

Лекція 12. Діелектрики в електричному полі

1. Електричне поле в діелектрику.
2. Електричне зміщення
3. Електричне поле в конденсаторі.
4. Заломлення ліній електричного зміщення.
5. Сили, що діють на заряд в діелектрику.
6. Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики.

Електричне поле в діелектрику

- Якщо діелектрик внести в електричне поле, то поле і діелектрик будуть суттєво змінені.
- Атоми і молекулі складаються з заряджених частинок. Дія електронів еквівалентна дії сумарного заряду в певній точці молекули (центр ваги зарядів). Аналогічно для ядер.

$$r^+ = \frac{\sum_i q_i^+ r_i^+}{\sum_i q_i^+} = \frac{\sum_i q_i^+ r_i^+}{q^+}, \quad r^- = \frac{\sum_i q_i^- r_i^-}{\sum_i q_i^-} = \frac{\sum_i q_i^- r_i^-}{q^-}$$

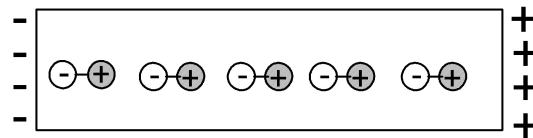
Молекула в цілому електронейтральна, $|q^+| = |q^-|$. Якщо центри зарядів не збігаються, тоді виникає дипольний момент

Електричне поле в діелектрику

$$\vec{p} = q \vec{\Delta} = q(r^+ - r^-) = \sum_i q_i^+ r_i^+ + \sum_i q_i^- r_i^- = \sum_i q_i r_i -$$

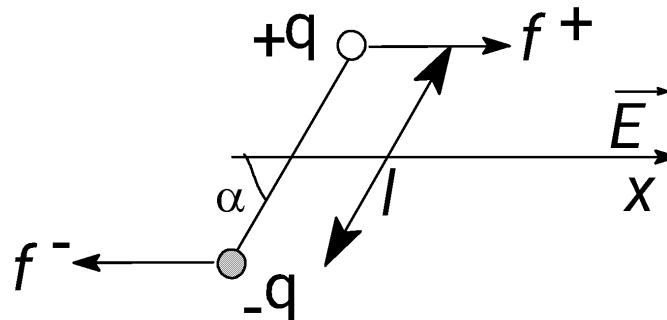
по всіх зарядах.

- Якщо $p \neq 0$, тоді молекула полярна, інакше – неполярна.
- Під дією зовнішнього електричного поля заряди в неполярних молекулах зміщуються (позитивні по полю, негативні – проти). В результаті наводиться дипольний момент, величина якого $\sim E$ ($p = \beta \epsilon_0 E$). Поляризованість p залежить від природи молекули. Такий дипольний момент називається *індуктивним*. В електричному полі всі індуктивні диполі розміщені в одному напрямку.



Електричне поле в діелектрику

- Якщо діелектрик складається з полярних молекул, то їхні дипольні моменти орієнтовані хаотично, так що векторна сума $= 0$. В присутності зовнішнього електричного поля диполі орієнтуються по полю. Проте, тепловий рух молекул протидіє повному впорядкуванню напрямків дипольних моментів молекул. Тому орієнтація буде тим повнішою, чим сильніше електричне поле. Маємо *орієнтаційну поляризацію*.



Електричне поле в діелектрику

- Енергія диполя в електричному полі

$$dA = Md\alpha = pE \sin \alpha d\alpha \Rightarrow W = A = -pE \cos \alpha = -\left(\overset{\boxtimes}{p} \overset{\boxtimes}{E}\right)$$

В неоднорідному електричному полі сили f^+ і f^- різні.

Нехай поле збільшується в напрямку x . Заряд q^+ зміщений по полю на $\Delta x = \ell \cos \alpha$. Напруженість поля зросла на вели-

чину

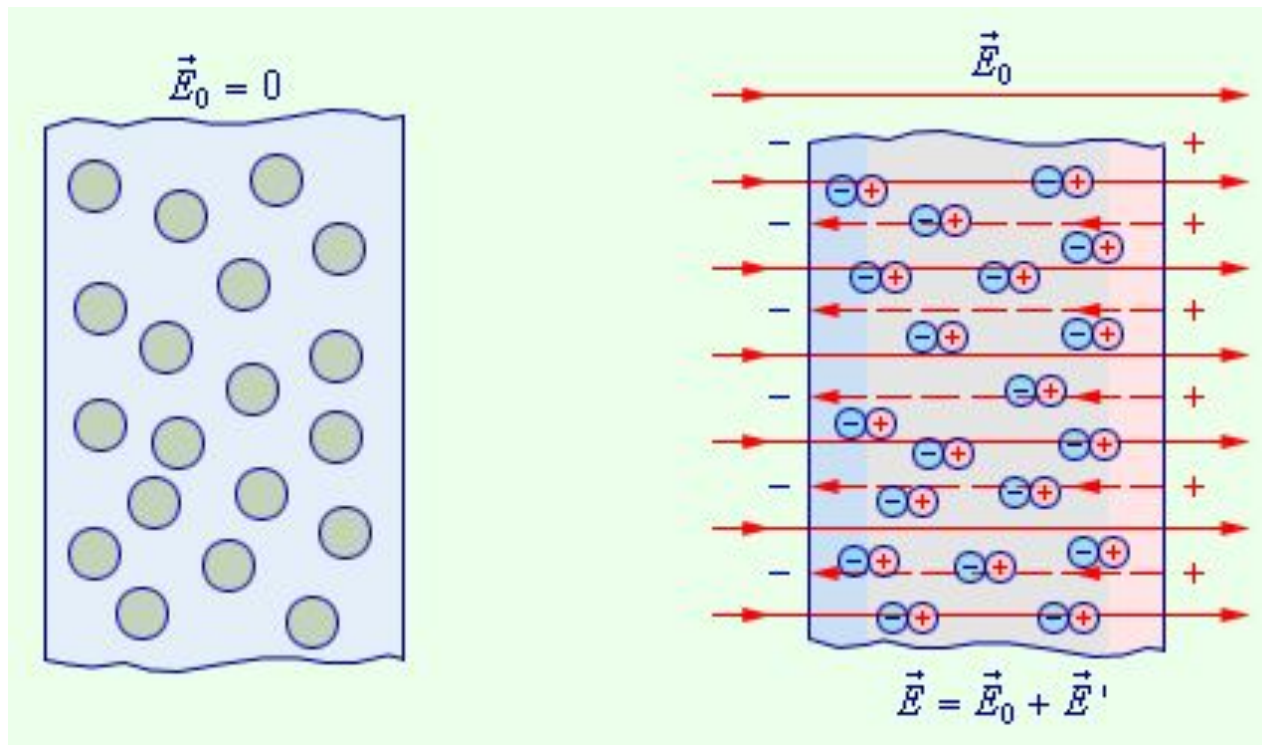
$$\Delta E = \frac{dE}{dx} \Delta x = \frac{dE}{dx} \boxtimes \cos \alpha.$$

Внаслідок цього на диполь діє сила

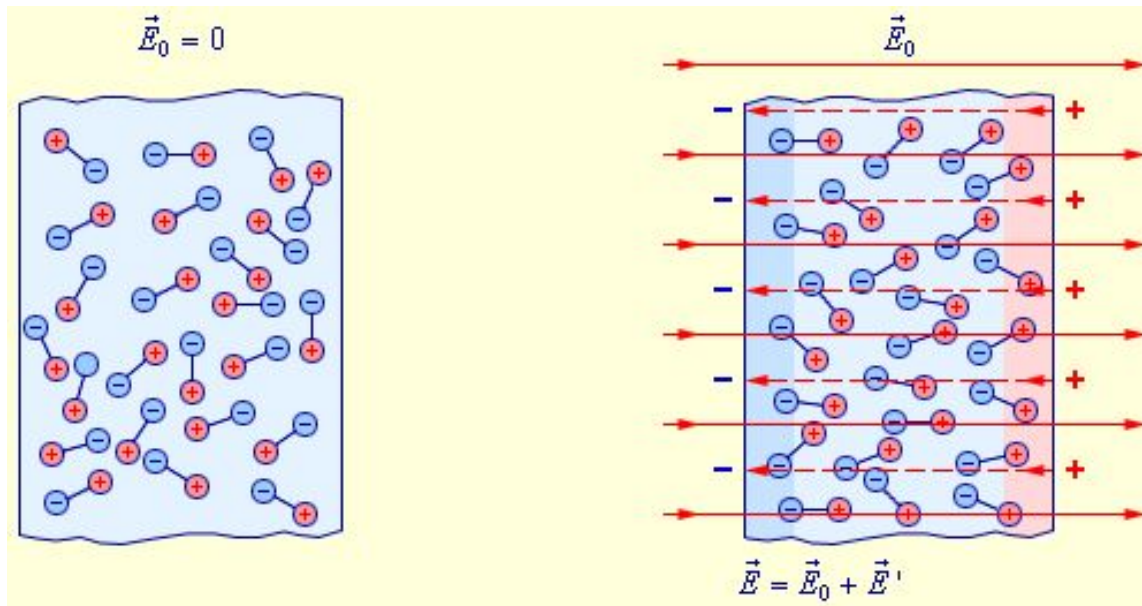
$$f = q\Delta E = q \frac{dE}{dx} \Delta x = \frac{dE}{dx} p \cos \alpha.$$

Ця сила втягує диполь в поле.

Електронна поляризація неполярних діелектриків



Орієнтаційна поляризація діелектрика



Електричне поле в діелектрику

- Як величину, що характеризує ступінь поляризації діелектрика, беруть електричний момент одиниці об'єму. Візьмемо малий об'єм ΔV , в ньому $\sum_{\Delta V} \vec{p}_i$. Тоді

$$\vec{P} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{p}_i}{\Delta V} \quad - \text{ є вектором поляризації діелектрика.}$$

Розмірність $[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}$, $[P] = \text{Кл}/\text{м}^2$, як і $[\epsilon_0 E]$.

Для звичайних діелектриків існує співвідношення $\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}$, де κ – діелектрична сприйнятливість, безрозмірна величина.

Електричне поле в діелектрику

В об'ємі ΔV , $n\Delta V$ молекул. Тоді

$$\sum_{\Delta V} \vec{p}_i = n\Delta V \cdot \beta \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{P} = n\beta \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \kappa = n\beta.$$

Оскільки при підвищенні температури зростає хаос в упорядкуванні дипольних моментів, то при постійній величині E величина P зменшується. Для таких діелектриків $\kappa \sim T^{-1}$.

В іонних кристалах решітка “+” зміщується по полю, а “-” – проти поля, створюючи поляризацію.

Якщо діелектрик поляризується неоднорідно, можуть виникати надлишкові заряди з густиною

$$\rho = -\frac{dP}{dx}, \quad \rho = \text{div} \vec{P}$$

Електричне поле в діелектрику

- При поляризації виникає поверхнева густина зарядів $\sigma = P = \kappa \varepsilon_0 E_n$.
- Поле в діелектрику E отримаємо в результаті накладання двох полів: поля вільних E_0 і зв'язаних E' зарядів:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

Дія сумарного поля дає поляризацію ($P = \kappa \varepsilon_0 E$).

Для цього випадку теорема Остроградського-Гауса

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\sum_i q_i + \sum_i q'_i \right)$$

Об'єднуючи потік вектора P ($\Phi_P = -\sum q'$) і Φ_E , знаходимо

Електричне поле в діелектрику

$$\varepsilon_0 \Phi_E + \Phi_P = \oint_S (\varepsilon_0 E + P) dS = \sum_i q_i$$

- Позначимо $\varepsilon_0 \Phi_E + \Phi_P = \Phi_D$, $D = \varepsilon_0 E + P$ – електричне зміщення (або електрична індукція). Тоді

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum_i q_i$$

Якщо **вільні** заряди розподілені з об'ємною густиною ρ , тоді

$$\Phi_D = \oint_S D dS = \int_V \rho dV$$

$$D = \varepsilon_0 E + \kappa \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 (1 + \kappa) E = \varepsilon \varepsilon_0 E, \quad \varepsilon = 1 + \kappa$$

ε - діелектрична проникливість.

В вакуумі $P = 0$ і $D = \varepsilon_0 E$.

Діелектрик в конденсаторі

- Діелектрик в конденсаторі поляризується, утворюючи поверхневий заряд σ' , який дає поле лише всередині діелектрика

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

На обкладинках конденсатора заряд σ . Цей заряд дає поле

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

В діелектрику сума полів $E = E_0 - E' = (\sigma - \sigma')/\varepsilon_0$.

$$\sigma' = \kappa \varepsilon_0 E, \quad E = E_0 - \kappa E \Rightarrow E = \frac{E_0}{1 + \kappa} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Отже, в діелектрику поле зменшилось в ε раз.

Діелектрик в конденсаторі

- Величина $D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E_0$ – така ж, як і для поля без діелектрика.
- Оскільки $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, то $\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma') \Rightarrow \sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma$

Поле між концентричними сферами

- На внутрішній поверхні діелектрика заряд q'_1 . Отже

$$\sigma'_1 = \frac{q'}{4\pi R_1^2}$$

Лише заряд на внутрішній поверхні створює поле в діелектрику.

$$E' = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{R_1^2 \sigma'_1}{\epsilon_0 r^2}$$

Результуюче поле в діелектрику $E(r) = E_0 - E' \sim r^{-2}$.

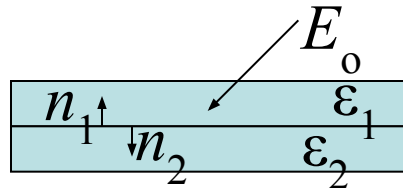
Отже,
$$\frac{E(R_1)}{E(r)} = \frac{r^2}{R_1^2}$$

$$E(r) = E_0(r) - \kappa E(r) \Rightarrow$$

$$E(r) = \frac{E_0(r)}{\epsilon}, \quad D = \epsilon_0 E_0$$

Заломлення ліній електричного зміщення

- Помістимо в електричне поле E 2 діелектричні пластинки, що знаходяться в контакті. Оскільки $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$, то і $\sigma_1' \neq \sigma_2'$.



Розкладемо E_o на E_{on} і $E_{от}$. Виділимо замкнену поверхню у формі циліндра, \perp поверхні розділу. Висота циліндра $\rightarrow 0$. Потік D_n через верхню площину $D_{1n} S_1$, а через нижню - $D_{2n} S_2$. ($S_1 = -S_2$)

Склавши ці потоки, ми отримаємо $\Phi_D = D_{1n} S_1 + D_{2n} S_2 = 0$, оскільки відсутні вільні заряди. Звідси $D_{1n} = D_{2n}$, і $\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$

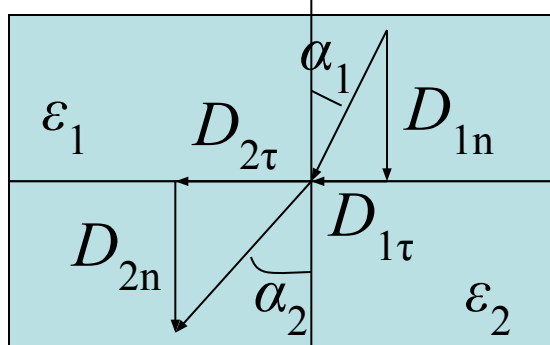
Тепер розглянемо тангенціальні складові D і E .

Заломлення ліній електричного зміщення

- Оскільки $E = E_o + E'$, а $E' \parallel n$, тому $E_{1\tau} = E_{2\tau}$ - на них не впливає E' .

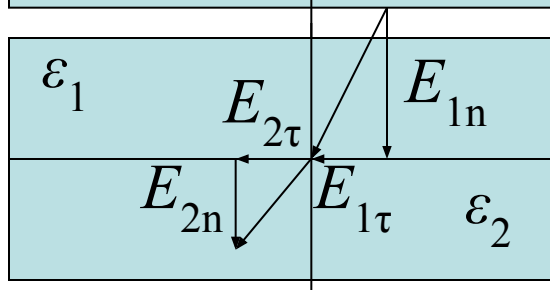
- Звідси

$$\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} \Rightarrow \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$



$$\frac{D_{1\tau}}{D_{1n}} = \operatorname{tg} \alpha_1, \quad \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}} = \operatorname{tg} \alpha_2, \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

Аналогічно заломлюється вектор E .



$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

Сили, що діють на заряд в діелектрику

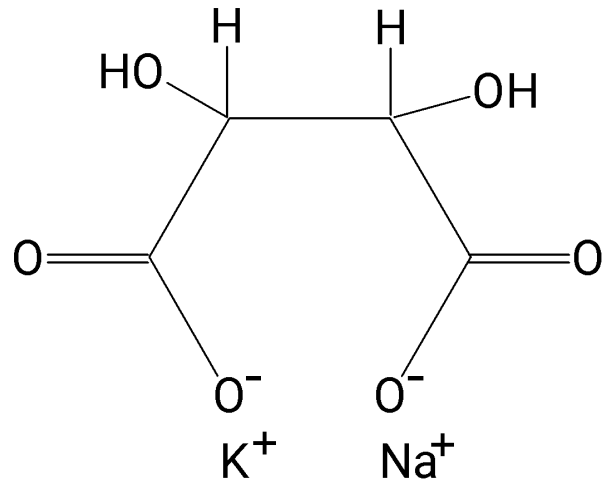
- У вакуумі $f = qE$. Електричне поле зменшується в діелектрику в ε раз, тому в законі Кулона в знаменнику фігурує коефіцієнт ε .

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$$

Ця формула справедлива для всіх ізотропних середовищ: газів, рідин, твердих тіл.

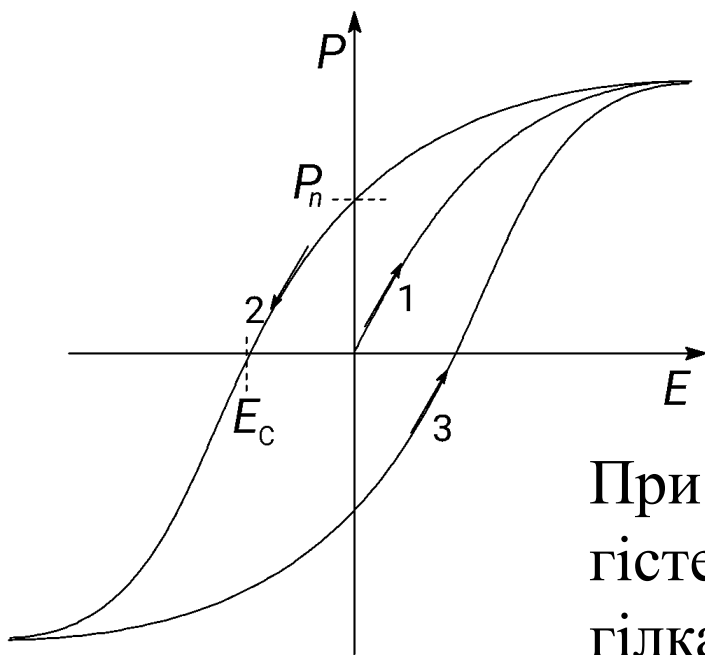
Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики

- Це речовини зі спонтанною поляризацією, причому поляризація присутня у відсутності зовнішнього електричного поля.
- Явище спочатку було відкрите для сегнетової солі, що дало назву відповідному класу речовин.
- Сегнетова сіль



Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики

- Характеристики: величина ϵ досягає кількох тисяч, залежність D від E нелінійна, величина ϵ залежить від E .



Значення вектора поляризації P , а отже і D , відстають від E , в результаті величини P і D визначаються попередньою історією речовини. Це явище називається *гістерезисом*.

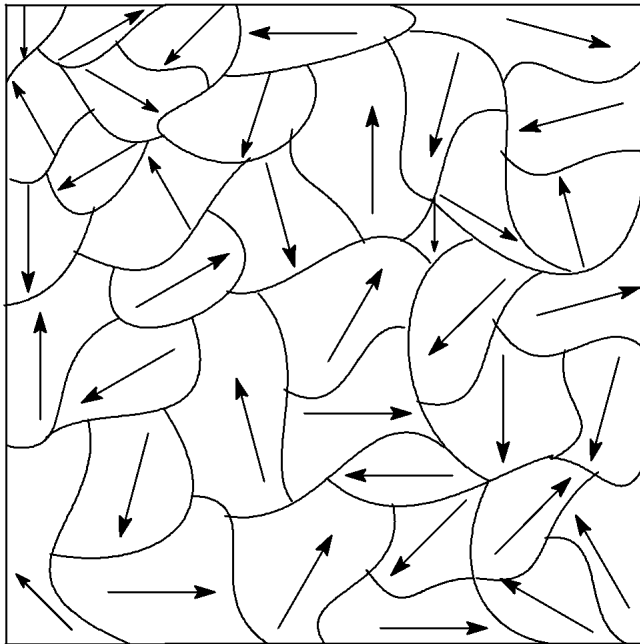
При циклічній зміні E отримуємо петлю гістерезису (запізнювання). При русі по гілках 1 і 2 до $E = 0$ залишається P_n – залишкова поляризація.

Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики

- Під дією поля E_c поляризація $P = 0$. Поле E_c називається *коерцитивною* силою.
- Поведінка сегнетоелектрика аналогічна до поведінки феромагнетика, тому сегнетоелектрики іноді називають фероелектриками.
- Сегнетоелектриком може бути кристалічна речовина, кристалічна решітка якої не містить центра симетрії. Взаємодія між дипольними моментами молекул достатньо сильна для їх орієнтації в одному напрямку. Така орієнтація може поширюватись на весь кристал. Звичайно ж кристал розпадається на області – *домени*, в межах яких дипольні моменти паралельні. Проте, в різних доменах напрямки поляризації різні.

Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики

- Під дією зовнішнього поля моменти доменів повертаються як ціле, встановлюючись по полю.



Для кожного сегнетоелектрика є температура, при якій речовина втрачає сегнетоелектричні властивості і стає нормальним діелектриком.

Це температура Кюрі (T_c).

Для сегнетової солі є 2 T_c : -15°C і $+22,5^\circ\text{C}$. За межами цього інтервалу це звичайний діелектрик.

Для метатитанату барію BaTiO_2 $T_c = 125^\circ\text{C}$.

П'єзоелектрики

- Це кристали без центральної симетрії, здатні поляризуватися при деформації. Явище називається прямим п'єзоелектричним ефектом. Величина поляризації \sim деформації в межах пружності. При зміні деформації на протилежну (стиск-розтяг) знак поляризації змінюється. П'єзоелектрики – кварц, сегнетова сіль, метатитанат барію тощо. На грані кристалу накладаються електроди, деформація дає струм в колі – **мікрофон**.
- Природа ефекту: кристалічна решітка як сума простих решіток, вставлених одна в одну. При деформації ці решітки зміщуються одна відносно одної, виникає електричний момент.

П'єзоелектрики

- *Зворотний п'єзо ефект* полягає в тому, що поляризація під дією змінного електричного поля викликає механічну деформацію кристалу. При цьому збуджуються механічні коливання (при резонансі).
- Такі п'єзоелектричні пластини використовують для збудження ультразвуку, для стабілізації частоти генераторів в радіотехніці тощо.

Електрострикція

- Це явище існує у всіх діелектриках (тверді, рідкі, газоподібні). Величина деформації залежить від E^2 і знаку не змінює. Величина ефекту значно менша, ніж в п'єзоелектриках.
- На відміну від цього п'єзоелектричний ефект $\sim E$ і змінює знак при зміні напрямку поля.