21б}}{1 + h_{21б}}$	$h_{21б}$	$-\frac{h_{21э}}{1 + h_{21э}}$
$h_{22э}$	$\frac{h_{22б}}{1 + h_{21б}}$	$h_{22б}$	$\frac{h_{22э}}{1 + h_{21э}}$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Параметры транзистора как проходного четырехполюсника можно выразить через дифференциальные параметры физических линейных эквивалентных схем. Соответствующие формулы пересчета приведены в таблице 2.3.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Таблица 2.3 – Связь параметров транзистора с элементами низкочастотной эквивалентной схемы

Параметр	Схема с общим эмиттером	Схема с общей базой	Схема с общим коллектором
h_{11}	$r_{\text{б}} + \frac{r_{\text{э}}r_{\text{к}}}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$	$r_{\text{э}} + \frac{(1-\alpha)r_{\text{б}}r_{\text{к}}}{r_{\text{б}} + r_{\text{к}}}$	$r_{\text{б}} + \frac{r_{\text{э}}r_{\text{к}}}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$
h_{12}	$\frac{r_{\text{э}}}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$	$\frac{r_{\text{б}}}{r_{\text{б}} + r_{\text{к}}}$	$\frac{r_{\text{к}}(1-\alpha)}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$
h_{21}	$\frac{\alpha r_{\text{к}} - r_{\text{э}}}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$	$-\frac{r_{\text{б}} + \alpha r_{\text{к}}}{r_{\text{б}} + r_{\text{к}}}$	$-\frac{r_{\text{к}}}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$
h_{22}	$\frac{1}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$	$\frac{1}{r_{\text{б}} + r_{\text{к}}}$	$\frac{1}{r_{\text{э}} + r_{\text{к}}(1-\alpha)}$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Эквивалентная схема полевого транзистора с управляющим р-п-переходом и каналом n-типа, наиболее полно отражающая физические процессы в полевом транзисторе, представлена на рис. 2.26.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

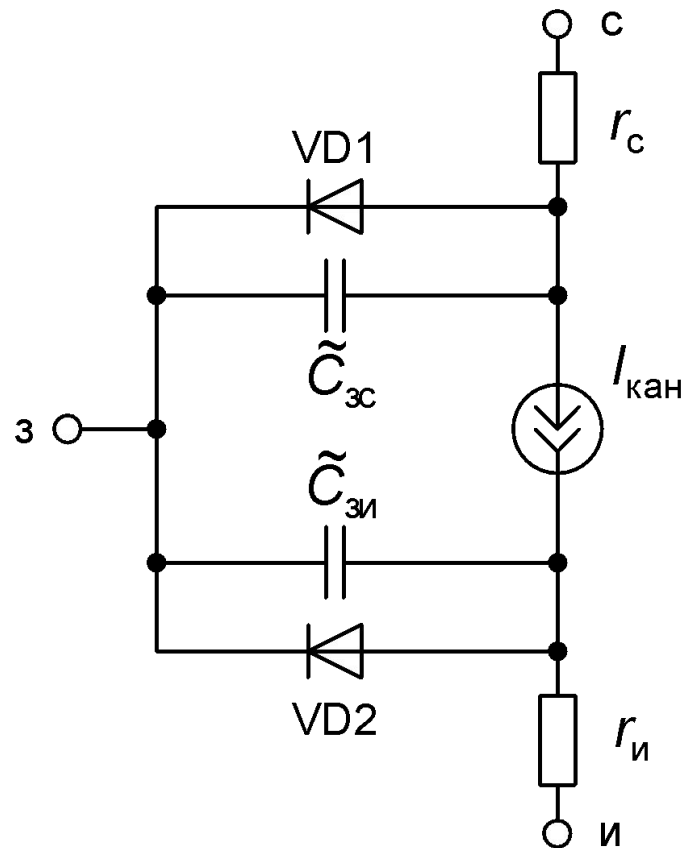


Рис. 2.26. Нелинейная универсальная эквивалентная схема полевого транзистора с управляющим р-п-переходом

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Эквивалентная схема содержит:

- нелинейный источник тока $I_{\text{кан.}}$, который описывает статические вольт-амперные характеристики транзистора;
- сопротивления r_c и r_i между рабочей областью транзистора и выводами стока и истока;
- диоды VD1, VD2, соответствующие участкам управляющего перехода затвор-сток и затвор-исток;
- нелинейные емкости $\tilde{C}_{зи}$ между затвором и истоком и $\tilde{C}_{зс}$ между затвором и стоком.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Для малосигнального режима работы полевого транзистора эквивалентная схема рис. 2.26 упрощается и принимает вид рис. 2.27.

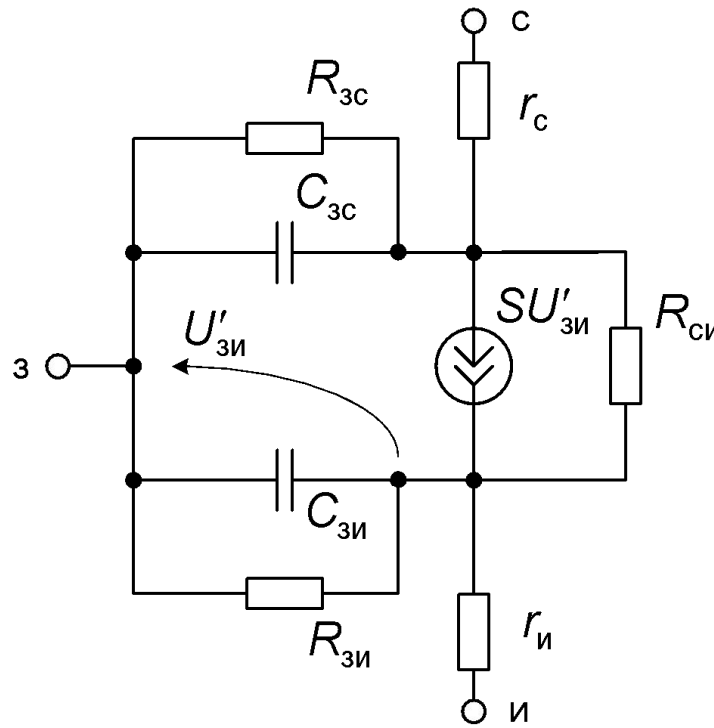


Рис. 2.27. Линейная малосигнальная эквивалентная схема полевого транзистора с управляющим р-п-переходом

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Поскольку при работе транзистора управляющий переход смещен в обратном направлении, диоды VD1 и VD2 представлены сопротивлениями $R_{зи}$, $R_{зс}$ соответствующих участков закрытого управляющего перехода.

Источник тока $I_{кан.}$ для малых приращений токов и напряжений представлен линейным зависимым источником тока $SU'_{зи}$ с параллельным внутренним сопротивлением $R_{си}$. Крутизна S передаточной характеристики и внутреннее сопротивление $R_{си}$ канала определяются выражениями:

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

$$S = S_{\text{нач}} \left(1 - \frac{|U_{\text{зи}}|}{U_{\text{зи.отс.}}} \right)$$
$$R_{\text{си}} = \left(\frac{L_0}{\sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{q_e N_{\text{д}}} (U_{\text{си}} - U_{\text{си.нас.}})}} - 1 \right) \frac{U_{\text{си}} - U_{\text{си.нас.}}}{I_{\text{с}}}$$

Где

$S_{\text{нач}} = \frac{2I_{\text{с.нач.}}}{U_{\text{зи.отс.}}}$ начальная крутизна;

L_0 – технологическая длина канала;

$N_{\text{д}}$ – концентрация донорной примеси в канале

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Нелинейные емкости $\tilde{C}_{зи}$, $\tilde{C}_{зс}$ заменены соответствующими постоянными усредненными емкостями $C_{зи}$ и $C_{зс}$.

Так как сопротивления $R_{зи}$, $R_{зс}$ в кремниевых полевых транзисторах велики (десятки – сотни МОм), их в большинстве случаев можно не учитывать.

Сопротивления $r_{и}$ и $r_{с}$ могут иметь значительную величину (до ста Ом и более) и оказывают существенное влияние на параметры транзистора. Наличие сопротивления $r_{и}$ уменьшает крутизну, сужает полосу рабочих частот, увеличивает напряжение насыщения и тепловые потери. Влияние сопротивления $r_{с}$ проявляется в увеличении напряжения насыщения и тепловых потерь. Тем не менее, сопротивления $r_{и}$, $r_{с}$ могут быть исключены из эквивалентной схемы, а их влияние отражено введением эффективной крутизны S^* и эффективного дифференциального сопротивления канала $R_{си}^*$.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

В первом приближении без учета сопротивлений $R_{зи}$, $R_{зс}$ и емкостей $C_{зи}$, $C_{зи}$ при $U_{си} = \text{const}$ можно записать:

$$dl_c = \frac{R_{си}}{R_{си} + r_{и} + r_c} S dU'_{зи} = \frac{R_{си}}{R_{си} + r_{и} + r_c} S (dU_{зи} - r_{и} dl_c) \quad (2.6)$$

а при $U_{зи} = \text{const}$

$$dU_{си} = (R_{си} + r_{и} + r_c) dl_c \quad (2.7)$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Из (2.6) следует

$$S^* = \left. \frac{dI_c}{dU_{зи}} \right|_{U_{си}=\text{const}} = \frac{R_{си}}{R_{си} + r_{и} + r_c} \cdot \frac{S}{1 + Sr_{и}}$$

а из (2.7):

$$R_{си}^* = \left. \frac{dU_{си}}{dI_c} \right|_{U_{зи}=\text{const}} = R_{си} + r_{и} + r_c$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

В результате малосигнальная эквивалентная схема принимает вид рис. 2.28

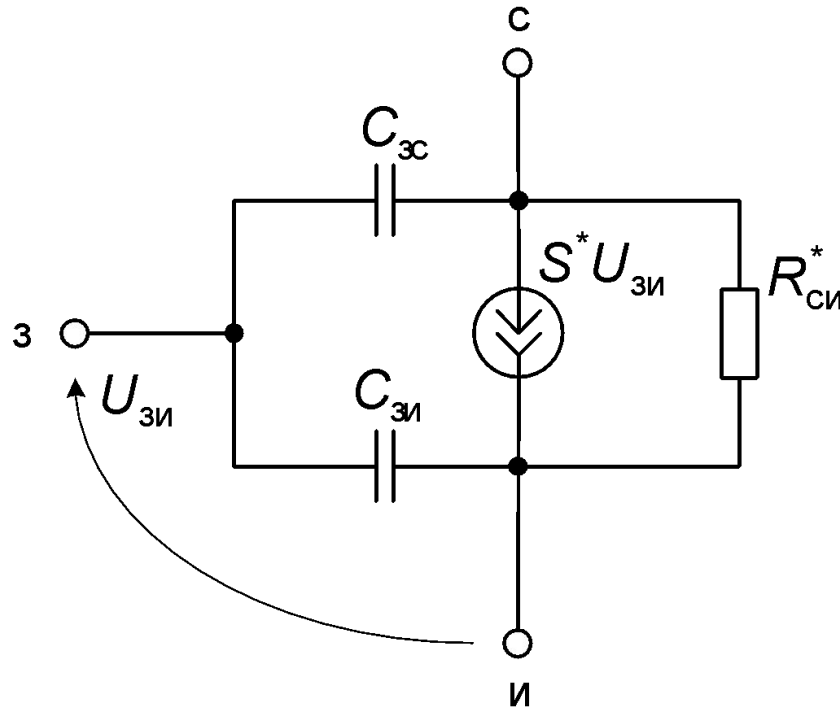


Рис. 2.28. Упрощенная малосигнальная эквивалентная схема полевого транзистора с управляющим р-п-переходом

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

При анализе и расчете электронных схем, содержащих МДП-транзисторы можно использовать эквивалентные схемы МДП-транзисторов, аналогичные рассмотренным эквивалентным схемам полевых транзисторов с управляющим р-п-переходом.

В практике анализа и расчета электронных схем, как правило, применяют макромоделли операционных усилителей. Высокочастотная эквивалентная схема операционного усилителя, соответствующая работе операционного усилителя в линейном режиме, представлена на рис. 2.29.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

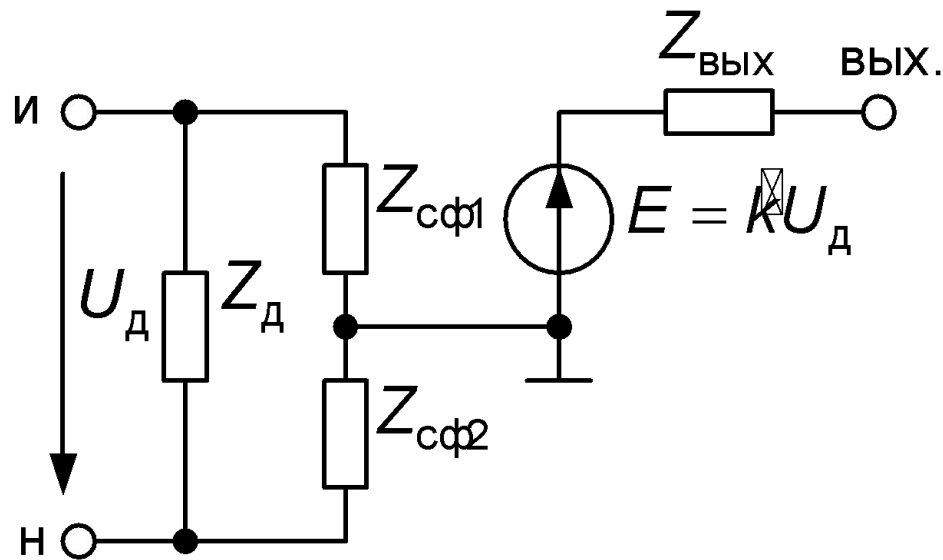


Рис. 2.29. Высокочастотная линейная эквивалентная схема операционного усилителя

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

Параметры высокочастотной эквивалентной схемы операционного усилителя определяются выражениями:

$$Z_{\text{д}} = \frac{R_{\text{д}}}{R_{\text{д}} C_{\text{д}} p + 1}$$

$$Z_{\text{сф.1}} = \frac{R_{\text{сф.1}}}{R_{\text{сф.1}} C_{\text{сф.1}} p + 1}$$

$$Z_{\text{сф.2}} = R_{\text{сф.2}} \parallel Z_{\text{Ссф.2}} = \frac{R_{\text{сф.2}}}{R_{\text{сф.2}} C_{\text{сф.2}} p + 1}$$

$$Z_{\text{вых}} = R_{\text{вых}} \parallel Z_{\text{Свых}} = \frac{R_{\text{вых}}}{R_{\text{вых}} C_{\text{вых}} p + 1}$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Эквивалентные схемы электронных компонентов

где

k - коэффициент усиления операционного усилителя;

$\tau_{\text{ОУ}}$ - постоянная времени операционного усилителя;

$R_{\text{д}}$ - входное сопротивление для входного дифференциального сигнала;

$R_{\text{сф.1}}$, $R_{\text{сф.2}}$ - входные сопротивления для входных синфазных сигналов;

$R_{\text{вых}}$ - выходное сопротивление;

$C_{\text{д}}$, $C_{\text{сф.1}}$, $C_{\text{сф.2}}$, $C_{\text{вых}}$ - паразитные емкости операционного усилителя.

Полагая в эквивалентной схеме рис. 2.29 и не учитывая паразитные емкости, можно получить низкочастотную линейную эквивалентную схему операционного усилителя.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

В зависимости от характера компонентов схемы ребра ее графа можно разделить на следующие типы:

- Ребра пассивных двухполюсников (сопротивлений, емкостей, индуктивностей);
- Ребра полюсных графов многополюсных компонентов;
- Ребра независимых источников (напряжения и тока);
- Ребра зависимых источников (напряжения и тока);
- Управляющие ребра (по напряжению и току) зависимых источников;
- Ребра искоемых токов и напряжений.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Каждому из ребер соответствует уравнение двухполюсного или многополюсного компонента (компонентное уравнение). В зависимости от вида компонентных уравнений ребра разбивают на два подмножества: y -ребра (уравнения выражают токи) и z -ребра (уравнения выражают напряжения). Ребра, которые допускают выражения как для токов, так и для напряжений, называют взаимно определенными. Отнесение ребра к одному из двух подмножеств зависит от его характера, связи с другими ребрами и процедуры формирования уравнений схемы. В общем случае токи y -ребер и напряжения z -ребер могут зависеть от токов и напряжений любых ребер графа, а также от задающих токов и напряжений.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Поэтому компонентные уравнения ребер графа электронной схемы можно записать в виде:

$$\begin{cases} \bar{I}_y = Y_B \bar{U}_y + N \bar{I}_z + N' \bar{I}_y + G' \bar{U}_z + \bar{J}_B, \\ \bar{U}_z = M \bar{U}_y + Z_B \bar{I}_z + R' \bar{I}_y + M' \bar{U}_z + \bar{E}_B, \end{cases} \quad (2.8)$$

где

\bar{I}_y, \bar{I}_z - векторы токов y-ребер и z-ребер;

\bar{U}_y, \bar{U}_z - векторы напряжений y-ребер и z-ребер;

\bar{J}_B - вектор задающих токов;

\bar{E}_B - вектор задающих э.д.с..

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Уравнения (2.8) можно объединить в одно обобщенное компонентное уравнение:

$$X'' = VX' + V'X'' + F \quad (2.9)$$

или

$$(\bar{1} - V')X'' = VX' + F$$

где X' и X'' выражаются через векторы токов и напряжений y - и z -ребер:

$$X' = \begin{bmatrix} \bar{U}_y \\ \bar{I}_z \end{bmatrix} \quad X'' = \begin{bmatrix} \bar{I}_y \\ \bar{U}_z \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Обобщенные компонентные матрицы V , V' и задающий вектор F имеют вид:

$$V = \begin{bmatrix} Y_B & N \\ M & Z_B \end{bmatrix} \quad V' = \begin{bmatrix} N' & G' \\ R' & M' \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \bar{J}_B \\ \bar{E}_B \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Элементами компонентных матриц являются параметры компонентов схемы. При этом в $Y_{\text{в}}$ входят проводимости u -двухполюсников и управляющие проводимости зависимых источников тока, управляемых напряжениями u -ребер, а в $Z_{\text{в}}$ – сопротивления z -двухполюсников и управляющие сопротивления зависимых источников напряжения, управляемых токами z -ребер. Элементами остальных субматриц являются соответствующие управляющие параметры зависимых источников.

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Обобщенное компонентное уравнение (2.9) можно упростить, если предположить, что y -ребра могут быть управляющими только по напряжению, а z -ребра – управляющими только по току. Тогда и (2.9) приводится к виду

$$X'' = VX' + F \quad (2.12)$$

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Это уравнение можно распространить и на общий случай, вводя при необходимости дополнительные управляющие ребра. Последовательно с управляющими по току y -ребрами вводят короткозамкнутые управляющие по току z -ребра, а параллельно с управляющими по напряжению z -ребрами – разомкнутые управляющие по напряжению y -ребра. Условные изображения управляющих ребер представлены на рис. 2.30.

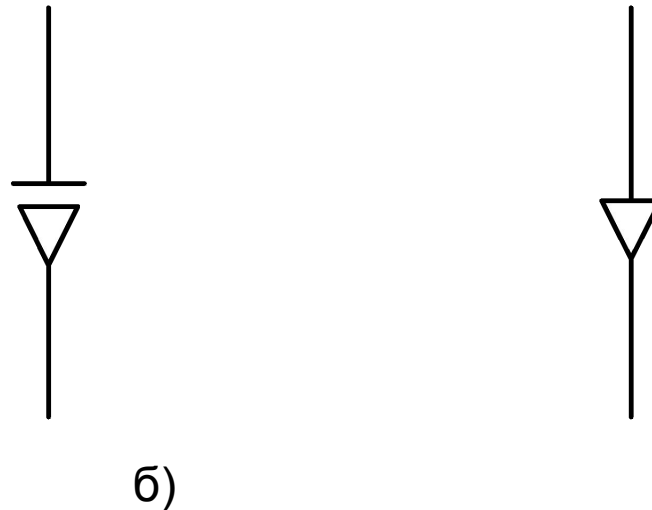


Рис. 2.30. Условные изображения разомкнутого (а) и короткозамкнутого (б) ребер полюсных графов

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Компонентные уравнения управляющих ребер имеют вид:

$$U_z = 0 \quad I_y = 0 \quad (2.13)$$

Специальные управляющие ребра вводят и в тех случаях, если управляющий ток или напряжение не совпадают с током или напряжением какого-либо ребра графа или если целесообразно исключить из числа управляющих какой-либо класс ребер (например, ребра реактивных двухполюсников или независимых источников).

2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

2.3. Математические модели компонентов электронных схем Компонентные уравнения

Если искомые токи и напряжения не совпадают с токами и напряжениями каких-либо ветвей схемы, вводят специальные ребра искомым величин – короткозамкнутые для токов и разомкнутые для напряжений. Их уравнения совпадают с (2.13).

Следует отметить, что выражения (2.8) могут применяться для описания нелинейных компонентных уравнений

$$\begin{cases} I_y = f(U_y, I_z, I_y, U_z, J_e); \\ U_z = \varphi(U_y, I_z, I_y, U_z, E_e). \end{cases} \quad (2.14)$$

их линеаризацией, при этом элементы компонентных матриц V , V' определяются частными производными выражений (2.14) и являются переменными величинами.