# Определение числовой функции и способы её задания

# Что такое функция.

**Определение.** *Соответствия, при которых каждому элементу одного множества сопоставляется единственный элемент другого множества называются функциями.*

Пишут: $y = f(x)$, $x \in X$.

Переменную ***x*** называют ***независимой переменной*** или ***аргументом.***

*Множество всех допустимых значений независимой переменной является областью определения функции и обозначается* ***D(y).***

Переменную ***y – зависимой переменной.***

*Множество всех значений зависимой переменной является областью значений функции и обозначается* ***E(y).***

# Способы задания функции

Существуют 4 способа задания функции.

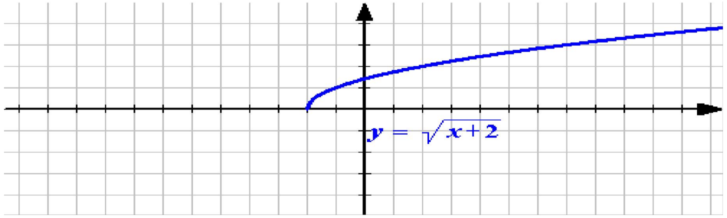
***1.Табличный способ.*** Удобен тем, что позволяет найти значения функции имеющихся в таблице значений аргумента без вычислений.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Х | 2 | 3 | 4 | 5 |
| У | 4 | 6 | 8 | 10 |

***2.Аналитический способ.*** Функция задается одной или несколькими формулами. Этот способ незаменим для исследования функции, установления ее свойств.

$У=2x+5$, $y= x^2 -5x+1$, $y= |x+5|$.

***3. Графический способ***. Функция задается своей геометрической моделью на координатной плоскости.




***4. Описательный способ.*** Удобно использовать тогда, когда задание другими способами затруднительно.

**Свойства функции**

четность
нечетность

непрерывность

Монотонность:
**Возрастание;**
**убывание**

выпуклость

нули функции
(значения аргумента,
в которых значение
Функции равно нулю)

Наибольшее и
наименьшее
значения
функции

периодичность

Промежутки
знакопостоянства
(промежутки, в которых функция
принимает только положительные
или только отрицательные значения)

Экстремумы:
точка максимума,
точка минимума

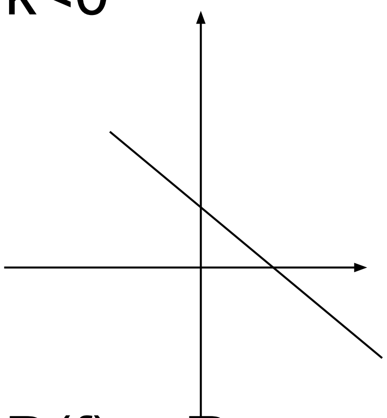
# Линейная функция.

О. ***Функция вида y=kx+b называется линейной.***

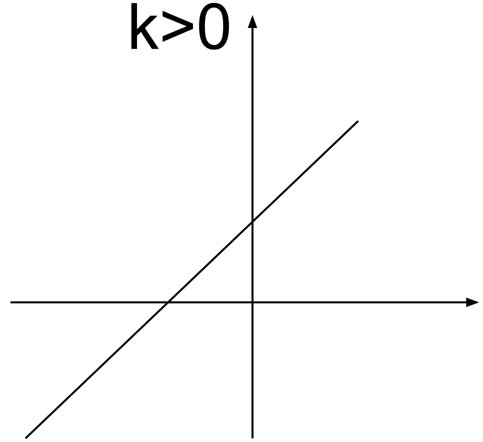
Т. *Графиком линейной функции y=kx+b, при k≠0 является* *прямая,* *пересекающая*

*ось ординат в точке (0; b), ось абсцисс в точке (-b/ k; 0)*

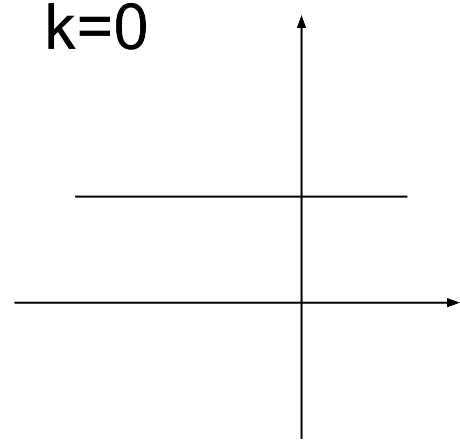
k<0



k>0



k=0

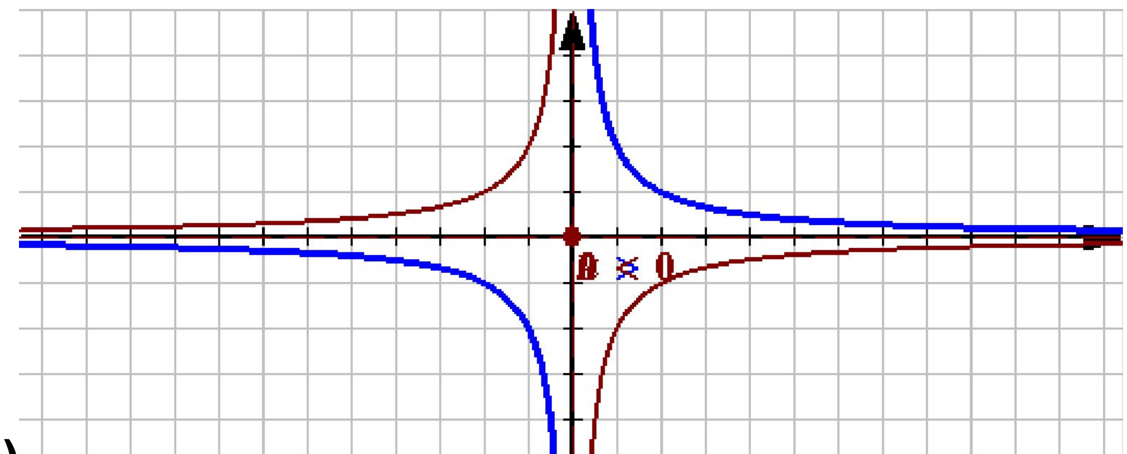


D(f) = R

E(f) = R

# Функция $y = \dfrac{k}{x}$

- О. ***Функция вида у=к/х, где к≠0, называется обратной пропорциональностью.***
- График обратной пропорциональности (гипербола) получается из графика функции у=1/х с помощью растяжения (а при к <0 симметрии относительно оси абсцисс)



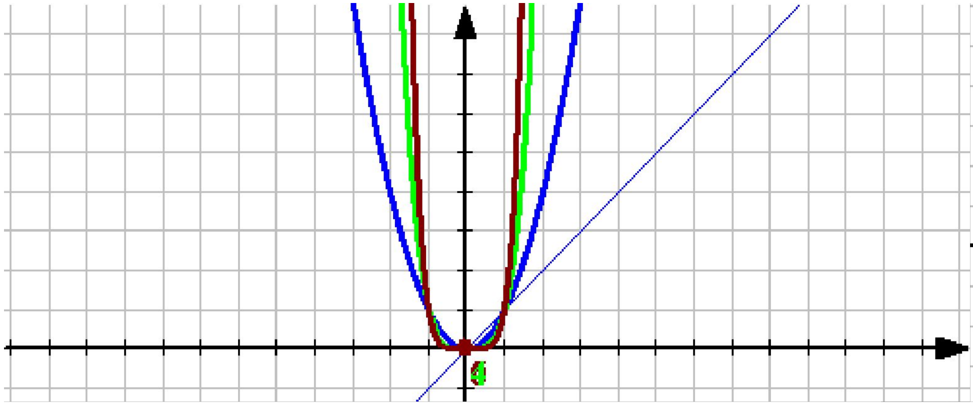
- **D(f) = (-∞;0) U (0;+∞)**
- **E(f) = (-∞;0) U (0;+∞)**

# Степенная функция с целым показателем.

***О. Функция вида $y=x^n$ , где n- натуральное число, называется степенной .***

***О. График степенной функции с показателем n называется параболой степени n.***

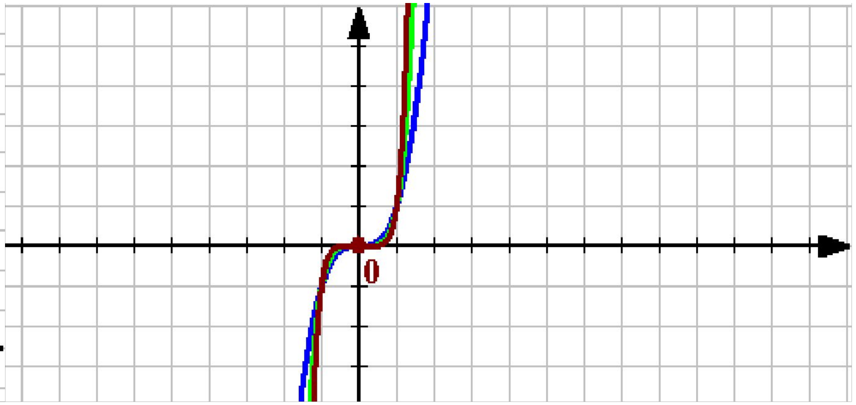
***n- четное число***




***D(f) = (-∞;∞)***

***E(f) = [0;∞)***

***n- нечетное число***




***D(f) = (-∞;∞)***

***E(f) = (-∞;∞)***

# Функция y = ax² +вх+с

О: Функция $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$ называется квадратичной.

М: Шаги построения графика квадратичной функции (параболы):

1-й шаг построения.

$y = x^2$ □ $y = ax^2$:

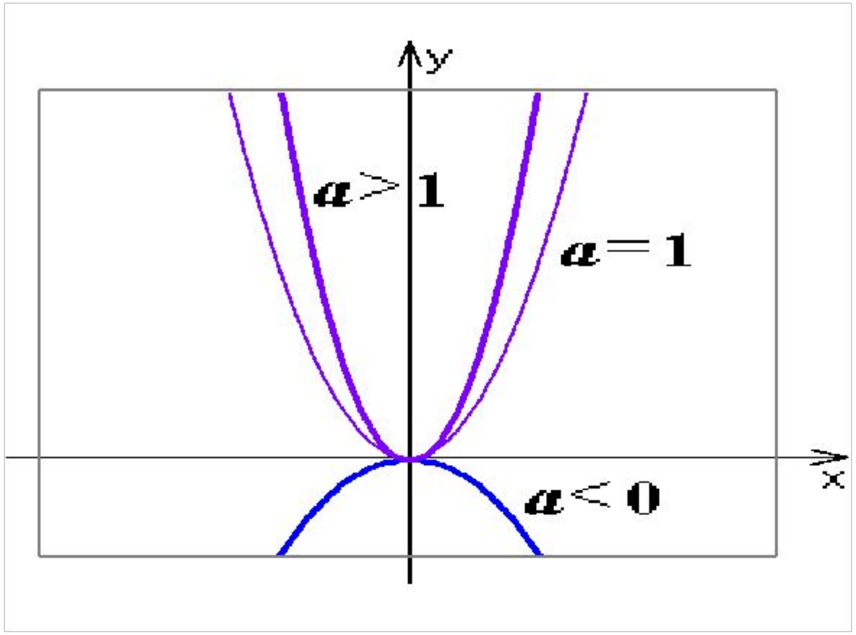
растяжение

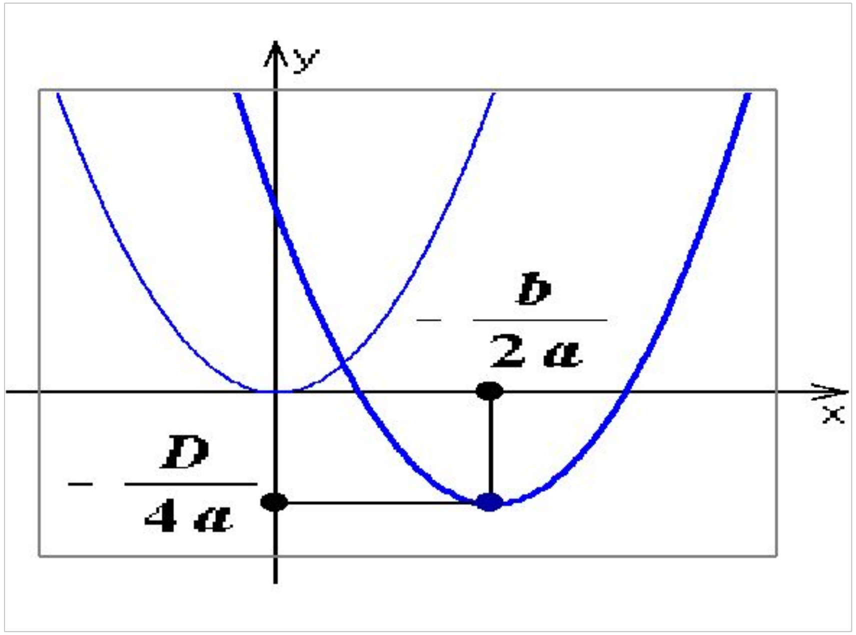
(и при $a < 0$ - симметрия).

2-й шаг построения.

$y = ax^2$ □ $y = ax^2 + bx + c$:

сдвиг.

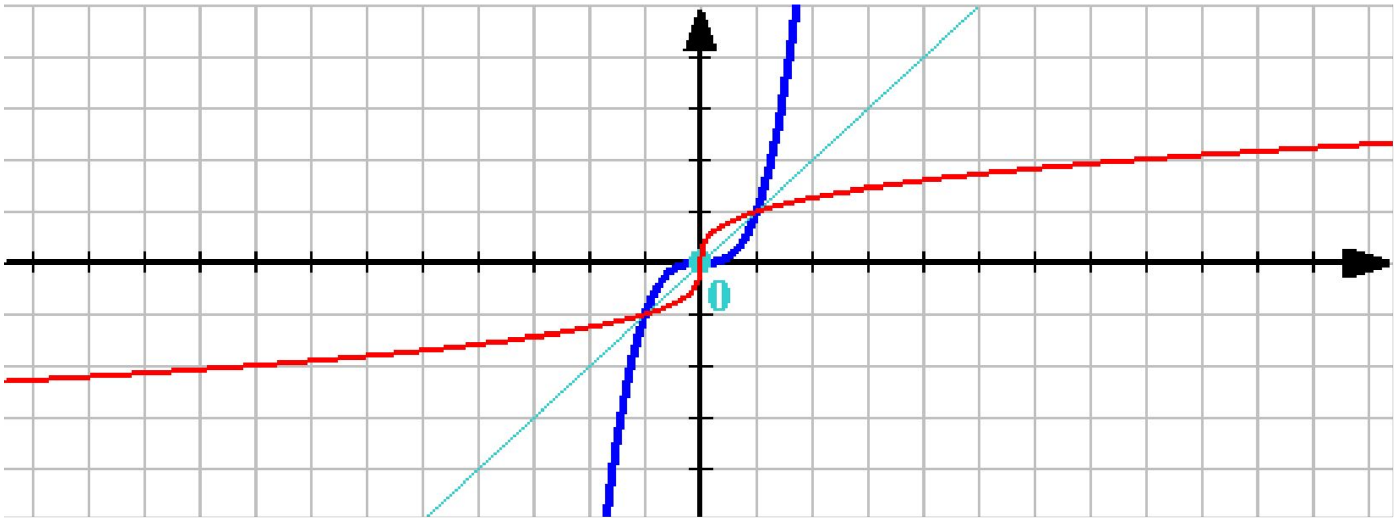


# Функция $y = \sqrt[n]{x}$

**О.Функцией «корень n степени» называется функция вида** $y = \sqrt[n]{x}$

*Т. Графики функций* $y = \sqrt[n]{x}$ *и* $y = x^n$ *симметричны относительно прямой* $y = x$

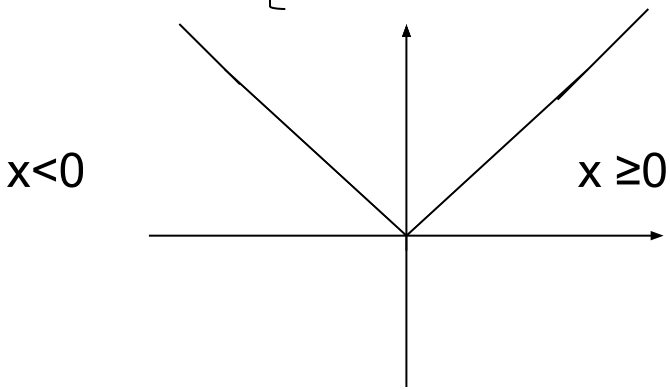



*D(f) = (-∞;∞)* *E(f) = (-∞;∞)*

# Функция y = |x|

$$y=|x|=\begin{cases} x, \text{ если } x\geq 0 \\ -x, \text{ если } x<0 \end{cases}$$

*Функция задается кусочно.*




**Т. Область определения функции**

**D( y)= (-∞; + ∞)**

**Множество значений функции**

**E(y)= [0; + ∞)**

**Т. Функция *y* = |*x* | убывает**

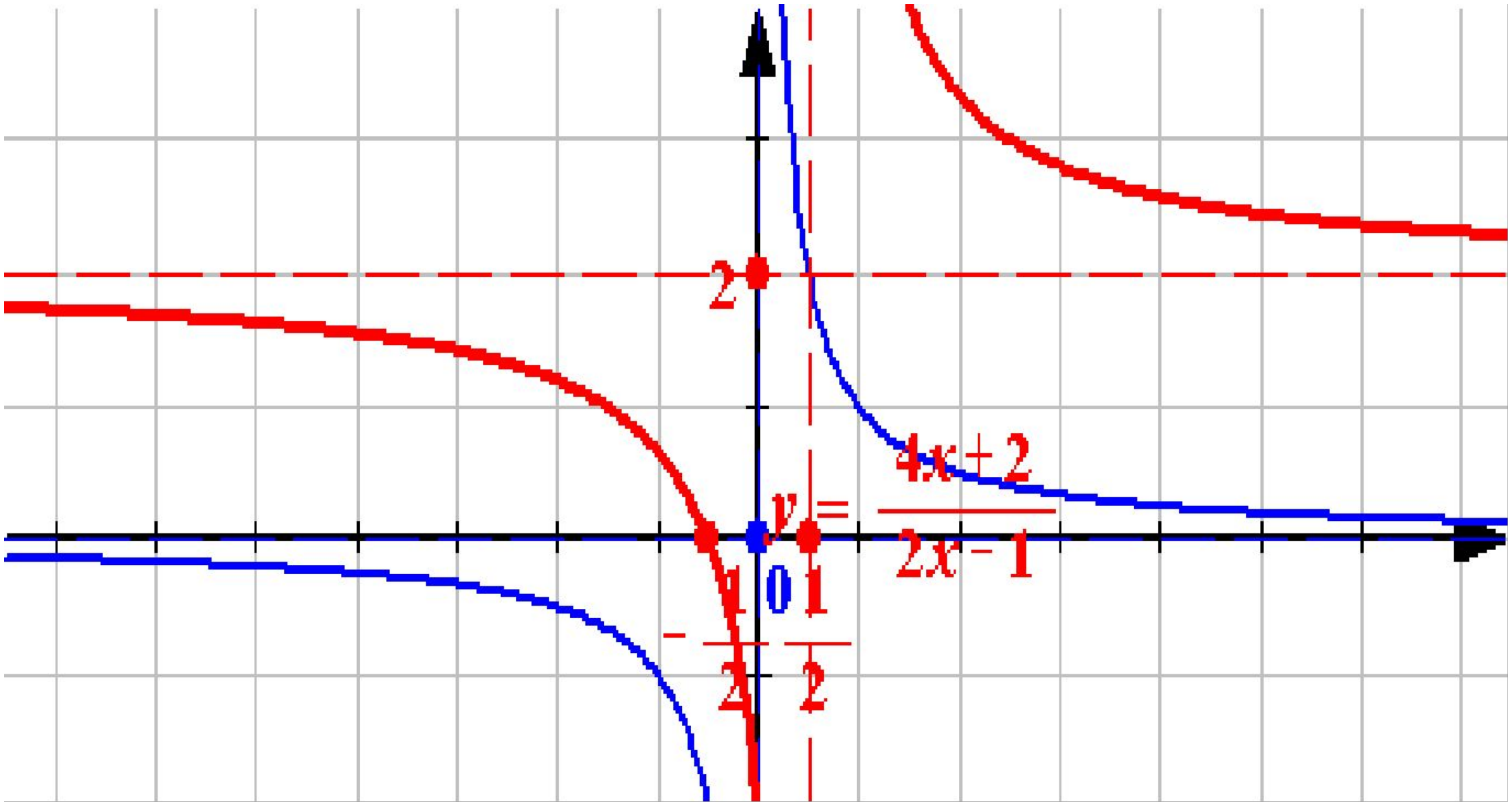
**при x Є(-∞; 0]**

**возрастает при x Є [0; + ∞)**

# Дробно-линейная функция

***О. Функция вида*** $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ***называется дробно-линейной, где c>0.***

***О. График дробно-линейной функции- гипербола, получаемая из графика обратной пропорциональности с помощью сдвига.***



# Нахождение области определения функции

1. $y=\sqrt{x+4}$; $x+4\geq 0$; $x\geq -4$; $D(f)=[-4;+\infty)$;

2. г) $y=\dfrac{\sqrt{2x^2-50}}{\sqrt{2x-3}}$; $\begin{cases}2x^2-50\geq 0,\\ 2x-3>0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-25\geq 0,\\ 2x>3;\end{cases}$ $\begin{cases}(x-5)(x+5)\geq 0,\\ x>1{,}5;\end{cases}$

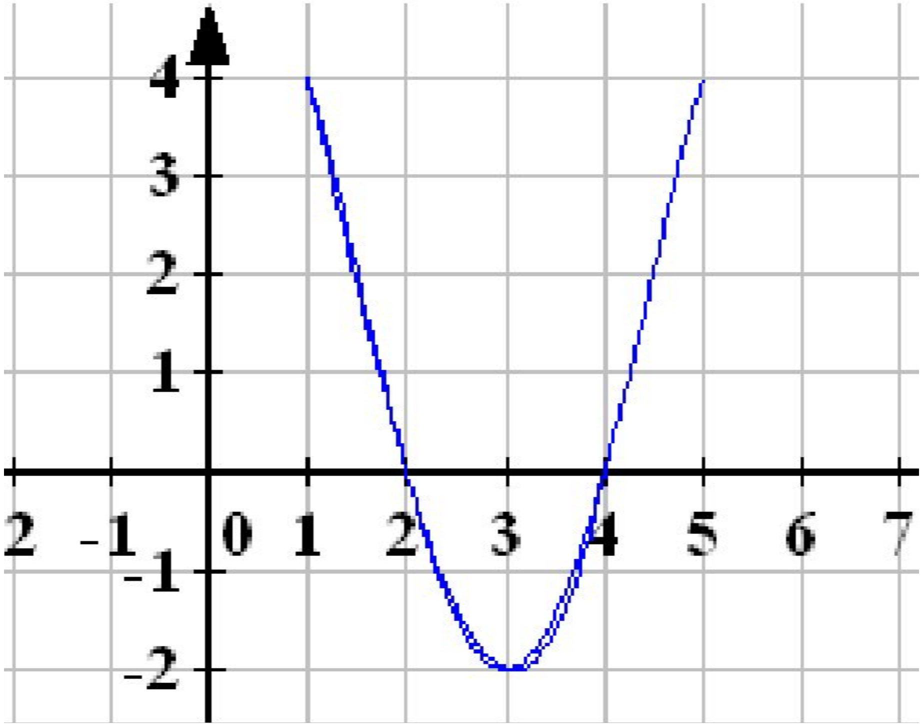
$\begin{cases}x\leq -5 \text{ и } x\geq 5,\\ x>1{,}5.\end{cases}$

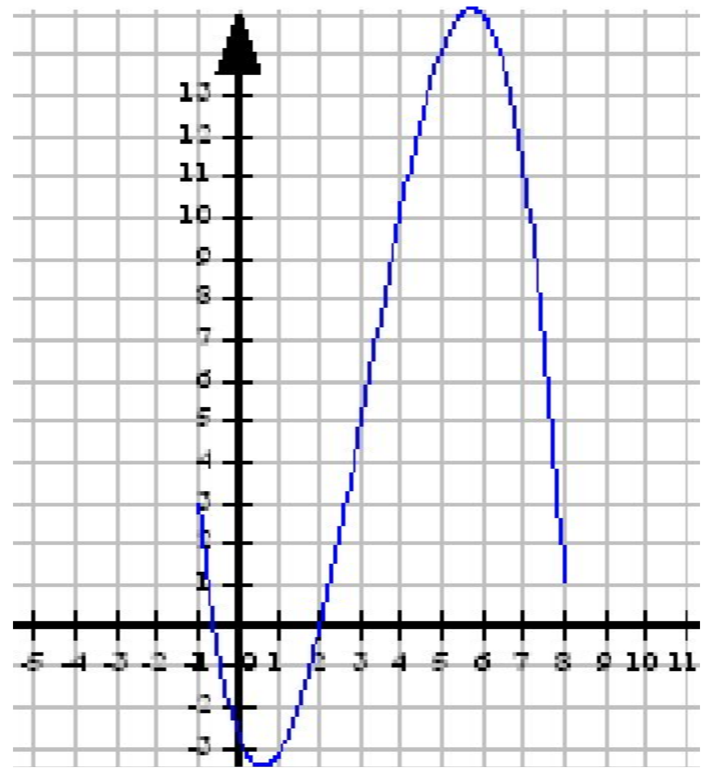
Общее решение $x\geq 5$.

Ответ: $D(f)=[5;+\infty)$.

3. $y=\dfrac{1}{\cos x}$; $\cos x\neq 0$; $x\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$;

Функция задана графиком. Укажите область определения.




**Ответ:**
**X Є [1;5]**

**Ответ:**
**X Є [-1;8]**

# Множество значений функции

1. $y= 2\sin^2 x-\cos 2x$

***Решение:*** $2\sin^2 x-\cos 2x=2\sin^2 x-(1-2\sin^2 x)=4\sin^2 x-1$

$0 \le \sin^2 x \le 1, \quad -1 \le 4\sin^2 x-1 \le 3$

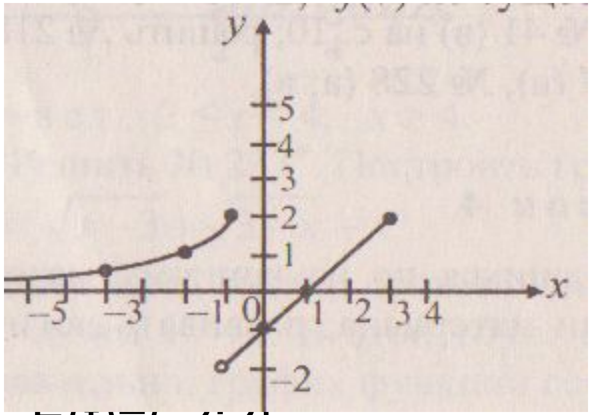
***Ответ:*** $-1 \le y \le 3$

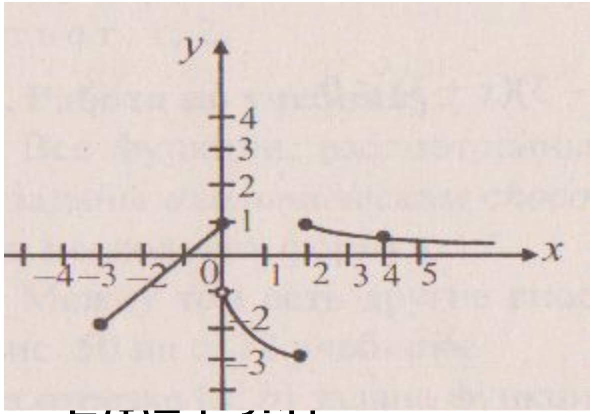
2. **$y = 1 - 2|\cos x|$**

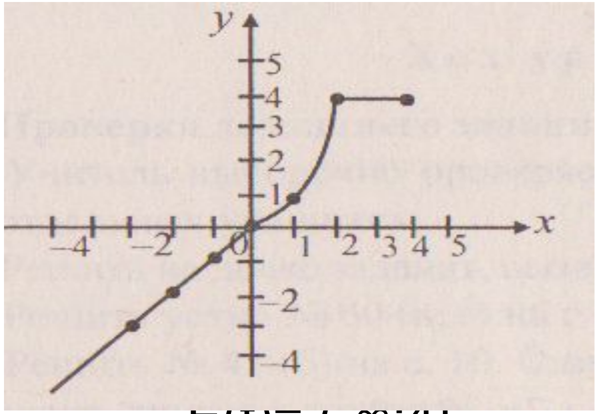
***Решение:*** $\boldsymbol{-1} \le \cos x \le 1$ , $0 \le |\cos x| \le 1$ , $\boldsymbol{-1} \le 1 - 2|\cos x| \le 1 \le 1$

***Ответ:*** $-1 \le y \le 1$

**3.Функция задана графиком. Укажите множество значений этой функции.**



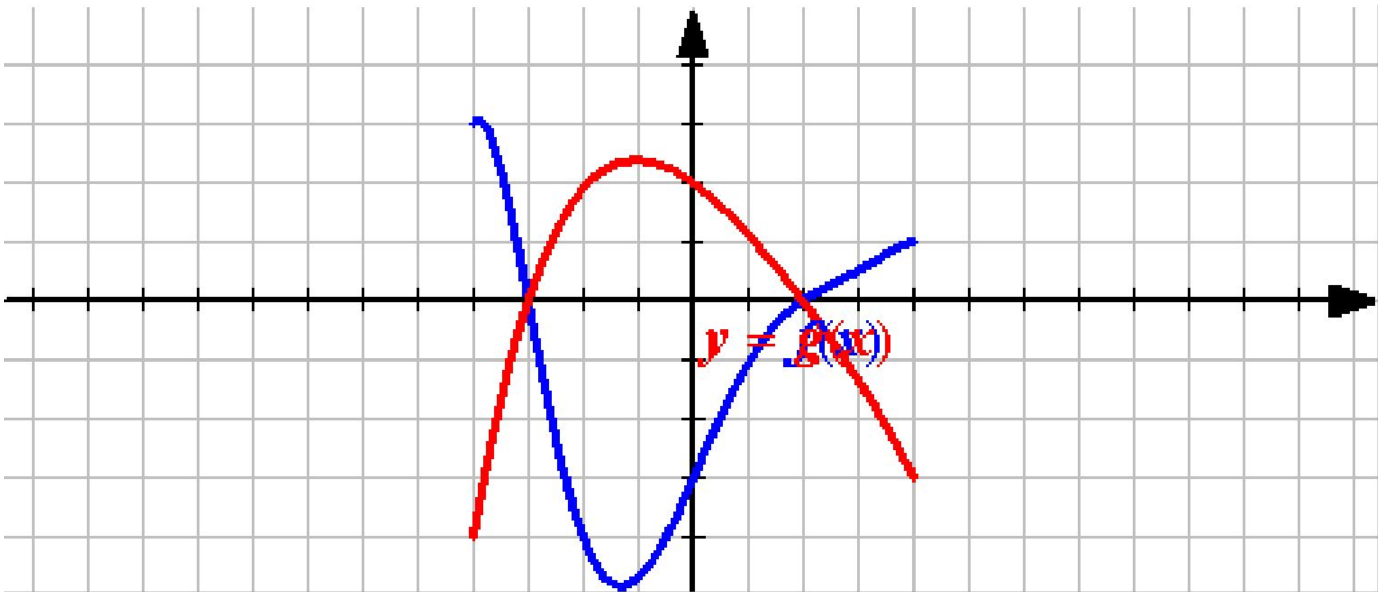

E(f)=(-2;2]

E(f)= [-3;1]

E(f)= (-∞;4]

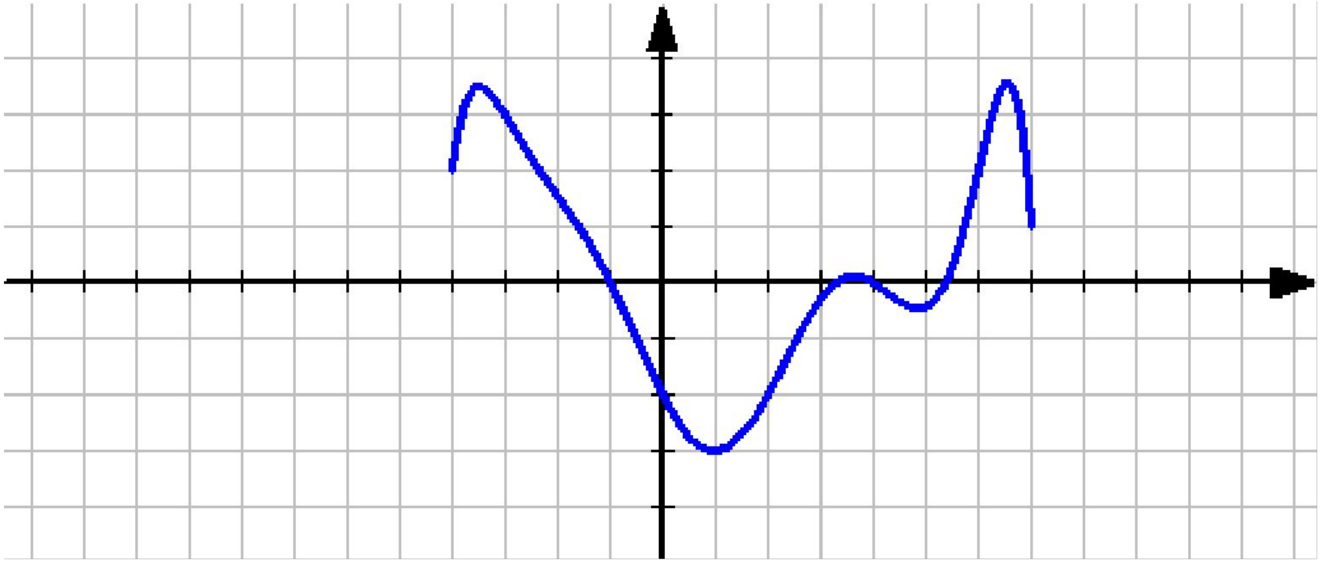
# Решение неравенств

**На рисунке изображены графики функций *y= f (x)* и *y= g (x)*, заданных на промежутке. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство *f(x)≤ g(x)***




Ответ: *f(x)≤ g(x)* на отрезке [-3;2]

На рисунке изображен график функции y =f(x), заданной на отрезке [-4;7]. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство f(x)≤-2



**Ответ: [0; 2]**

# Какие из данных линий являются функцией?