

**3 СЕНТЯБРЯ.**

**Аксиомы стереометрии.**

**Следствия из аксиом.**

# Геометрия

```
graph TD; A[Геометрия] --> B[Планиметрия]; A --> C[Стереометрия];
```

Планиметрия

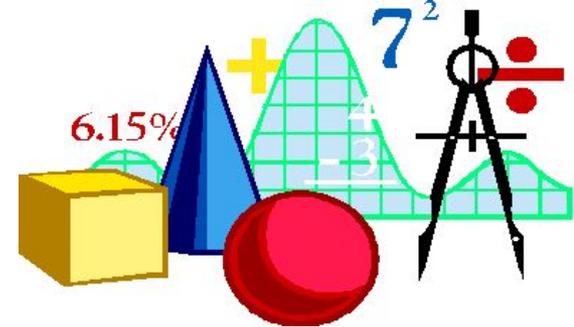
Стереометрия

*stereos* - телесный, твердый, объемный, пространственный

*metreo* - измерять

# Стереометрия.

Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.

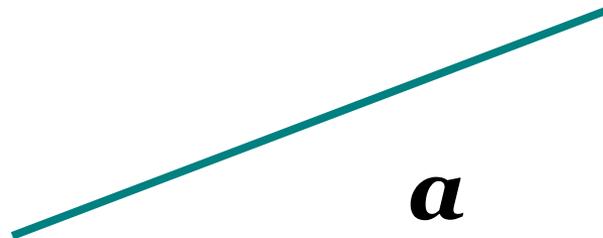


## Основные фигуры в пространстве:

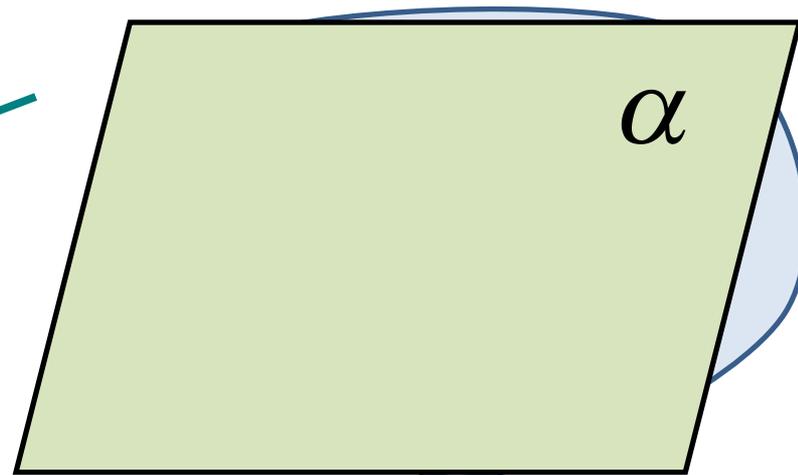
*Точка.*

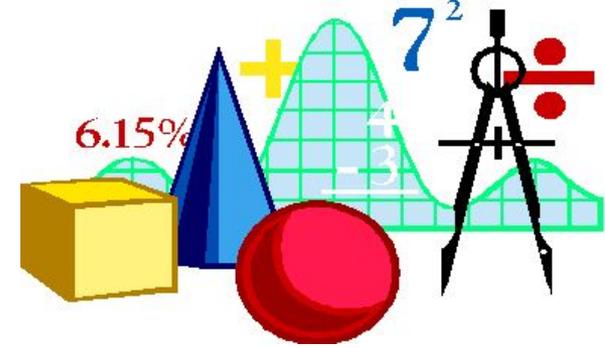


*Прямая.*



*Плоскость.*





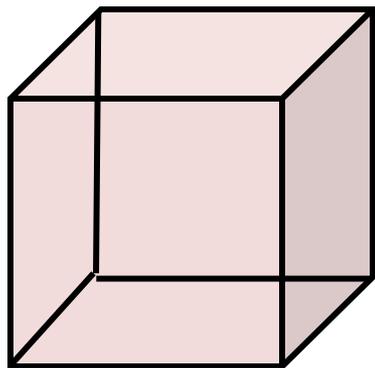
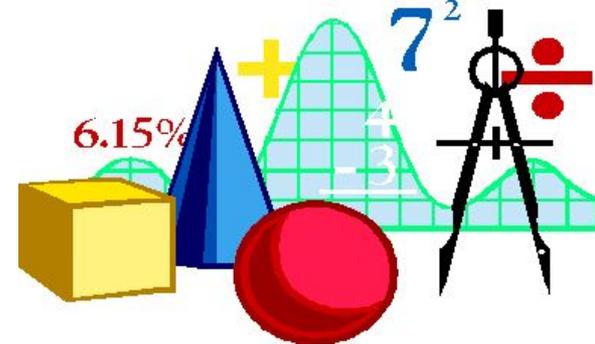
# Обозначение основных фигур в пространстве:

*точка*       $A, B, C, \dots$

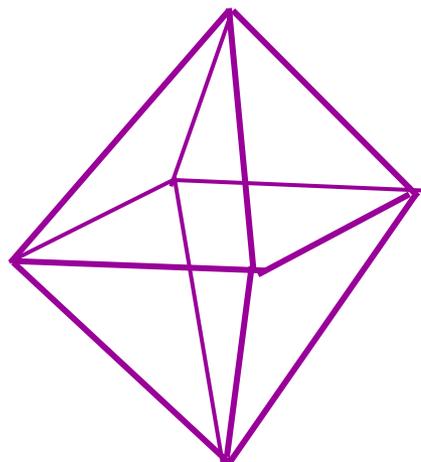
*прямая*       $a, b, c, \dots$   
или  
 $AB, BC, CD, \dots$

*плоскость*       $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

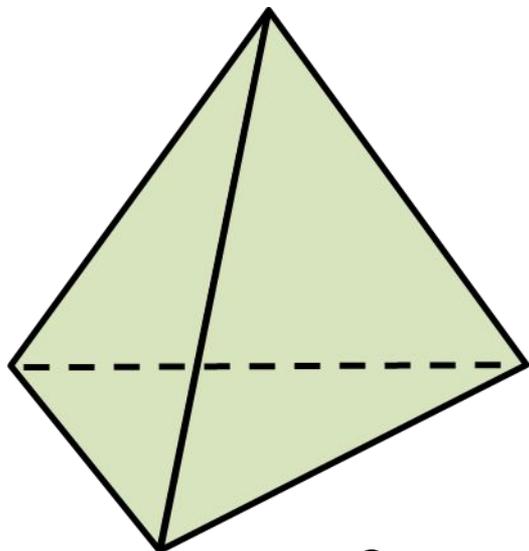
# Геометрические тела:



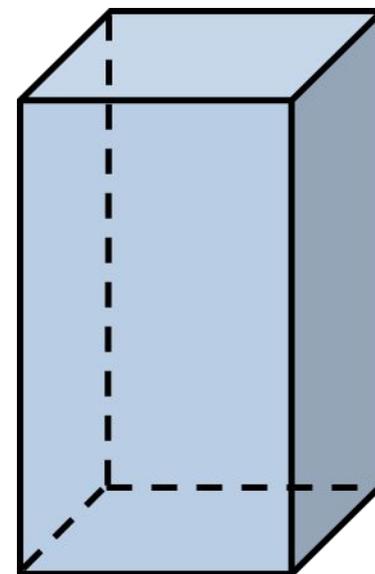
*Куб.*



*Октаэдр.*

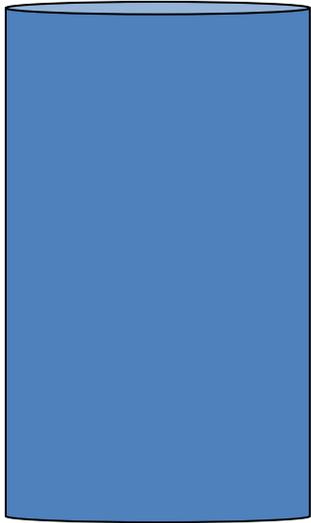
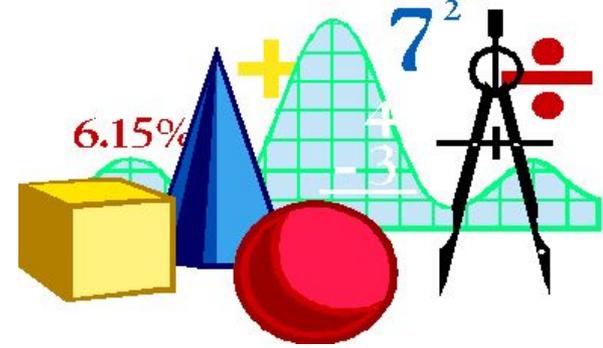


*Тетраэдр*

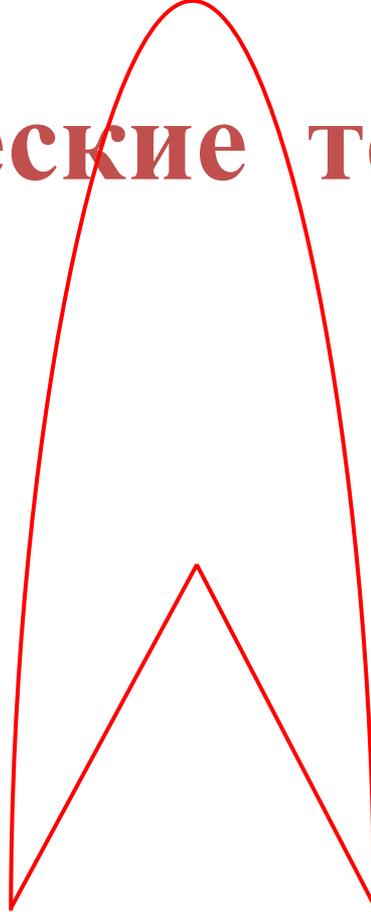


*Параллелепипе  
д.*

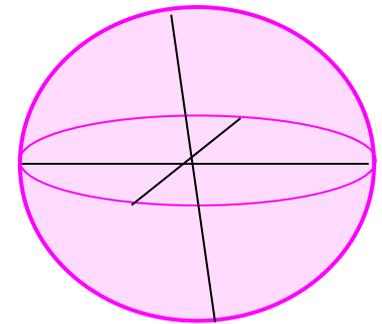
# Геометрические тела:



*Цилиндр.*

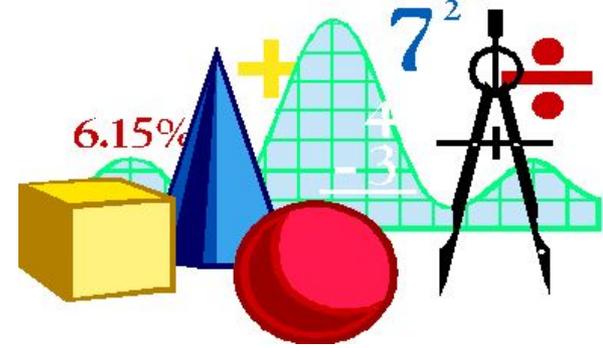


*Конус.*

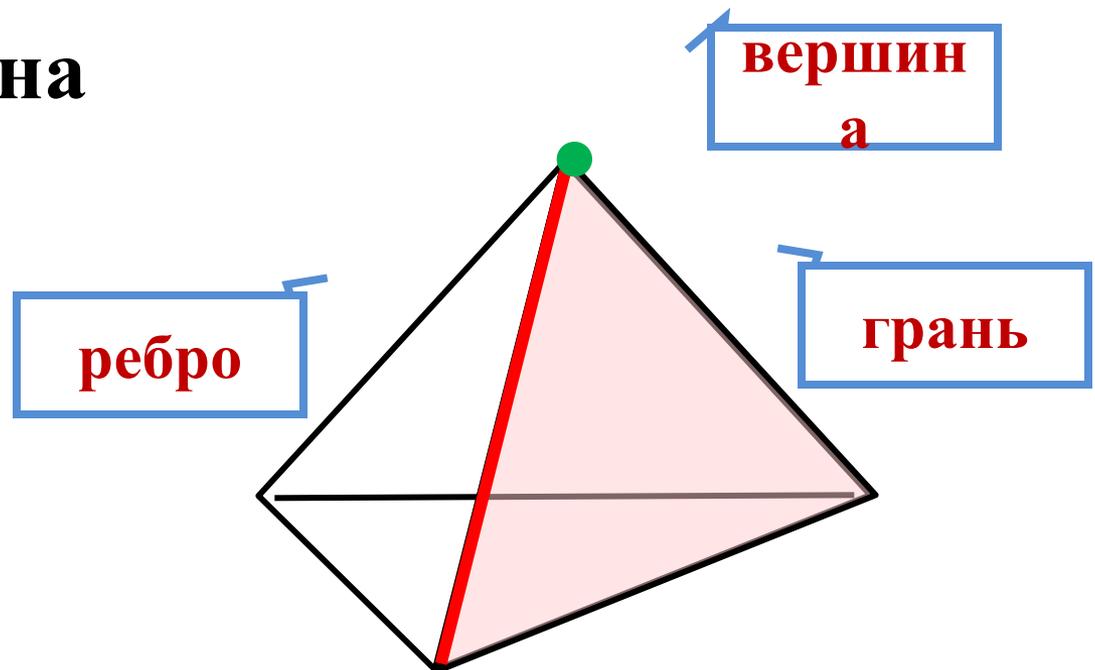


*Шар.*

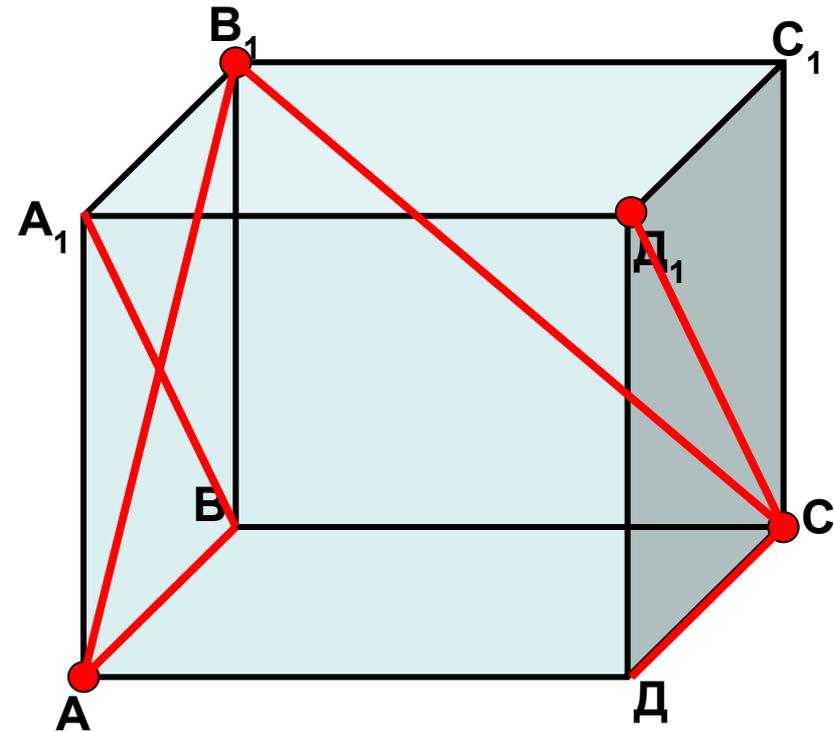
# Геометрические понятия.



- **Плоскость – грань**
- **Прямая – ребро**
- **Точка – вершина**



## Практическая работа.



1. *Изобразите* в тетради куб (видимые линии – сплошной линией, невидимые – пунктиром).

2. *Обозначьте* вершины куба заглавными буквами  $АВСДА_1В_1С_1Д_1$

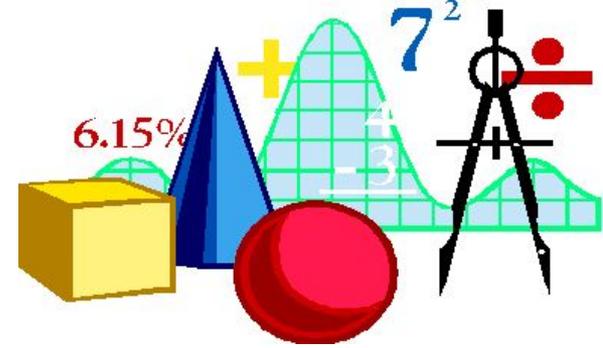
3. *Выделите* цветным карандашом:

-вершины  $A, C, B_1, D_1$

-отрезки  $AB, CD, B_1C, D_1C$

-диагонали квадрата  $AA_1B_1V$

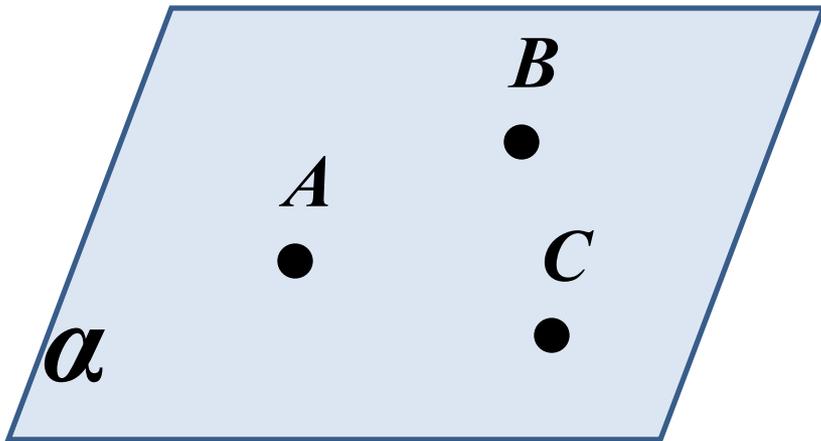
# Аксиома



(от греч. ахіѡта – принятие положения)

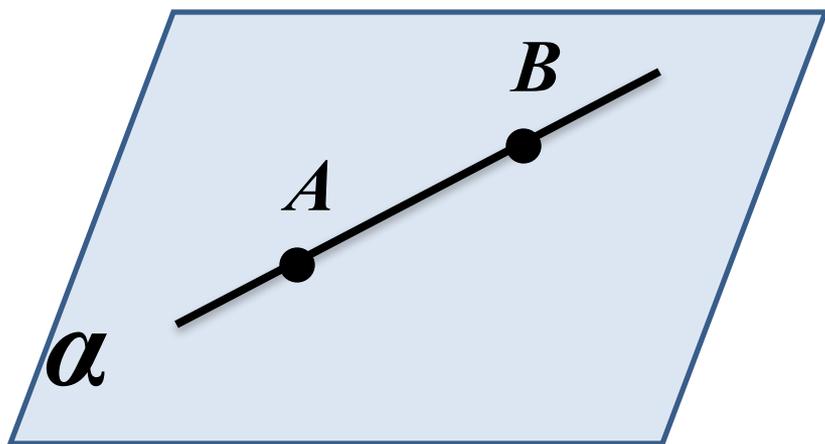
*исходное положение  
научной теории,  
принимаемое без  
доказательства*

# Аксиомы стереометрии.



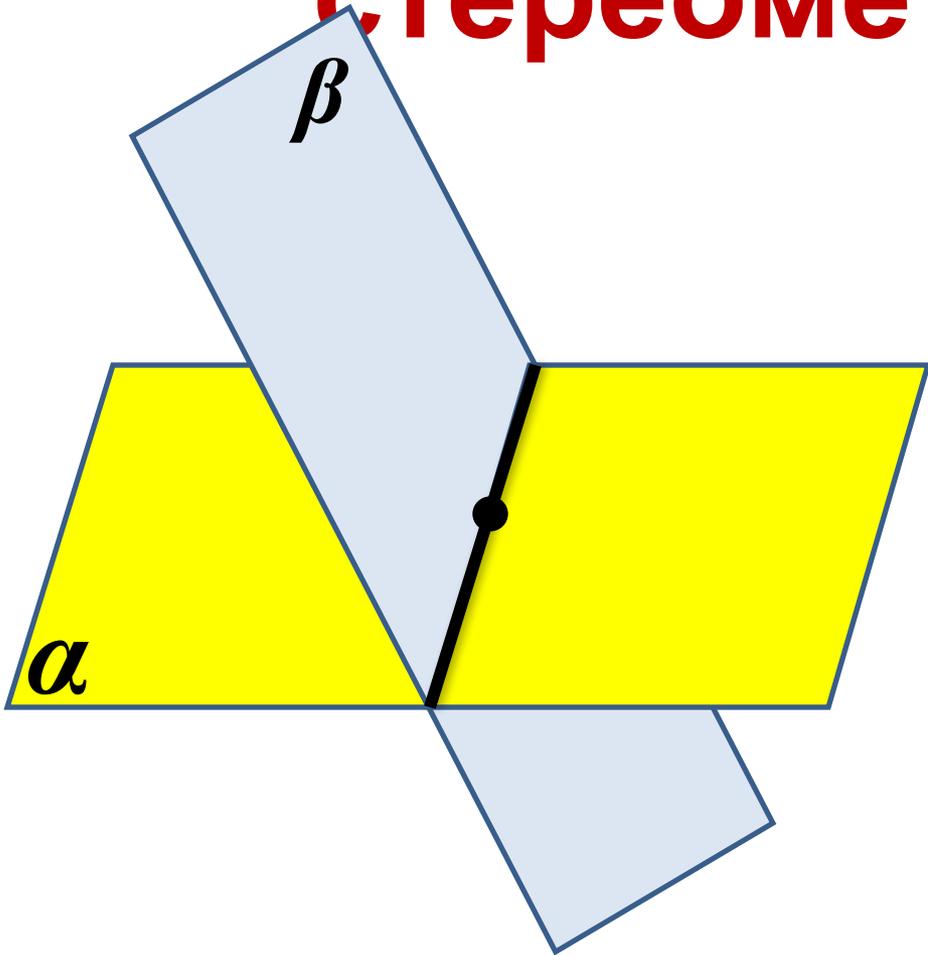
*A1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.*

# Аксиомы стереометрии.



*A2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости*

# Аксиомы стереометрии.

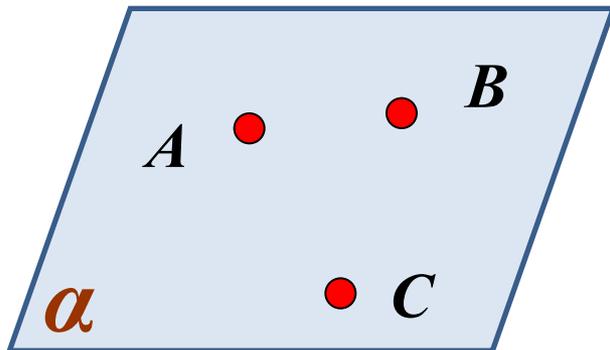


*А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.*

# *Аксиомы стереометрии описывают:*

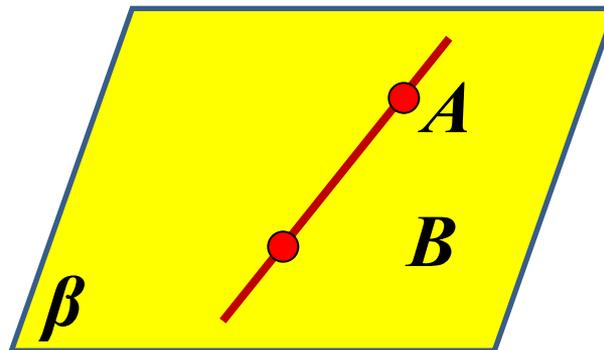
**A1.**

*Способ задания  
плоскости*



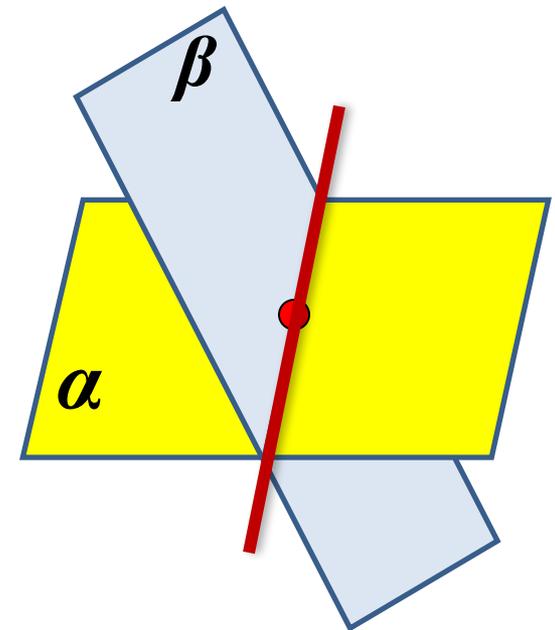
**A2.**

*Взаимное  
расположение  
прямой и  
плоскости*



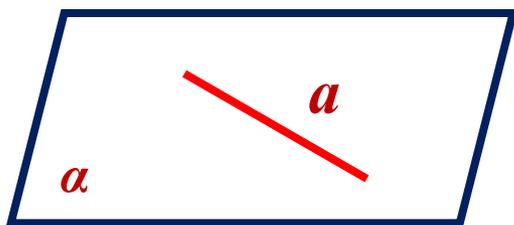
**A3.**

*Взаимное  
расположение  
плоскостей*



# *Взаимное расположение прямой и плоскости.*

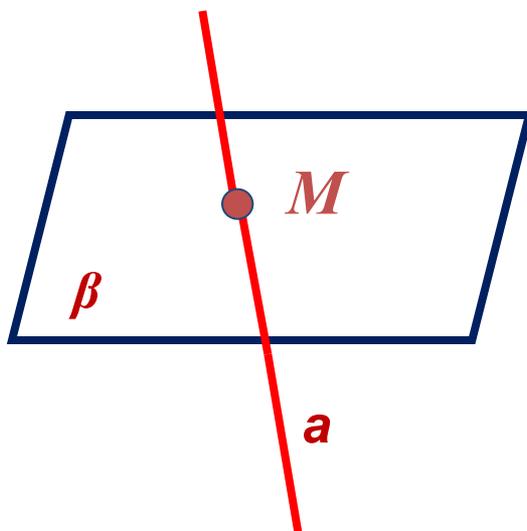
*Прямая  
лежит в  
плоскости.*



$$a \subset \alpha$$

*Множество  
общих точек.*

*Прямая пересекает  
плоскость.*



$$a \cap \beta = M$$

*Единственная  
общая точка.*

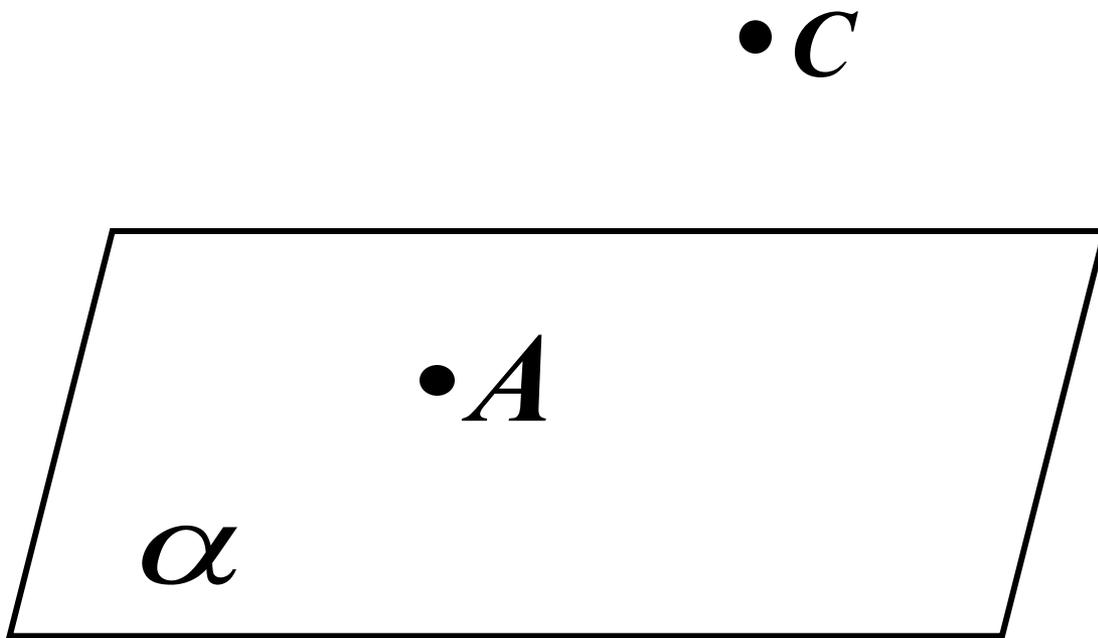
*Прямая не  
пересекает  
плоскость.*



$$a \cap \gamma = \emptyset$$

*Нет общих точек.*

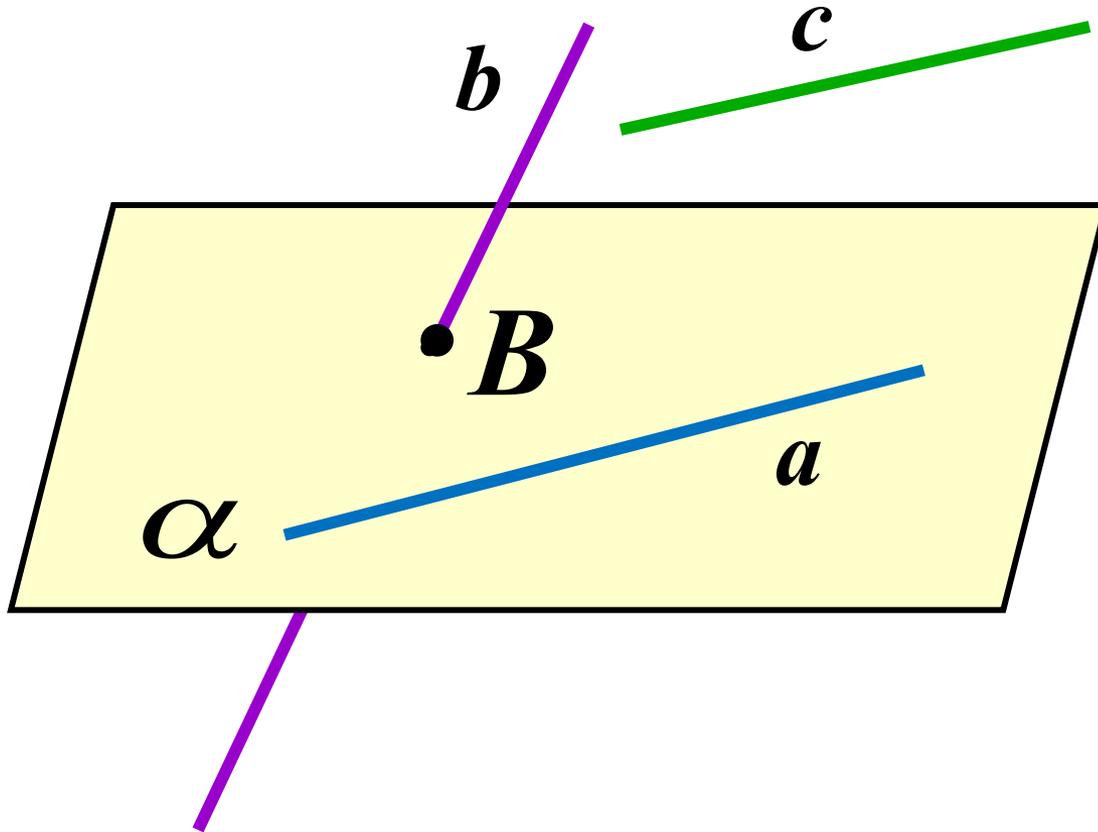
# Прочитайте чертеж



$$A \in \alpha$$

$$C \notin \alpha$$

# Прочитайте чертеж

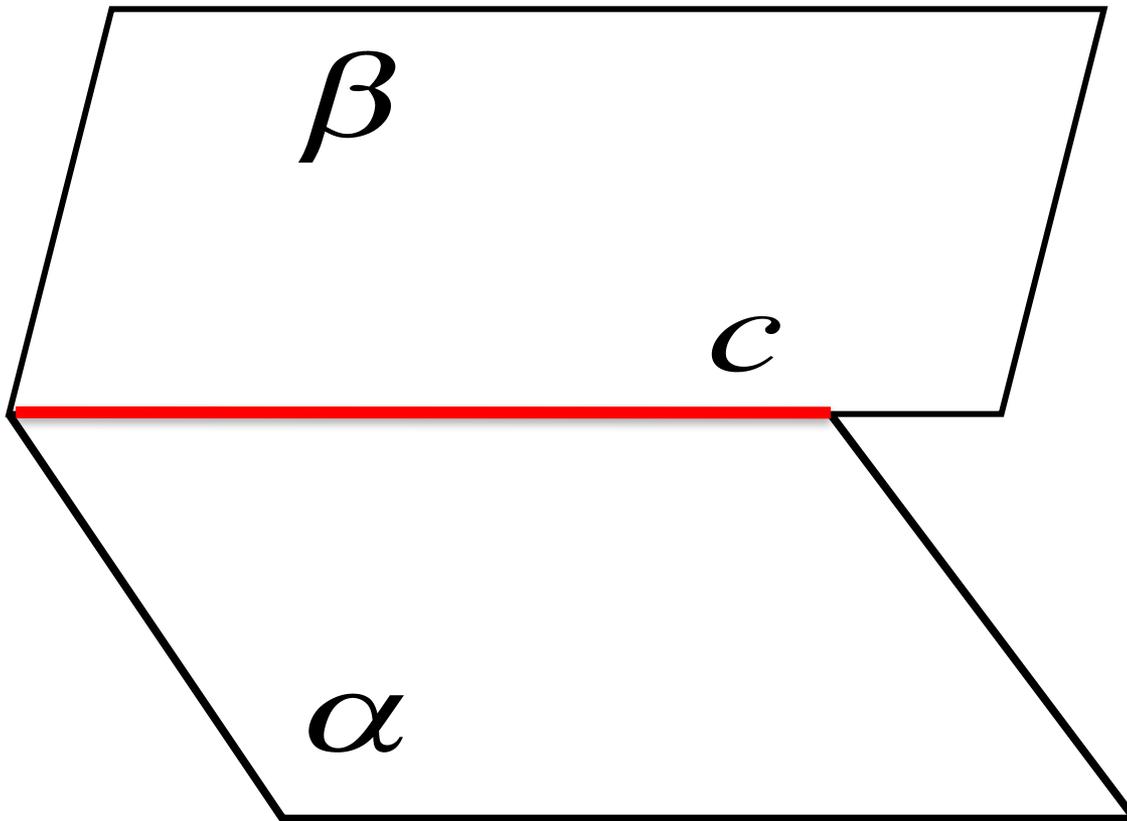


$$a \in \alpha$$

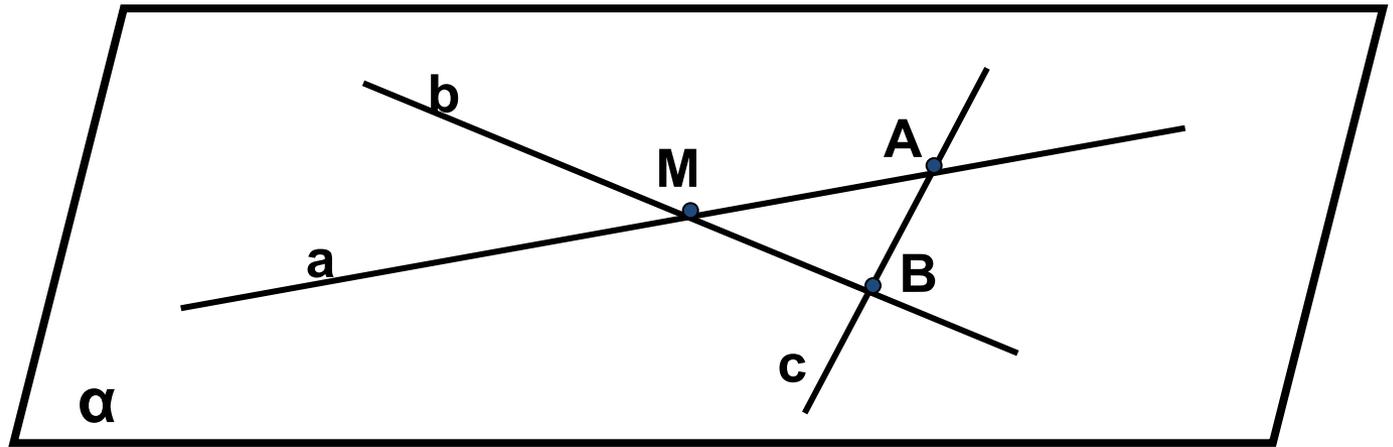
$$b \perp \alpha = B$$

$$c \notin \alpha$$

# *Прочитайте чертеж*



$$\alpha \boxtimes \beta = c$$



Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

1) если  $A \in a, a \subset \alpha$ , то  $A \dots \alpha$

2)  $\hat{A} \in \alpha, \hat{A} \in \alpha$ ,  $\hat{A} \hat{A} \dots \alpha$

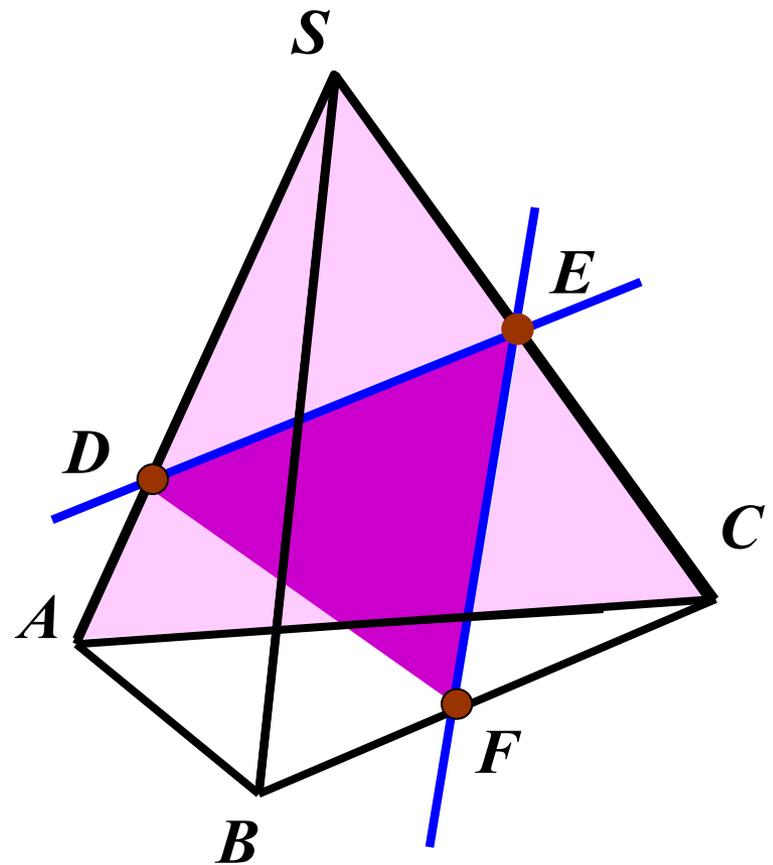
3)  $\tilde{A} \in \alpha; \hat{A} \in \alpha; \tilde{N} \in \hat{A} \hat{A}$ ,  $\tilde{N} \dots \alpha$

4)  $\hat{I} \in \alpha; \hat{I} \in \beta, \alpha \cap \beta = a$ ,  $\hat{I} \dots a$

*Пользуясь данным рисунком, назовите:*

*а) две плоскости, содержащие  
прямую **DE**, прямую **EF***

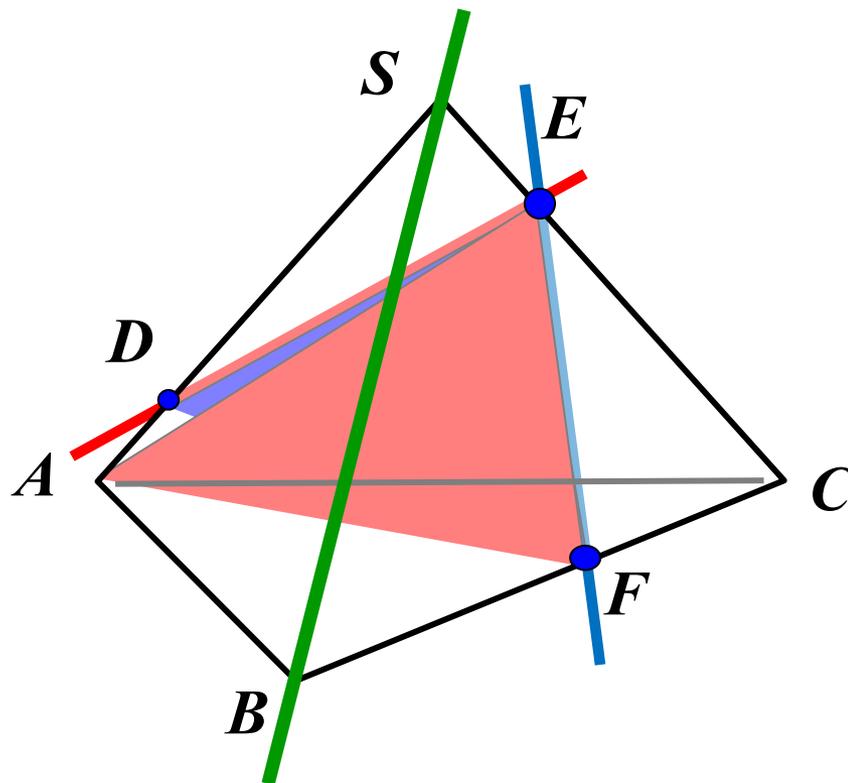
*б) прямую, по которой  
пересекаются плоскости  
**DEF** и **SBC**; плоскости **FDE**  
и **SAC**;*



*Пользуясь данным рисунком, назовите:*

*а) Две плоскости, содержащие  
прямую **DE**.*

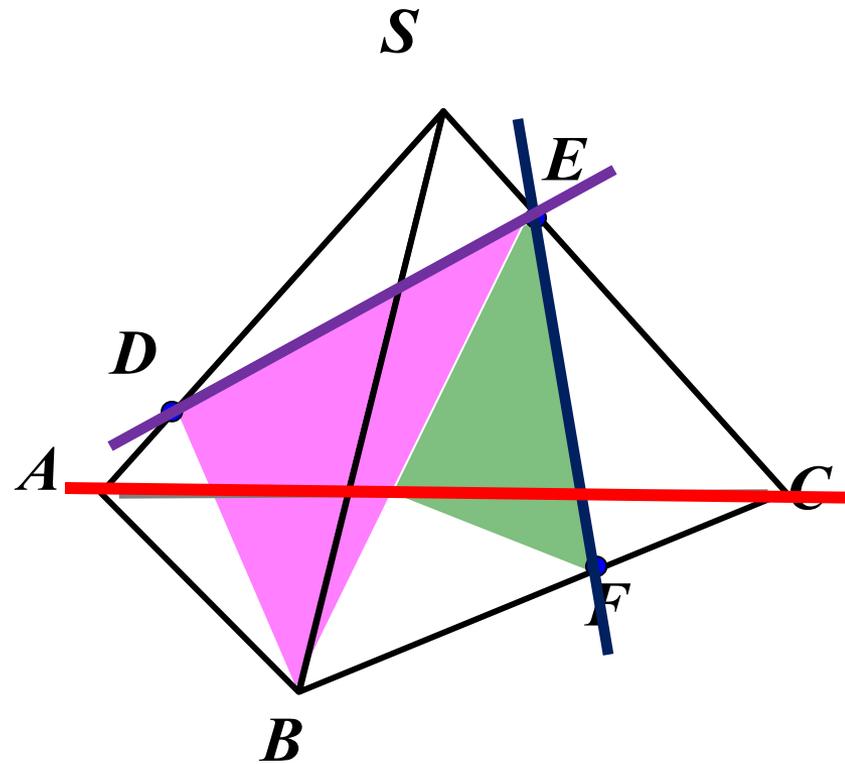
*б) Прямую по которой  
пересекаются плоскости  
**AEF** и **SBC**.*



*Пользуясь данным рисунком, назовите:*

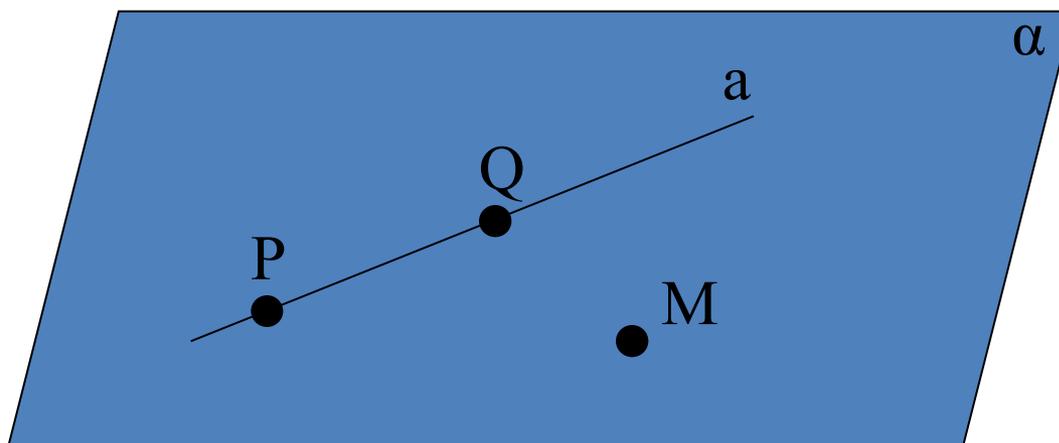
*а) Две плоскости,  
содержащие прямую **EF**.*

*б) Прямую по которой  
пересекаются плоскости  
**BDE** и **SAC**.*



# Следствия из аксиом.

- Теорема 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.



Дано: прямая  $a$ ,  $M \notin a$ .

Доказать: 1)  $\exists \alpha$ ,  $a \subset \alpha$ ,  $M \in \alpha$ ;

2)  $! \alpha$

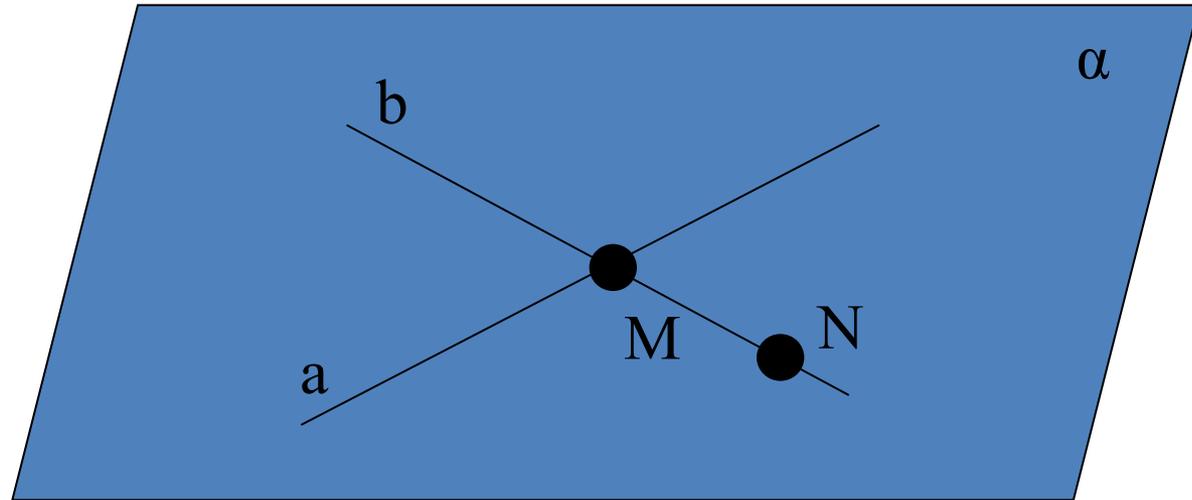
# Доказательство.

- Возьмем точки  $P \in a$ ,  $Q \in a$ . По  $A_1 \exists \alpha \in P \alpha \in Q \alpha \in M$   
 $\alpha$ . Так как  $P \in \alpha$  и  $Q \in \alpha$ , то по  $A_2 a \subset \alpha$ .

Любая плоскость, проходящая через прямую  $a$  и точку  $M$ , проходит через точки  $M$ ,  $P$ ,  $Q$ .

Следовательно, она совпадает с  $\alpha$ , так как по  $A_1$  через точки  $M$ ,  $P$ ,  $Q$  проходит только одна плоскость.

- Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Дано:  $a \cap b = M$

Доказать: 1)  $\exists \alpha, a \subset \alpha, b \subset \alpha$ ;

2)  $\nexists \alpha$

# Доказательство

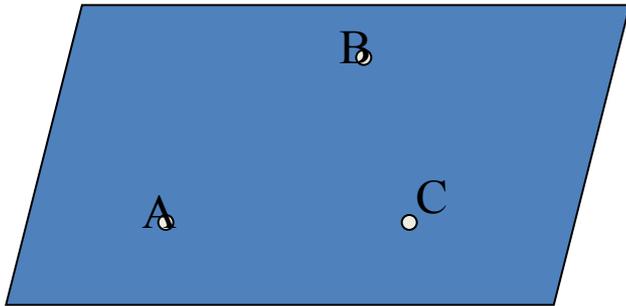
- Возьмем точку  $N \in b$ . По  $T_1$   $a \in \alpha$ ,  $N \in \alpha$ .  
Так как  $N \in b$ ,  $M \in b$  и  $N \in \alpha$ ,  $M \in \alpha$ , то по  $A_2$   $b \subset \alpha$ .  
Итак,  $a \subset \alpha$  и  $b \subset \alpha$ .

Любая плоскость, проходящая через  $a$  и  $b$ , проходит через  $N$ . Следовательно, она совпадает с  $\alpha$ , так как по  $T_1$  через  $N$  и  $a$  проходит только одна плоскость.

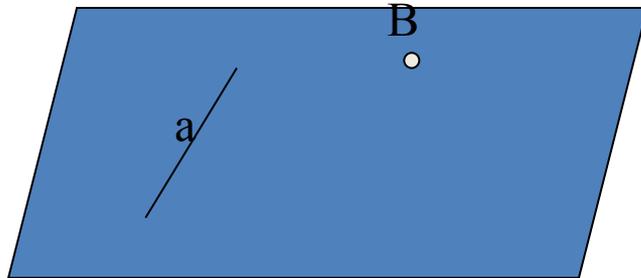
**Способы задания**

**плоскости в пространстве.**

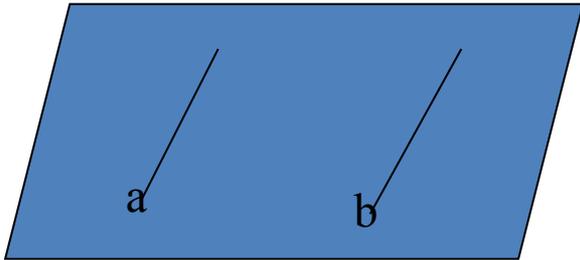
Тремя точками, не лежащими на  
одной прямой



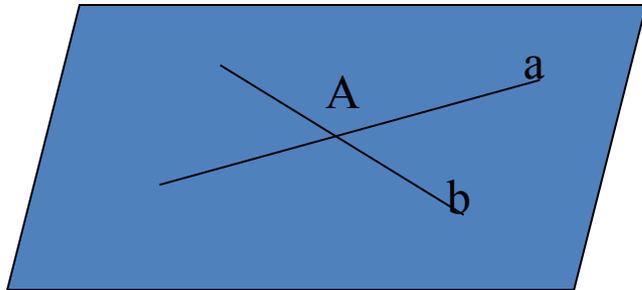
Прямой и точкой, не лежащей на  
этой прямой

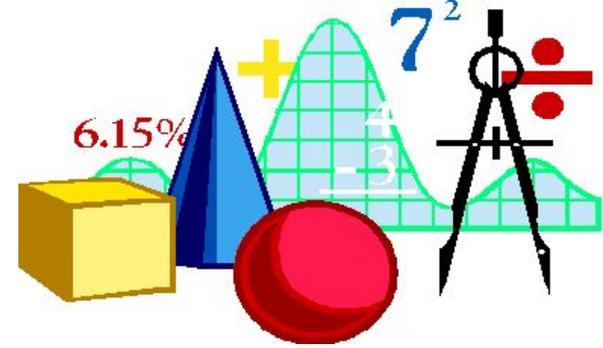


# Двумя параллельными прямыми



# Двумя пересекающимися прямыми





# *Домашнее задание:*

*1) П. 1-2-3*

*2) Выучить  
конспект*

*3) № 1; №2; №3; №4.*