

Эпиграф

**Я слышу - я забываю,
я вижу – я запоминаю,
я делаю – я
понимаю**

Древняя китайская мудрость

Тема урока:

**«Применение интеграла при решении
прикладных задач»**

Немного истории



Формула Ньютона- Лейбница

Если $f(x)$ – непрерывная и неотрицательная на отрезке $[a; b]$

функция, а $F(x)$ – ее первообразная на этом отрезке, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке $[a; b]$, т.е.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b$$

Решение задач

- Вычислить массу участка стержня массы, от x_1 до x_2 , если его линейная плотность задаётся формулой $\rho(x) = 4x^3 + 5x + 2$
- Вычислите количество электричества, протекавшего по проводнику за промежуток времени $[2; 3]$, если сила тока задаётся формулой $I(t) = 3t^2 - 2t + 5$



Задача:

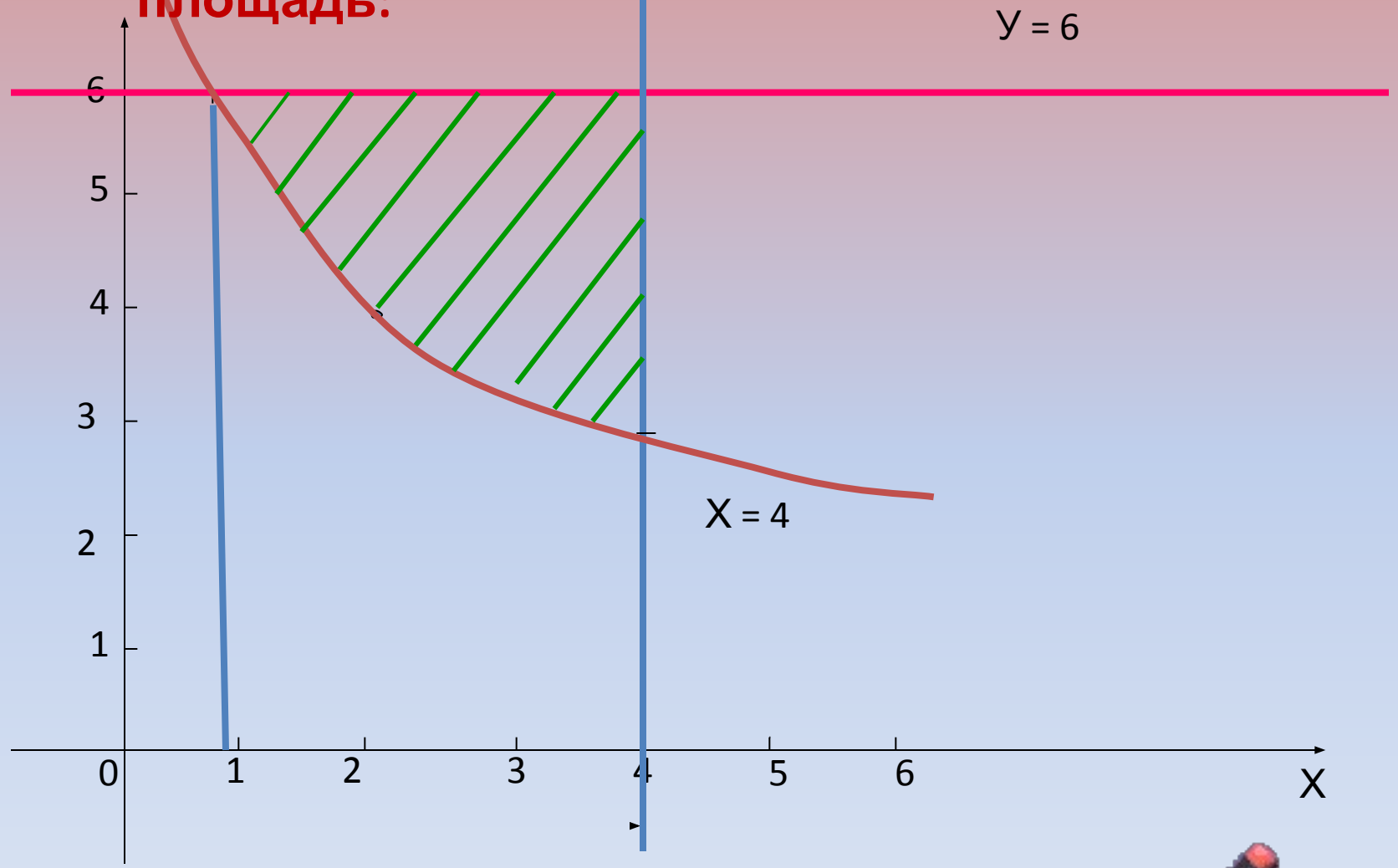
Перед главным корпусом филиала РСК решено разбить клумбу. Но по форме клумба не должна быть круглой, квадратной или прямоугольной. Она должна содержать в себе прямые и кривые линии. Пусть она будет плоской фигурой, ограниченной линиями $Y=4/X+2$; $X=4$; $Y=6$. Необходимо еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывания этой клумбы, если за каждый m^2 выплачивают 50 руб...?



Пусть она будет плоской фигурой, ограниченной линиями $Y=4/X+2$; $X=4$; $Y=6$. Необходимо еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывание этой клумбы, если за каждый m^2 выплачивается



Построим график и выделим искомую площадь:



- Значит, имеем условие:
- фигура $y=4/x+2$; $x=2$; $y=6$;
- 1м^2 -50руб.
- Заработок-?

2. Найдем пределы интегрирования:

$x=4$ - по условию,

$y=4/x+4$ и $y=6$,

следовательно

$$4/x+2=6;$$

$$4/x=4 \quad \text{или} \quad x = 1$$



3. Вычислим площадь полученной фигуры с помощью интеграла:

$$S = \int_1^4 (6 - 4/x - 2) dx = \int_1^4 (4 - 4/x) dx = (4x - 4 \ln |x|) \Big|_1^4 = 16 - 4 \ln 4 - 4 + 4 \ln 1 = 12 - 4 \ln 4 \approx 6,4 (\text{м}^2)$$

**6,4 · 50 = 320 (руб.) -
заработок.**



Задача

- Потребление электроэнергии в киловатт-часах населением сел З. и Б., с 8 до 18 ч приближенно описывается функцией $y = 10\,000 - 8t + 15t^2$, где t – количество часов. Вычислить стоимость электроэнергии, потребляемой сельским поселением, если стоимость 1 квт·ч равна 1.9 руб.

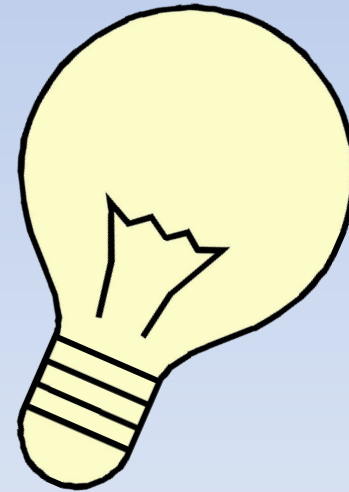


Если $f(x)$ – нагрузка на электростанцию, квт.ч , где x число часов, отчитываемое от начала суток, то расход электроэнергии в течении времени от a до b будет:

$$\sum_{\substack{a \\ \Delta x \rightarrow 0}}^b f(x)\Delta x = \int_a^b f(x)dx$$

• **Следовательно:**

$$E = \int_a^b f(x)dx$$



Эталон решения:

Используем данные и получаем:

$$E = \int_0^{10} (1000 - 8t + 15t^2) dx = 1000x - 4t^2 + 5t^3 \Big|_0^{10} =$$

$$= 1000 * 10 - 4 * 100 + 5 * 1000 = 11000 \text{ (киловатт-час)}$$

Стоимость электроэнергии

$$11000 * 1,90 = 20900 \text{ (рублей)}$$



ЗАДАЧА



- На железнодорожном переезде у машины заглох мотор. Хозяин автомобиля побежал навстречу поезду, подавая сигналы об опасности. Можно ли избежать аварии, если машинист увидел сигнал на расстоянии 900 метров от переезда и при экстренном торможении скорость грузового поезда $v(t) = v_0 - 0,2t$, а скорость пассажирского по закону $v(t) = v_0 - 0,4t$, где v – скорость (м/с), t – время (сек)? Скорость движения поезда до начала торможения – 72 км/ч.

Эталон решения

- **1 случай: по пути движется грузовой поезд**

В момент остановки скорость поезда равна 0. Следовательно,

$$v(t) = v_0 - 0,2t = 20 - 0,2t = 0$$

Решая уравнение, найдём время, через которое поезд остановится после начала торможения:

$$t = 100 \text{ сек}$$

Отсюда находим тормозной путь:

$$\begin{aligned} S &= \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = \int_0^{100} (20 - 0,2t) dt = \left(20t - 0,2 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^{100} = \\ &= 20 \cdot 100 - 0,1 \cdot 100^2 - 0 = 2000 - 1000 = 1000 \text{ м.} \end{aligned}$$

Так как тормозной путь больше расстояния, на котором находится поезд – $1000\text{м} > 900\text{м}$, то избежать столкновения не удастся.

Эталон решения

- **2 случай: по пути движется пассажирский поезд**

В момент остановки скорость поезда равна 0. Следовательно,

$$v(t) = v_0 - 0,4t = 20 - 0,4t = 0$$

Решая уравнение, найдём время, через которое поезд остановится после начала торможения:

$$0,4t = 20$$

$$t_{\text{сек}} = 50$$

Отсюда находим тормозной путь:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{50} (20 - 0,4t) dt = \left(20t - 0,4 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^{50} = 20 \cdot 50 - 0,2 \cdot 50^2 - 0 = \\ &= 1000 - 500 = 500 \end{aligned}$$

Так как тормозной путь меньше расстояния, на котором находится поезд – 500м < 900м, то аварии можно избежать.