

# ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Информатика и ИКТ 11 класс

§ 3.4.2

# Транспортная задача

Задача составления плана перевозок от поставщиков к потребителям с помощью некоторых транспортных средств.

**Составленный план должен обеспечивать выполнение таких условий, как:**

- полное удовлетворение спроса потребителей;
- вывоз всей продукции от поставщика;
- минимизация транспортных затрат.

# Постановка задачи

- ⦿ Известно, что на складах имеется запас муки в количестве 45, 100, 20, 75 мешков.
- ⦿ А магазины имеют потребность в этом товаре в количестве 30, 80, 95, 35 мешков.

## Стратегическая цель

Перевозку груза надо организовать таким образом, чтобы суммарные затраты на перевозки были минимальными.

# Математическая модель

В  $m$  пунктах отправления (складах)  $A_1, A_2, \dots, A_m$  находится однородный груз в количестве  $a_1, a_2, \dots, a_m$  единиц соответственно.

Потребность в этом грузе в  $n$  пунктах назначения (магазинах)  $B_1, B_2, \dots, B_n$  составляет  $b_1, b_2, \dots, b_n$  соответственно.

Будем считать, что сумма запасов на складах равна суммарным потребностям в магазинах, т. е.

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Такая модель называется замкнутой.

# Анализ задачи

Суммарные затраты на перевозки  $Z$  определяются следующим образом: **необходимо просуммировать все объемы перевозок груза, умноженные на соответствующие удельные затраты, т. е.**

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} \cdot X_{ij}.$$

Суммарные затраты являются **целевой функцией.**

# Табличная модель

Потребность в магазине		Магазин № 1	Магазин № 2	Магазин № 3	Магазин № 4
Запас муки		$b_1 = 30$	$b_2 = 80$	$b_3 = 95$	$b_4 = 35$
Склад № 1	$a_1 = 45$	6	3	7	10
Склад № 2	$a_2 = 100$	10	4	12	10
Склад № 3	$a_3 = 20$	5	9	8	11
Склад № 4	$a_4 = 75$	4	2	4	8

Ячейки, выделенные фоном, содержат удельные стоимости перевозок  $C_{ij}$ .

# Математический анализ

## Проверим замкнутость модели

Для этого просуммируем все запасы муки на складах:  $45 + 100 + 20 + 75 = 240$ .

Найдем суммарные потребности магазинов в муке:  $30 + 80 + 95 + 35 = 240$ .

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Ограничения

удовлетворению спроса магазинов отвечает выполнение системы уравнений:

# Математический анализ

Весь груз со складов должен быть вывезен.

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = b_1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = b_2 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = b_3 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = b_4 \end{cases}$$

удовлетворяет спроса  
магазинов

Вывоз всего груза со складов достигается при выполнении системы уравнений:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = a_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = a_2 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = a_3 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = a_4 \end{cases}$$



удовлетворению спроса магазинов отвечает выполнение системы уравнений:

# Математическая модель

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = b_1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = b_2 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = b_3 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = b_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = a_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = a_2 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = a_3 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = a_4 \end{cases}$$

Среди этих решений интерес представляют **неотрицательные решения**, при которых суммарные затраты по всем маршрутам будут минимальны, т. е. **целевая функция** может быть представлена следующим образом:

$$Z = C_{11} \cdot X_{11} + \dots + C_{14} \cdot X_{14} + C_{21} \cdot X_{21} + \dots + C_{24} \cdot X_{24} + C_{31} \cdot X_{31} + \dots + C_{34} \cdot X_{34} + C_{41} \cdot X_{41} + \dots + C_{44} \cdot X_{44}$$

# Математическая модель

## Ограничения:

Первое ограничение – по уровню потребления:

второе – по уровню запасов

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

$$A_i \geq 0$$

$$B_i \geq 0$$

*Решение с помощью электронных таблиц*

# **Компьютерная модель**

**Учебник стр. 104-107**