

Равносильные преобразования

Равносильные преобразования

- Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в обычной алгебре.
- Они служат для упрощения формул или приведения их к определённом виду путем использования основных законов алгебры логики.

Под упрощением формулы, понимают *равносильное преобразование*, приводящее к формуле, которая

- содержит только базовые операции (конъюнкция, дизъюнкция, инверсия);
- инверсии относятся к элементарным формулам (переменным);
- содержит по сравнению с исходной меньшее число операций.

Задание 1: упростить формулу $(a \wedge b) \vee \overline{(a \wedge b)}$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } & (a \wedge b) \vee \overline{(a \wedge b)} \equiv \\ & \equiv ((a \wedge b) \vee a) \wedge ((a \wedge b) \vee \overline{b}) \equiv \\ & \equiv a \wedge ((a \wedge b) \vee \overline{b}) \equiv \\ & \equiv a \wedge ((a \vee \overline{b}) \wedge (b \vee \overline{b})) \equiv \\ & \equiv a \wedge ((a \vee \overline{b}) \wedge 1) \equiv \\ & \equiv a \wedge (a \vee \overline{b}) \equiv \\ & \equiv a \end{aligned}$$

Задание 2: упростить формулу $x \vee u \wedge (\overline{x \wedge u})$

Решение: $\overline{x \vee u \wedge (x \wedge u)} \equiv$

$$\equiv \overline{x} \wedge \overline{u} \wedge (x \wedge u) \equiv$$

$$\equiv \overline{x} \wedge \overline{u} \wedge (\overline{u} \wedge x) \equiv$$

$$\equiv \overline{x} \wedge (\overline{u} \wedge \overline{u}) \wedge x \equiv$$

$$\equiv \overline{x} \wedge \overline{u} \wedge x \equiv$$

$$\equiv \overline{x} \wedge x \wedge \overline{u} \equiv$$

$$\equiv 0 \wedge \overline{u} \equiv$$

$$\equiv 0$$

Задание 3: упростить формулу

$$\overline{x}lyv\overline{xv\overline{y}vx}$$

Решение:

$$\overline{x}lyv\overline{xv\overline{y}vx} \equiv$$

$$\equiv \overline{x}lyv\overline{x}l\overline{y}vx \equiv$$

$$\equiv (\overline{x}ly)v(\overline{x}l\overline{y})vx \equiv$$

$$\equiv \overline{x}vx \equiv$$

$$\equiv 1$$

Задание 4: упростить формулу (xvy)

$$\Lambda(xvy)\Lambda(\bar{x}vy) \quad \bar{\quad} \quad \bar{\quad}$$

Решение:

$$(xvy)\Lambda(\bar{x}vy)\Lambda(\bar{x}v\bar{y}) \equiv$$

$$\equiv y\Lambda(\bar{x}v\bar{y}) \equiv$$

$$\equiv y\Lambda\bar{x}v\Lambda\bar{y} \equiv$$

$$\equiv y\Lambda\bar{x}v0 \equiv$$

$$\equiv y\Lambda\bar{x}$$

Задание 5: упростить формулу

$$\overline{хлуv\bar{z}}$$

Решение:

$$\overline{хлуv\bar{z}} \equiv$$

$$\equiv \overline{хлу\bar{z}} \equiv$$

$$\equiv \overline{хлу}z \equiv$$

$$\equiv (\bar{x}v\bar{y})\wedge z$$

Задание 6: упростить формулу

$x \vee (x \wedge u \wedge z) \vee (x \wedge z \wedge u)$

Решение:

$$(x \vee u) \wedge (x \vee z) \wedge (x \vee u \wedge z) \equiv (x \vee u) \wedge (x \vee z) \wedge$$

$$(x \vee u \wedge z) \equiv$$

$$\equiv (x \vee u) \wedge (x \vee u \wedge z) \equiv$$

$$\equiv x \vee u$$

Задание 7: упростить формулу

$x \vee (x \wedge u \wedge z) \vee (x \wedge z \wedge p)$

Решение:

$$(x \vee (x \wedge u \wedge z) \vee (x \wedge z \wedge p)) \equiv (x \vee (x \wedge u \wedge z) \vee (x \wedge z \wedge p))$$

$$\equiv (x \vee (x \wedge u \wedge z) \vee (x \wedge z \wedge p))$$

$$\equiv (x \vee (x \wedge u \wedge z) \vee (x \wedge z \wedge p))$$

$$\equiv x \vee (u \vee z \wedge p)$$

Задание: упростить формулы

a) $(a\bar{a})\wedge b$

b) $a\wedge(a\vee b)\wedge(c\vee\bar{b})$

c) $a\wedge\bar{b}\vee b\wedge c\vee\bar{a}\wedge\bar{b}$

d) $a\vee\bar{a}\wedge b$

Ответ:

a) b

b) $a \wedge (c \vee \bar{b})$

c) $\bar{b} \vee c$

d) $a \vee b$