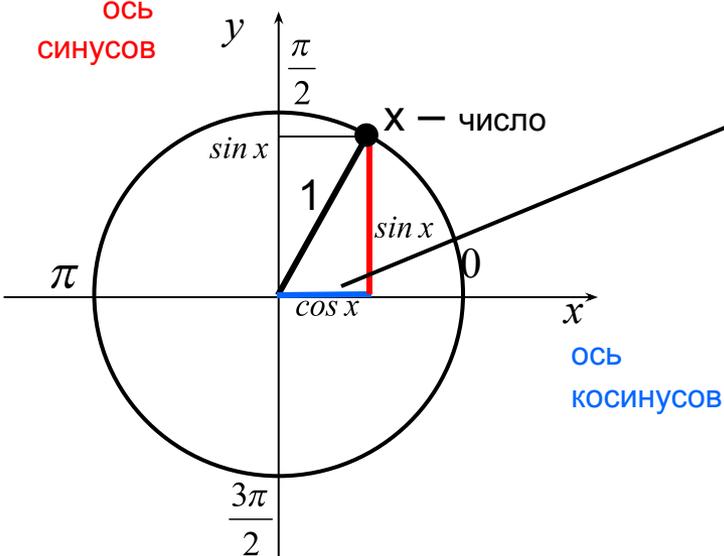


СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ОДНОГО УГЛА

ось
синусов



Соотношения между
тригонометрическими функциями
одного и того же угла:

1). $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2). $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

3). $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

4). $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

5). $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

6). $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$
 $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

Соотношения между
тригонометрическими
функциями
одного и того же угла:

1). $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2). $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

3). $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

4). $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

5). $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

6). $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

1) $7 \sin^2 x + 2 + 7 \cos^2 x = 7(\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 = 7 \cdot 1 + 2 = 9$

2) $\sin^2 3x + \cos^2 3x - 5 = 1 - 5 = -4$

3) $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \sin \alpha =$
 $= \sin \alpha + \sin \alpha = 2 \sin \alpha$

4) $1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha =$
 $= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

Соотношения между
тригонометрическими
функциями
одного и того же угла:

1). $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2). $\underline{\underline{\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}}$

3). $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

4). $\underline{\underline{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1}}$

5). $\underline{\underline{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}}}$

6). $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

$$\begin{aligned} 5) \quad & -\sin^2 x - \cos^2 x - \operatorname{tg}^2 x = -(\sin^2 x + \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 x) = \\ & = -(\underline{1 + \operatorname{tg}^2 x}) = -\frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad & \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\underline{\underline{\operatorname{ctg}^2 \alpha}}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \underline{\underline{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\underline{\underline{\cos^2 \alpha}}} = \\ & = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \stackrel{6)}{=} \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 \end{aligned}$$

**Соотношения между
тригонометрическими
функциями
одного и того же угла:**

1). $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2). $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

3). $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

4). $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

5). $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

6). $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

7) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

8) $\frac{1 - \sin \beta}{1 + \sin \beta} - \frac{1 - 2 \sin \beta}{\cos^2 \beta} = \frac{1 - \sin \beta}{1 + \sin \beta} - \frac{1 - 2 \sin \beta}{1 - \sin^2 \beta} =$
 $= \frac{1 - \sin \beta}{1 + \sin \beta} - \frac{1 - 2 \sin \beta}{(1 - \sin \beta)(1 + \sin \beta)} =$
 $= \frac{(1 - \sin \beta)^2 - (1 - 2 \sin \beta)}{(1 - \sin \beta)(1 + \sin \beta)} = \frac{1 - 2 \sin \beta + \sin^2 \beta - 1 + 2 \sin \beta}{(1 - \sin \beta)(1 + \sin \beta)} =$
 $= \frac{\sin^2 \beta}{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} = \operatorname{tg}^2 \beta$

**ДСР - Соотношения между синусом, косинусом,
тангенсом и котангенсом одного угла**

1. Вычислите:

а) $2 + \sin^2 4x + \cos^2 4x$

б) $8 - \sin^2 5x - \cos^2 5x$

2. $1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha$

3. $\frac{\cos x}{1 - \sin x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

4. $(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) \cdot \sin^2 \beta$

5. $1 - \cos^2 \beta + \operatorname{ctg}^2 \beta \sin^2 \beta$

6. $\frac{1 - \cos t}{1 + \cos t} - \frac{1 - 2 \cos t}{\sin^2 t}$

7. $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$

8. Найдите значение выражения

а) $2 - \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x$, если $\sin x = 0,1$

б) $\sin x + \cos x$, если $\sin x \cdot \cos x = 0,5$.

9. Определите знак выражения

$\sqrt{\cos^2 3 + 2 \cos 3 \cdot \sin 4 + \sin^2 4} + \sin 4$.
