ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Информатика и ИКТ 11 класс

§ 3.4.2

Транспортная задача

Задача составления плана перевозок от поставщиков к потребителям с помощью некоторых транспортных средств.

Составленный план должен обеспечивать выполнение таких условий, как:

- полное удовлетворение спроса потребителей;
- вывоз всей продукции от поставщика;
- минимизация транспортных затрат.

Постановка задачи

Известно, что на складах имеется запас муки в количестве 45, 100, 20, 75 мешков.

А магазины имеют потребность в этом товаре в количестве 30, 80, 95, 35 мешков.

Стратегическая цель

Перевозку груза надо организовать таким образом, чтобы суммарные затраты на перевозки были минимальными.

Математическая модель

В m пунктах отправления (складах) A_{l} , A_{2} , ..., A_{m} находится однородный груз в количестве a_{l} , a_{2} , ..., a_{m} единиц соответственно.

Потребность в этом грузе в n пунктах назначения (магазинах) B_1 , B_2 , ..., B_n составляет b_1 b_2 , ..., b_n соответственно.

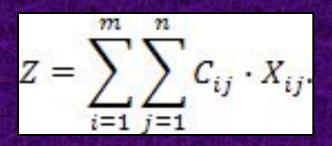
Будем считать, что сумма запасов на складах равна суммарным потребностям в магазинах, т. $\frac{m}{m}$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Такая модель называется замкнутой.

Анализ задачи

Суммарные затраты на перевозки Z определяются следующим образом: необходимо просуммировать все объемы перевозок груза, умноженные на соответствующие удельные затраты, т. е.



Суммарные затраты являются целевой функцией.

Табличная модель

Потребность в магазине		Магазин № 1	Магазин № 2	Магазин № 3	Магазин № 4
Запас муки		b ₁ = 30	b ₂ = 80	b ₃ = 95	b ₄ = 35
Склад № 1	$a_1 = 45$	6	3	7	10
Склад № 2	a ₂ = 100	10	4	12	10
Склад № 3	a ₃ = 20	5	9	8	11
Склад № 4	a ₄ = 75	4	2	4	8

Ячейки, выделенные фоном, содержат удельные стоимости перевозок C_{ii} .

Математический анализ

Проверим замкнутость модели

Для этого просуммируем все запасы муки на складах: 45 + 100 + 20 + 75 = 240. Найдем суммарные потребности магазинов в MYKe: 30 + 80 + 95 + 35 = 240.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$
 Ограничения

Математический анализ

Весь груз со складов должен быть вывезен.

$$\begin{cases}
X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = b_1 \\
X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = b_2 \\
X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = b_3 \\
X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = b_4
\end{cases}$$

удовлетворяет спроса магазинов

Вывоз всего груза со складов достигается при выполнении системы уравнений:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = a_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = a_2 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = a_3 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = a_4 \end{cases}$$

Математическая модель

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = b_1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = b_2 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = b_3 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = b_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = b_1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = b_2 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = b_3 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = b_4 \end{cases} \begin{cases} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = a_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = a_2 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = a_3 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = a_4 \end{cases}$$

Среди этих решений интерес представляют неотрицательные решения, при которых суммарные затраты по всем маршрутам будут минимальны, т. е. целевая функция может быть представлена следующим образом:

$$Z = C_{11} \cdot X_{11} + \dots + C_{14} \cdot X_{14} + C_{21} \cdot X_{21} + \dots + C_{24} \cdot X_{24} + C_{31} \cdot X_{31} + \dots + C_{34} \cdot X_{34} + C_{41} \cdot X_{41} + \dots + C_{44}$$

$$\cdot X_{44}$$

Математическая модель

Ограничения:

Первое ограничение – по уровню потребления:

второе – по уровню запасов

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Решение с помощью электронных таблиц

Компьютерная модель

Учебник стр. 104-107